

# РАЗДЕЛ II. ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ И ВОСПИТАНИЯ

---

УДК 37.016:51

DOI: 10.18384/2310-7219-2016-3-43-52

## ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПРИКЛАДНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ, РАЗВИВАЮЩИХ ОПЕРАТОРНЫЕ ПОДСТРУКТУРЫ МЫШЛЕНИЯ

**Айгунова О.А., Осипенко Л.Е., Саликова Э.М.В.**

*Московский городской педагогический университет*

*129226, г. Москва, 2-й Сельскохозяйственный проезд, д.4, Российская Федерация*

**Аннотация.** В статье проведен анализ научных изысканий по поиску направлений проектирования школьного прикладного математического образования. Представлен оригинальный авторский подход по проектированию комплекса прикладных математических задач. В качестве основания для их типологизации предлагается рассмотреть базовые операторные подструктуры математического мышления человека: метрическую, топологическую, порядковую, алгебраическую, проективную. Для различных уровней школьного образования приведены конкретные примеры прикладных математических задач, характерные для каждой подструктуры мышления.

**Ключевые слова:** проектирование, операторные подструктуры мышления, прикладное математическое содержание, комплекс математических задач, математическая компетентность.

## DESIGNING APPLIED MATHEMATICAL PROBLEMS DEVELOPING OPERATIONAL SUBSTRUCTURES

**O. Aygunova, L. Osipenko, E.M. Salikova**

*Moscow City Teacher Training University*

*4, 2nd Agricultural passage, 129226, Moscow, the Russian Federation*

**Abstract.** The article is an analysis of scientific research aimed at the search of the areas of designing applied mathematic education at school. The original authors' approach to designing a complex of applied mathematical problems is given. The basis for their typology is the operational substructures of mathematical thinking. They are: metric, topological, ordinal, algebraic, and projective substructures. For different levels of school education certain examples of applied mathematical problems specific to each substructure of thinking are given.

---

© Айгунова О.А., Осипенко Л.Е., Саликова Э.М.В., 2016.

**Key words:** designing, operational substructures of thinking, applied mathematical content, complex of math problems, mathematical competence.

Стремления современных молодых людей получить необходимые, действенные, постоянно актуализируемые, сформированные на должном уровне знания и математические компетенции, обладая которыми они обретут прочную основу для жизни, для своей будущей карьеры, вполне резонны и обоснованы. В определенной мере, они отражены в программе по математике для основной ступени общего образования, где отмечается необходимость сформировать у учащихся первоначальные представления об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники, о средстве моделирования явлений и процессов, умение видеть математическую задачу в контексте житейской ситуации.

Задачи на применение математики включены в материалы государственной итоговой аттестации, исследования PISA, TIMMS [4]. Несмотря на актуальность и широту рассматриваемой проблематики, до сих пор не выработаны единые подходы к пониманию сущности, а как следствие – единых ориентиров к проектированию прикладных математических задач в учебной программе для средней общеобразовательной школы. И. Шарыгин в своей статье «Математическое образование: вчера, сегодня» прикладную направленность математики видит в умении поставить задачу, найти или построить математическую модель, описывающую данную практическую ситуацию, а затем найти решение [10].

В работах А.Я. Хинчина раскрывается широта пространственных

представлений, формируемых математикой; умение абстрагироваться, отличать существенное от несущественного; способность перейти от конкретной ситуации к математической формулировке вопроса, к схеме, сжато характеризующей существо дела; умение анализировать, критиковать и ставить новые вопросы. Автор показывает ориентированность математики на развитие терпения, необходимого при решении математических задач и не только [9].

Проектирование прикладной направленности школьного математического образования нашло отражение в исследовательском, проектном, научно-практическом обучении, а также STEM (от англ. Science – наука, Technology – технология, Engineering – инжиниринг, Mathematics – математика), DASH-образовании (от англ. Developmental Approaches in Science, Health and Technology). Все обозначенные типы обучения базируются на различных концептуальных, методических составляющих. В частности, профессор Тох Тин Лэм (Toh Tin Lam) из Национального института образования Наньянского технологического университета, отмечал необходимость формирования у обучающихся умения проводить численные расчеты и оценки, алгебраические вычисления, измерения, понимания ими приоритетности математического инструментария для пространственной визуализации и анализа данных. Сингапурским профессором особо отмечалась значимость прикладной направленности школьного математического образо-

вания в формировании убеждений, интересов обучающихся, адекватных оценочных суждений, настойчивости, уверенности в себе.

