

## РАЗДЕЛ II. ФИЗИКА

---

УДК: 517.958:537.84;535.3

DOI: 10.18384/2310-7251-2016-3-18-29

### КВАНТОВАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ ПЛАЗМА, МЕТАЛЛИЧЕСКАЯ ПЛЁНКА И ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ\*

***Зверев Н.В., Юшканов А.А.***

*Московский государственный областной университет,  
105005, г. Москва, ул. Радио, д. 10а, Российская Федерация*

***Аннотация.*** С помощью численных расчётов изучено влияние квантовых волновых свойств электронов электронной плазмы на взаимодействие электромагнитного излучения с тонкой металлической плёнкой. Рассмотрены оптические коэффициенты отражения, прохождения и поглощения излучения. Показано, что данные коэффициенты для квантовой плазмы отличаются как от коэффициентов вырожденной классической электронной плазмы с учётом пространственной дисперсии, так и от коэффициентов для электронного газа в подходе Друде – Лоренца без учёта пространственной дисперсии.

***Ключевые слова.*** квантовая плазма, металлическая плёнка, электромагнитное излучение, оптические коэффициенты.

---

© Зверев Н.В., Юшканов А.А., 2016

\*Работа выполнена при поддержке грантов Президента РФ МК-2382.2014.9 и РФФИ №№ 15-37-20441 мол\_а\_вед, 14-47-03608 (совместно с правительством Московской области).

## QUANTUM ELECTRON PLASMA, THIN METAL FILM AND ELECTROMAGNETIC RADIATION

*N. Zverev, A. Yushkanov*

*Moscow State Regional University, ul. Radio 10a, 105005 Moscow, Russia*

**Abstract.** The influence of the quantum wave properties of electrons in the electron plasma on the interaction of electromagnetic radiation with a thin metallic film is studied numerically. The optical coefficients of reflectance, transmittance and absorptance are considered. It is shown that for the quantum plasma these coefficients differ both from the coefficients of the degenerate classical electron plasma accounting for the spatial dispersion and from the coefficients of the classical electron gas in the Drude–Lorentz approach without the spatial dispersion.

**Keywords:** quantum plasma, metallic film, electromagnetic radiation, optical coefficients.

### 1. Введение

Исследования взаимодействия электромагнитного излучения с материалами малых размеров в настоящее время представляют большой интерес [1; 8]. Данные исследования имеют как теоретическое значение, так и практическое применение, направленное на создание микроскопических и наноразмерных оптических устройств.

Одним из таких исследований является изучение взаимодействия излучения с тонким металлическим слоем, находящимся между двумя диэлектриками. При этом используют кинетическое уравнение Больцмана и учитывают пространственную дисперсию электронной плазмы [2; 4].

Однако в данных исследованиях не учитываются квантовые волновые свойства электронов электронной плазмы. Это обусловлено трудностями получения приемлемых соотношений для продольной и поперечной диэлектрических проницаемостей квантовой электронной плазмы [9–14]. В то же время электроны в веществах подчиняются квантовым законам. Поэтому квантовые волновые свойства электронов в металлах могут оказывать влияние на взаимодействие излучения с металлическими объектами. Такое влияние может быть заметным в случае излучения высоких частот, начиная с инфракрасного диапазона, и для объектов нанометровых размеров. В настоящей работе изучается влияние квантовых волновых свойств вырожденного

электронного газа на взаимодействие излучения с плоской металлической плёнкой. При этом исследуются оптические коэффициенты отражения, прохождения и поглощения электромагнитного излучения.

## 2. Модель и оптические коэффициенты

Мы рассматриваем плоскую металлическую плёнку толщиной  $d$ , расположенную между двумя прозрачными диэлектрическими средами с диэлектрическими проницаемостями  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  (рис. 1). Считаем, что данные среды являются изотропными немагнитными веществами, а диэлектрические проницаемости данных сред являются положительными и постоянными.