В педагогической литературе отражены небезуспешные попытки в типологизации прикладных математических задач [2; 6; 7] и др. В теории и методике преподавания математики они определяются, как прикладные (С.С. Варданян, Г.Д. Глейзер, В.А. Гусев, Г.В. Дорофеев, А.Д. Мышкис, Н.А. Терешин, А.Н. Тихонов, Ю.Ф. Фоминых и др.), практические (Л.Ю. Березина, Л.И. Гуткин, А.Н. Крылов, В.В. Фирсов и др.), контекстные (А.А. Вербицкий и др.), сюжетные (В.В. Орлов, В.П. Радченко, О.П. Шарова, Л.В. Шелехова и др.), практико-ориентированные (М.В. Егупова и др.). *Признавая различия в подходах к проектированию прикладной направленности школьного курса математики, их разработчики опираются на глубокие психологические теории, специфику которых отличает «...необходимость объяснять ученикам известные факты или представить их понять известные правила или отношения. Следовательно, психология может оказать драгоценную услугу, научив, как сделать, чтобы эти факты были бы легко усвоены и чтобы эти правила и отношения были бы легко поняты учениками» [5, с. 39].*

В данной публикации в качестве психолого-педагогических оснований проектирования комплекса прикладных математических задач мы приняли идеи И.Я. Каплуновича. Он выделяет в мышлении человека следующие операторные подструктуры: *метрическую, топологическую, порядковую, алгебраическую, проективную* [3, с. 46]. В соответствии с ними мы классифици-

руем и приведем конкретные примеры прикладных математических задач, ориентированных на формирование у обучающихся каждой из подструктур математического мышления.

Наиболее распространенной является метрическая подструктура. Дети с доминирующей метрической подструктурой математического мышления акцентируют свое внимание на количественных характеристиках объекта или явления, пытаюсь свести увиденное к конкретным величинам. Они активно оперируют такими параметрами, как ширина, высота, дальность, цена, количество, время и т.д. Для них важно наличие четкого представления о количественных результатах работы: ее цене, сроках исполнения и пр. Например, «Во времена М. Ломоносова студент в день получал алтын кормовых денег;  $\frac{2}{5}$  денег, полученных за год, он тратил на перья и бумагу, треть – на еду (хлеб и квас). Смог ли он на оставшиеся деньги купить сапоги, которые стоили 3 рубля?» [1, с. 53] Можно обучающимся предложить исследовать и графически изобразить, как в настоящее время распределяют свои расходы студенты.

Прикладные математические задачи, ориентированные на формирование метрического мышления, имеют воспитательный эффект. Так, можно предложить учащимся исследования, нацеленные на визуализацию и понимание ими числа миллион. Для этого обучающимся необходимо исследовать следующие факты. 1 миллион капель воды, которые накапают из неплотного закрытого крана – это много или мало?» Оказывается, это 60 литров воды.

Не менее впечатляющими выглядят результаты исследования потерь при

уборке одного миллиона зерен пшеницы. Они составляют 106 батонов хлеба весом 0,5 кг.

Второй тип мышления – порядковый. Дети с доминирующей порядковой подструктурой мышления предпочитают сравнивать и оценивать в общем качественном виде: равно – не равно, больше – меньше, ближе – дальше, выше – ниже, над – под, до – после – за). Для них важна форма объекта, направление движения (по или против часовой стрелки, вверх или вниз, направо или налево). Опираясь на порядковую подструктуру, человеку удастся регламентировать множества различных пространственных объектов, устанавливая иерархию по различным основаниям. Например, можно предлагать ребенку ежедневно по-разному складывать свои игрушки в коробки, обозначая на стикерах основания для классификации, например, по весу, размеру, цвету и пр.

Люди с порядковой структурой мышления действуют логично, последовательно, в соответствии с правилами и четкими инструкциями, в любых действиях стараясь выработать четкий алгоритм. Обучение дошкольников умению «видеть» алгоритмы и осознавать алгоритмическую сущность тех действий, которые они выполняют, начинается с простейших алгоритмов, доступных и понятных им, например, алгоритмы пользования бытовыми приборами, приготовления различных блюд, переход улицы и т.п.

В начальном курсе математики алгоритмы могут быть представлены в виде правил, последовательности действий и т.п. Например, Кэрл Анна Бреннан (Carol Ann Brennan) из Гавайского университета (США) предлага-

ет следующий способ обучения делению отрезка на  $n$  равных частей. Для этого понадобится из листа бумаги сделать «гармошку», изгибы которой должны быть параллельны одному из краев листа. Назовем этот край листа начальным изгибом. Заметим, что количество изгибов гармошки должно быть не меньше числа  $(n + 1)$ . Все изгибы, начиная с начального, пронумеруем числами от 0 до  $n$ . Далее поместим один из концов заданного отрезка на изгиб номер 0, а другой конец – на изгиб номер  $n$ . Тогда изгибы 1, 2, ...  $(n - 1)$  разделят исследуемый отрезок на  $n$  равных частей. На рисунке 1 приведен пример разбиения отрезка  $TP$  на девять равных частей).

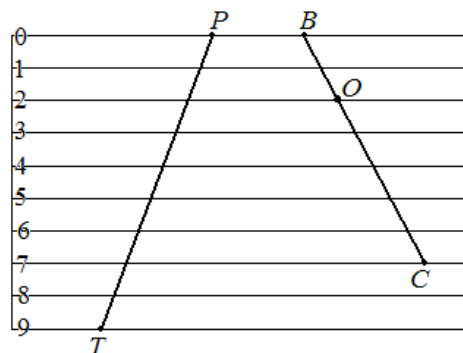


Рис. 1. Деление отрезка на  $n$  равных частей

Третьей в нашей типологии обозначена топологическая подструктура мышления. Она характеризует способность человека «обнимать в одном суждении» понятия из различных областей, «заставляя мыслящего при каждой дизъюнкции иметь перед глазами всю совокупность имеющихся возможностей и обязывает его учесть каждую из них, не пропуская ни одной» [9, с. 63]. С помощью топологической подструктуры человек выделяет и оперирует такими гомеоморфными

пространственными характеристиками, как непрерывность, компактность, связность, замкнутость образа.

Примерно в 2–3 года у ребенка уже начинают формироваться основы топологического мышления. В этот период ребенок активно изучает материальный мир. Для этого ему необходимо предлагать различные конструкции, пазлы. Например, используя игру ЛЕГО «Дом», можно предложить детям расставить в нем мебель, причем занимаемая ею площадь, может быть больше площади комнаты.

В начальной школе на уроках математики следует обращать внимание учеников на функциональные связи, визуализируя на конкретных примерах, что изменение одной величины может повлечь за собой изменение других величин. Для этого следует максимально опираться на знания младшего школьника о функциональной связи между величинами, характеризующими процессы движения (пройденный путь, время, скорость), купли-продажи (количество товара, его цена и стоимость). Например, можно предложить младшему школьнику исследовать, как может изменяться: его рост и возраст; масса купленных его мамой продуктов и их стоимостью. Ему будет интересно узнать, может ли изменяться число квартир в доме, в котором он живет, и число номеров этих квартир.

Как уже отмечалось выше, ребенок с доминирующей топологической подструктурой мышления будет рассматривать весь рисунок как единое связное целое, внутри которого есть единые компактные составляющие. Например, мама испекла 7 одинаковых на вид пирожков: три с рисом, три с

капустой и один с вишней. Затем она выложила их на блюдо по кругу и поставила блюдо в микроволновку подогреть. Маша знает, как лежали пирожки, но не знает, как повернулось блюдо. Она хочет съесть только пирожок с вишней, а остальные считает невкусными. Как Маше наверняка добиться поставленной цели, надкусив как можно меньше невкусных пирожков?