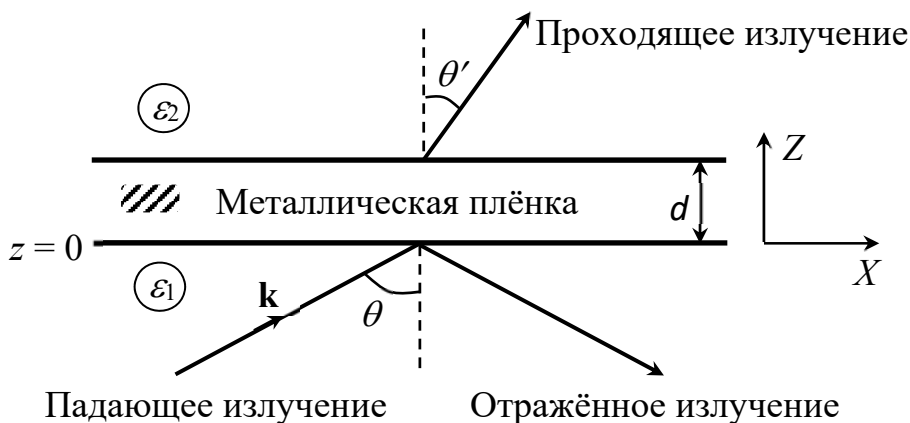


Рис. 1. Схема распространения электромагнитного излучения

Пусть электромагнитное излучение падает на металлическую плёнку под углом  $\theta$  со стороны первой среды с  $\varepsilon_1$ . Тогда оптические коэффициенты отражения излучения от плёнки  $R$ , прохождения через плёнку  $T$  и поглощения излучения в плёнке  $A$  определяются по формулам:

$$R = \left| \frac{U^{(1)} + U^{(2)}}{V^{(1)} + V^{(2)}} \right|^2, \quad (1a)$$

$$T = \operatorname{Re} \left( \frac{\cos \theta'}{\cos \theta} \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \left| \frac{U^{(1)} V^{(2)} - U^{(2)} V^{(1)}}{V^{(1)} + V^{(2)}} \right|^2 \right), \quad (1б)$$

$$A = 1 - R - T, \quad (1в)$$

где величины  $U^{(j)}$  и  $V^{(j)}$  в случае Р-волны ( $\mathbf{E}$  лежит в плоскости падения волны  $XZ$ ) определяются формулами ( $j = 1, 2$ ):

$$U^{(j)} = \frac{\cos \theta - Z_P^{(j)} \sqrt{\varepsilon_1}}{\cos \theta' + Z_P^{(j)} \sqrt{\varepsilon_2}}, \quad V^{(j)} = \frac{\cos \theta + Z_P^{(j)} \sqrt{\varepsilon_1}}{\cos \theta' + Z_P^{(j)} \sqrt{\varepsilon_2}}, \quad (2a)$$

а в случае S-волны (**H** лежит в плоскости падения):

$$U^{(j)} = \frac{1 + Z_S^{(j)} \sqrt{\varepsilon_1} \cos \theta}{1 - Z_S^{(j)} \sqrt{\varepsilon_2} \cos \theta'}, \quad V^{(j)} = \frac{1 - Z_S^{(j)} \sqrt{\varepsilon_1} \cos \theta}{1 - Z_S^{(j)} \sqrt{\varepsilon_2} \cos \theta'}. \quad (2b)$$

В данных формулах  $\theta'$  – угол преломления во вторую среду с  $\varepsilon_2$ , определяемый соотношением:

$$\sqrt{\varepsilon_1} \sin \theta = \sqrt{\varepsilon_2} \sin \theta'.$$

В случае полного внутреннего отражения  $\sin \theta' > 1$ , величина  $\cos \theta'$  является чисто мнимой с  $\text{Im} \cos \theta' > 0$ . Кроме того  $Z_P^{(j)}$  и  $Z_S^{(j)}$  – безразмерные поверхностные импедансы электромагнитного излучения, определяемые на поверхности падения на плёнку ( $z = 0$ ) по формулам:

$$Z_P^{(j)} = \frac{1}{Z_0} \frac{E_x^{(j)}}{H_y^{(j)}} \Big|_{z=0}, \quad Z_S^{(j)} = \frac{1}{Z_0} \frac{E_y^{(j)}}{H_x^{(j)}} \Big|_{z=0}.$$