Задачи, ориентированные на развитие топологического мышления, могут стать основой для проведения уроков не только по математике, но и по изобразительному искусству, технологии. Мозаики, оригами, узлы – все эти объекты являются неотъемлемой составляющей математической и художественной культуры народов мира.

В старшей школе следует акцентировать внимание, как мозаичная плитка и ее повторяющиеся узоры порождают особую красоту, в основе которой лежит понятие симметрии. Мы знакомили детей с такими видами мозаики, как «насридская кость» и «птичка», учили анализировать с точки зрения математики, а также конструировать собственные авторские узоры с использованием различных типов мозаики.

И. Гёте отмечал, что математики – вроде французов: когда говоришь с ними, они переводят твои слова на свой язык, и сразу получается что-то совсем другое. Алгебраическое мышление предполагает применение различных формальных методов математических рассуждений и доказательств, которые позволяют соблюдать законы композиции, устанавливать обратимость пространственных преобразований, «свертывать» их, заменять несколько операций одной.

Прикладные математические задачи являются пропедевтической основой для формирования у учащихся представлений о математическом

моделировании. Оно предполагает формулировку различных процессов, явлений, происходящих в реальном мире, на языке математики (рис. 2).

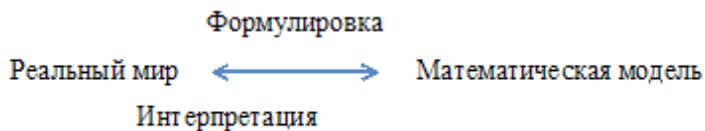


Рис. 2. Сущность математического моделирования

Для «алгебраистов» важно умение сформулировать проблему с использованием математической символики, которая является «...своего рода стенографической записью абстрактной мысли... Математическая символика позволяет автоматизировать проведение тех действий, которые необходимы для получения выводов, сжимать запись информации, делать ее обозримой и удобной для последующей обработки» [7, с. 264].

Для формирования у детей алгебраического мышления уже в детском саду следует предлагать задания, ориентированные на формализацию вербального текста. Например, можно предложить дошкольникам слушать стихотворение и выкладывать фишки. «У медведя – у врача лечит зубы детвора. Два зубренка, два бобренка, два щенка и три котенка. Сколько было бы зверят, если б не было котят?» [8, с. 31] В начальной школе следует предлагать задания, предполагающие формулировку проблем на языке математики. Например, «Вы проехали на машине две трети пути. В начале пути бензобак машины был полон, а сейчас он заполнен на одну четверть. Считаете ли вы, что у вас есть проблема?» [4, с. 186].

В УМК «Баласс» идея перевода вербальной информации в числовую отражена в задачах из серии «Один дома», которые решали герои рассказов В. Драгунского Денис Кораблев и его друзья. Например, «Пока дома нет родителей, вы решили питаться конфетами, мороженым и компотом. Для этого вы купили 3 мешка конфет по 15 кг в каждом. Сколько килограммов конфет вы теперь можете съесть каждый день, если будете съедать их поровну? Как вам отвесить из одного мешка 3 кг конфет на завтрак, если у вас есть чашечные весы и гиря массой 2 кг?»; «Если вам захочется провести пару ночей под открытым небом, можно сшить навес прямоугольной формы шириной 18 дм, а длиной 60 дм. Хватит ли для этого трех простыней длиной 2 м, а шириной 60 см?» [1, с. 43].

В старшей школе для формирования алгебраического мышления можно также предлагать задания на теорию вероятностей, описывающую возможности больших выигрышей, риски и преимущества, возникающие при вкладе в различные банки. Например, какова будет вероятность, что из связки, состоящей из трех внешне одинаковых ключей, вы сможете сразу подобрать нужный ключ?

Алгебраическое мышление является основой многих востребованных ныне профессий. Например, в детском саду можно поиграть в криптографа (от др. – греч. κρυπτός – скрытый; ὑράφω – пишу). Люди этой профессии обеспечивают конфиденциальность информации, невозможность ее прочтения посторонними лицами. Криптограф должен владеть методами шифрования информации, включающими обратимое преобразование открытого (исходного) текста на основе ключа или секретного алгоритма в шифротекст. Например, можно предложить первоклассникам найти секретный код в следующей шифровке.

8809=6 5555=0 2222=0 8899=6  
 3333=0 7731=0 7111=0 6666=4  
 3213=0 0000=4 2172=0 9999=4  
 9113=1 6666=4 5531=0 9889=6 1384=???

И последняя составляющая в рассматриваемой нами типологии – это проективное мышление. Оно актуализируется человеком при решении таких задач, как подыскать интересную и высокооплачиваемую работу, какие продукты купить или не купить в гипермаркете, в какую школу записать ребенка. Традиционно, к задачам принятия решений относят задачи на выбор лучшего варианта в случае, когда имеется несколько возможных. Это могут быть альтернативные проекты, планы, прогнозы; выбор из группы кандидатов одного или нескольких, лучших с коллективной точки зрения; задачи на оптимальное распределение ресурсов при выполнении определенных работ; выбор правил согласования интересов в коллективе, в семье; выбор стратегий собственного разви-

тия, траектории своей жизни и пр.

Люди с доминирующей проективной подструктурой математического мышления склонны рассматривать объект с разных точек зрения. Они любят искать и находить различные применения использования объектов на практике. Например, дошкольникам можно предложить проекты: «Геометрические фигуры на кухне», «Круглые предметы среди нас», «На что похожа та или иная цифра?» «Цифры в стихотворениях» и пр.

Дети с проективной подструктурой математического мышления думают нестандартно, демонстрируя различные варианты решения даже самой банальной проблемы. Данные способности можно использовать при формировании у детей логических понятий, отражающих существенные признаки класса однородных предметов. Так, опыт нашей работы показывает, что детям с проективным типом мышления несложно использовать круги Эйлера для изображения русалки, сфинкса, ехидны, минотавра, кентавра и других мифических героев.

Прикладные математические задачи могут быть также связаны с проектированием детьми авторских конструкций, базирующихся на понятии «каркас». Например, можно предложить ученикам спроектировать собственные конструкции устойчивых табуретов, шалашей, которые они могут построить на даче, в лесу и математически доказать их преимущества перед иными конструкциями.

Для школьников будет интересно исследование, связанное с профессией ювелира. Для этого стоит «поломать голову» над проблемой: как разделить бриллиант на несколько частей, чтобы

стоимость его уменьшилась минимально, если известно, что цена бриллианта пропорциональна квадрату его веса.

Профессор математики Лондонского университета Ханна Фрай [11] предлагает интересные темы для проектов, которые могут открыть человеку новые аспекты в отношениях с другими людьми. Например, она демонстрирует, как алгоритм Гейла-Шелпи может быть использован во множестве сценариев реальности жизни: от поиска знакомств в интернете до конвертирования виртуального успеха в успех реальной жизни, как финансово оптимизировать проведение мероприятия и пр.

Наличие проективного мышления поможет родителям уговорить ребенка выпить горькое лекарство. Предложите ему для этой неприятной процедуры выпить не все лекарство целиком, а хотя бы половину того, что вы налили в фужер конической формы. Как правило, ребенок будет пить до тех пор, пока уровень жидкости в бокале не уменьшится в два раза. При этом будет выпита не половина лекарства, а  $\frac{7}{8}$  его объема.

Еще одним важным аспектом проективного мышления является владение системой аргументации. На ней во многом сфокусировано совре-

менное международное образование. Например, около половины объема заданий единого вступительного экзамена GMAT (Graduate Management Admissions Test) для англоязычных бизнес-школ позволяют эксплицировать способности абитуриента находить, оценивать и формулировать аргументы. При этом понятие «аргумент» может обозначать не только довод в пользу того или иного утверждения, но и умозаключение по схеме: посылка – следствие.