Здесь  $Z_0$  – волновое сопротивление вакуума в системе СИ. Индекс  $j = 1$  соответствует нечётным конфигурациям полей **E** и **H** внутри плёнки (область  $0 \leq z \leq d$ ), а  $j = 2$  – чётным конфигурациям:

$$E_x^{(j)}(x, y, d - z) = (-1)^j E_x^{(j)}(x, y, z) \quad (\text{P-волна}),$$

$$H_x^{(j)}(x, y, d - z) = (-1)^j H_x^{(j)}(x, y, z) \quad (\text{S-волна}).$$

Формулы (1a) и (1б) для оптических коэффициентов отражения и прохождения соответствуют формулам, приведенным в работах [6; 7]. В случае вакуума или воздуха при  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$  эти формулы переходят в соотношения, данные в работах [2; 3; 8].

### 3. Поверхностные импедансы и диэлектрические проницаемости электронной плазмы

Поверхностные импедансы  $Z_P^{(j)}$  и  $Z_S^{(j)}$  в случае зеркального отражения электронов от поверхности плёнки имеют вид [2; 3] ( $j = 1, 2$ ):

$$Z_P^{(j)} = \frac{2i\Omega}{\beta W} \sum_n \frac{1}{Q_n^2} \left( \frac{Q_x^2}{\Omega^2 \varepsilon_l(\Omega, Q_n)} + \frac{(\pi n/W)^2}{\Omega^2 \varepsilon_{tr}(\Omega, Q_n) - (Q_n/\beta)^2} \right), \quad (3a)$$

$$Z_S^{(j)} = -\frac{2i\Omega}{\beta W} \sum_n \frac{1}{\Omega^2 \varepsilon_{tr}(\Omega, Q_n) - (Q_n/\beta)^2}. \quad (3b)$$

В этих формулах при  $j = 1$  суммирование ведётся по всем нечётным целым  $n = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$ , а в случае  $j = 2$  – по всем чётным  $n = 0, \pm 2, \pm 4, \dots$

Далее,  $\varepsilon_l$  и  $\varepsilon_{tr}$  – продольная и поперечная диэлектрические проницаемости электронной плазмы. Для квантовой вырожденной электронной плазмы с учётом волновых свойств электронов эти проницаемости найдены в работах [13; 14] в рамках подхода Мермина [10], в котором используется матрица плотности электронов в пространстве импульсов. Данные проницаемости при нулевой температуре в случае постоянного времени релаксации имеют следующий вид:

$$\varepsilon_l^{(qu)}(\Omega, Q) = 1 + \frac{3}{4Q^2} \frac{(\Omega+i\gamma)F(\Omega+i\gamma, Q)F(0, Q)}{\Omega F(0, Q) + i\gamma F(\Omega+i\gamma, Q)}, \quad (4a)$$

$$\varepsilon_{tr}^{(qu)}(\Omega, Q) = 1 - \frac{1}{\Omega^2} \left( 1 + \frac{\Omega G(\Omega+i\gamma, Q) + i\gamma G(0, Q)}{\Omega+i\gamma} \right). \quad (4б)$$

Здесь  $F$  и  $G$  – функции, определённые соотношениями:

$$F(\Omega + i\gamma, Q) = \frac{1}{r} [B_1(\Omega_+ + i\gamma, Q) - B_1(\Omega_- + i\gamma, Q)] + 2,$$

$$G(\Omega + i\gamma, Q) = \frac{3}{16r} [B_2(\Omega_+ + i\gamma, Q) - B_2(\Omega_- + i\gamma, Q)] +$$

$$+ \frac{9}{8} \left( \frac{\Omega + i\gamma}{Q} \right)^2 + \frac{3}{32} Q^2 r^2 - \frac{5}{8},$$

где обозначено:

$$B_\alpha(\Omega + i\gamma, Q) = \frac{[(\Omega + i\gamma)^2 - Q^2]^\alpha}{Q^{2\alpha+1}} L(\Omega + i\gamma, Q) \quad (\alpha = 1, 2),$$

$$L(\Omega + i\gamma, Q) = \ln \frac{\Omega + i\gamma - Q}{\Omega + i\gamma + Q}, \quad \Omega_\pm = \Omega \pm \frac{1}{2} Q^2 r.$$