Резюмируя все выше изложенное, хотим еще раз подчеркнуть важность прикладных математических задач, «сближающих» ребенка с реальной действительностью, способствующих его социализации, осознанному выбору будущей профессиональной карьеры. Не менее важно и «воспитание математикой», выраженное в стремлении детей научиться видеть и понимать на языке математики красоту окружающего мира. В тоже время прикладная часть задачи не должна покрывать ее математическую сущность, а вводимые в задачу понятия должны быть не только доступными и интересными для учащихся, но соответствовать программе изучаемого курса, служить достижению основных целей обучения.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Демидова Т.Е., Козлова С.А., Тонких А.П. Математика. Учебники для 1–4 классов: в 3 ч., 3-е изд., испр. М., 2012. 80 с.
2. Егупова М.В. Подготовка учителя к использованию электронных образовательных ресурсов в практико-ориентированном обучении математике в школе // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. 2014. № 2. С. 62–70.
3. Каплунович И.Я., Петухова Т.А. Пять подструктур математического мышления: как их выявить и использовать в преподавании // Математика в школе. 1998. № 5. С. 45–48.
4. Найденова Н.Н. Измерения качества образования в современном мире // Институт теории и истории педагогики: 1944–2014 / Под общей ред. д-ра философ. наук, проф. С.В. Ивановой. М. 2014. С. 183–193.



5. Пиаже Ж. Преподавание математики / Ж. Пиаже, Э. Бет, Ж. Дьедонне, А. Лихнерович, Г. Шоке, К. Гаттенхо. М., 1960. 162 с.
6. Осипенко Л.Е. Математическое содержание учебно-исследовательской деятельности по естественнонаучным дисциплинам // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Педагогика. 2013. № 3. С. 32–36.
7. Реньи А. Трилогия о математике: перевод с венгерского; под ред. и с предисл. акад. АН УССР проф. Б.В. Гнеденко. М., 1980. 312 с.
8. Рудницкая В.Н. Кочурова К.Э., Рыдзе О.А. Математика. Учебник. 1 класс. «Школа XXI века». М., 2015. 256 с.
9. Хинчин А.Я. Педагогические статьи: Вопросы преподавания математики. Борьба с методическими штампами. 3-е изд. М., 2013. 208 с.
10. Шарыгин И. Математическое образование: вчера, сегодня, завтра [Электронный ресурс]. URL: [http://scepsis.net/library/id\\_638.html](http://scepsis.net/library/id_638.html) (дата обращения: 01. 01. 2016).
11. Фрай Х. Математика любви. Закономерности, доказательства и поиск идеального решения; пер. с англ. Е. Валкина. М., 2015. 160 с.

#### REFERENCES

1. Demidova T.E., Kozlova S.A., Tonkikh A.P. Matematika. Uchebniki dlya 1–4 klassov: v 3 ch., 3-e izd., ispr [Math. Textbooks for 1–4th Grades: in 3 Parts, 3rd ed., rev.]. M., 2012. 80 p.
2. Egupova M.V. Podgotovka uchitelya k ispol'zovaniyu elektronnykh obrazovatel'nykh resursov v praktiko-orientirovannom obuchenii matematike v shkole [Training of Teachers for Using Electronic Educational Resources in Practice-Oriented Teaching Mathematics at School] // Vestnik Rossiiskogo universiteta druzhby narodov. Seriya: Informatizatsiya obrazovaniya. 2014. no. 2. Pp. 62–70.
3. Kaplunovich I.YA., Petukhova T.A. Pyat' podstruktur matematicheskogo myshleniya: kak ikh vyyavit' i ispol'zovat' v prepodavanii [Five Substructures of Mathematical Thinking: How to Identify and Use them in Teaching] // Matematika v shkole. 1998. no. 5. Pp. 45–48.
4. Naidenova N.N. Izmereniya kachestva obrazovaniya v sovremennom mire [Measuring the Quality of Education in the Modern World] Institut teorii i istorii pedagogiki: 1944–2014 [Institute of Theory and History of Pedagogy: 1944–2014] / Under the General Editorship of Dr. Philos. Sciences, Professor S. V. Ivanova. M., 2014. Pp. 183–193.
5. Piazhe ZH. Prepodavanie matematiki / ZH. Piazhe, E. Bet, ZH. D'edonne, A. Likhnerovich, G. SHoke, K. Gatten'o [Teaching Mathematics / J. Piaget, E. Beth, J. Dieudonne, A. Lichnerowicz, G. Shock, C. Gattegn]. M., 1960. 162 p.
6. Osipenko L.E. Matematicheskoe sodержanie uchebno-issledovatel'skoi deyatel'nosti po estestvennonauchnym distsiplinam [The Mathematical Content of Research Activities on Sciences] // Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Pedagogika. 2013. no. 3. Pp. 32–36.
7. Ren'i A. Trilogiya o matematike: perevod s vengerskogo [Trilogy on Mathematics: Translated from Hungarian]. M., 1980. 312 p.
8. Rudnitskaya V.N., Kochurova K.E., Rydze O.A. Matematika. Uchebnik. 1 klass. «Shkola XXI veka» [Math. Tutorial. 1 Form. "School of the XXI Century"]. M., 2015. 256 p.
9. Khinchin A.YA. Pedagogicheskie stat'i: Voprosy prepodavaniya matematiki. Bor'ba s metodicheskimi shtampami. 3-e izd [Pedagogical Articles: Issues of Teaching Mathematics. The Struggle against Methodological Stamps. 3rd ed.]. M., 2013. 208 p.
10. Sharygin I. Matematicheskoe obrazovanie: vchera, segodnya, zavtra [Elektronnyi resurs]. [Mathematic Education: Yesterday, Today and Tomorrow [Electronic Source].] – URL: [http://scepsis.net/library/id\\_638.html](http://scepsis.net/library/id_638.html) (request date 01. 01. 2016)

11. Frai KH. Matematika lyubvi. Zakonomernosti, dokazatel'stva i poisk ideal'nogo resheniya; perevod s angl. E. Valkina [The Mathematics of Love. Patterns, Proofs and the Search for the Perfect Solution; Translation from English. E. Valkina]. M., 2015. 160 p.

---

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

*Айгунова Ольга Александровна* – кандидат психологических наук, заведующий лабораторией развития в образовании Института системных проектов Московского городского педагогического университета;  
e-mail: labpk21@gmail.com

*Осипенко Людмила Евгеньевна* – кандидат педагогических наук, доцент, ведущий научный сотрудник лаборатории развития в образовании Института системных проектов Московского городского педагогического университета;  
e-mail: l\_osipenko@mail.ru

*Саликова Эвелина Мария Вячеславовна* – младший научный сотрудник лаборатории развития в образовании Института системных проектов Московского городского педагогического университета;  
e-mail: evelina.salikova@mail.ru

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

*Aygunova Olga A.* – PhD in Psychology, Head of the Education Development Laboratory, Institute of Systemic Projects, Moscow City Teacher Training University;  
e-mail: labpk21@gmail.com

*Osipenko Ludmila E.* – PhD in Pedagogics, Associate Professor, Leading Researcher of the Education Development Laboratory, Institute of Systemic Projects, Moscow City Teacher Training University;  
e-mail: l\_osipenko@mail.ru

*Salikova Evelina Maria V.* – Junior Researcher of the Education Development Laboratory, Institute of Systemic Projects, Moscow City Teacher Training University;  
e-mail: l\_osipenko@mail.ru

---

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

*Айгунова О.А., Осипенко Л.Е., Саликова Э.М.В.* Проектирование прикладных математических задач, развивающих операторные подструктуры мышления // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Педагогика. 2016. № 3. С. 43–52. DOI: 10.18384/2310-7219-2016-3-43-52

#### BIBLIOGRAPHIC REFERENCE

*O. Aygunova, L. Osipenko, E.M. Salikova.* Designing applied mathematical problems developing operational substructures // Bulletin of Moscow State Regional University. Series: Pedagogics. 2016. no 3. Pp. 43–52.  
DOI: 10.18384/2310-7219-2016-43-52