Кроме того, используются безразмерные величины и параметры:

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_p}, \quad \beta = \frac{v_F}{c}, \quad \gamma = \frac{1}{\omega_p \tau}, \quad r = \frac{\hbar \omega_p}{m_e v_F^2}, \quad W = \frac{\omega_p d}{v_F}, \quad (5)$$

$$Q = \frac{v_F |\mathbf{k}|}{\omega_p}, \quad Q_n = \sqrt{\left( \frac{\pi n}{W} \right)^2 + Q_x^2}, \quad Q_x = \frac{v_F k_x}{\omega_p}.$$

Здесь  $\omega$  – циклическая частота излучения,  $\omega_p$  – плазменная частота вырожденного электронного газа,  $v_F$  – скорость Ферми электронов,  $c$  – скорость света в вакууме,  $\tau$  – время релаксации электронов вследствие их столкновений в плазме,  $m_e$  – эффективная масса электронов проводимости,  $\hbar$  – постоянная Планка,  $k_x$  – проекция волнового вектора  $\mathbf{k}$  падающего излучения на ось  $X$  в плоскости плёнки (см. рис. 1), равная:

$$k_x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_1} \sin \theta.$$

Тогда безразмерная величина  $Q_x$  с учётом (5) равна:

$$Q_x = \beta \Omega \sqrt{\varepsilon_1} \sin \theta.$$

Величину  $r$  мы в дальнейшем называем квантовым параметром.

Диэлектрические проницаемости (4а) и (4б) квантовой плазмы в пределе квантового параметра  $r \rightarrow 0$  переходят в соответствующие выражения для диэлектрических проницаемостей  $\varepsilon_l^{(cl)}(\Omega, Q)$  и  $\varepsilon_{tr}^{(cl)}(\Omega, Q)$  вырожденной электронной плазмы без учёта волновых свойств электронов [2; 3]:

$$\varepsilon_l^{(cl)}(\Omega, Q) = 1 + \frac{3}{Q^2} \left( 1 + \frac{\Omega + i\gamma}{2Q} L(\Omega + i\gamma, Q) \right) \times \left( 1 + \frac{i\gamma}{2Q} L(\Omega + i\gamma, Q) \right)^{-1}, \quad (6a)$$

$$\varepsilon_{tr}^{(cl)}(\Omega, Q) = 1 - \frac{3}{4\Omega} \left( \frac{2(\Omega + i\gamma)}{Q^2} + B_1(\Omega + i\gamma, Q) \right). \quad (6b)$$

Данную плазму называем классической вырожденной электронной плазмой с пространственной дисперсией.

В пределе  $Q \rightarrow 0$  квантовые диэлектрические проницаемости (4а) и (4б), как и диэлектрические проницаемости (6а) и (6б) классической вырожденной плазмы, переходят в диэлектрическую проницаемость классического электронного газа в рамках подхода Друде-Лоренца без учёта пространственной дисперсии:

$$\varepsilon_l^{(DL)}(\Omega) = \varepsilon_{tr}^{(DL)}(\Omega) = 1 - \frac{1}{\Omega(\Omega + i\gamma)}. \quad (7)$$

#### 4. Результаты расчётов

Нами выполнены численные расчёты оптических коэффициентов отражения  $R$ , прохождения  $T$  и поглощения  $A$  по формулам (1)–(4), (6) и (7) для диэлектрических проницаемостей электронной плазмы в различных подходах. Типичные результаты расчётов представлены на рис. 2 для S-волны и рис. 3 для P-волны. Для расчетов использованы следующие данные, характерные для металла калия [2; 3]:  $\omega_p = 6.61 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ ,  $\nu_F = 8.5 \cdot 10^5 \text{ м/с}$ , эффективная масса электронов проводимости равна массе свободных электронов, и  $\gamma = 10^{-3}$ . Поэтому согласно (5) нами взяты безразмерные параметры  $\beta = 2.83 \cdot 10^{-3}$  и  $r = 1.07$ . В качестве первой диэлектрической среды взят воздух или вакуум с  $\varepsilon_1 = 1$ , а второй диэлектрической средой, или подложкой, служит кварц с  $\varepsilon_2 = 2$ .

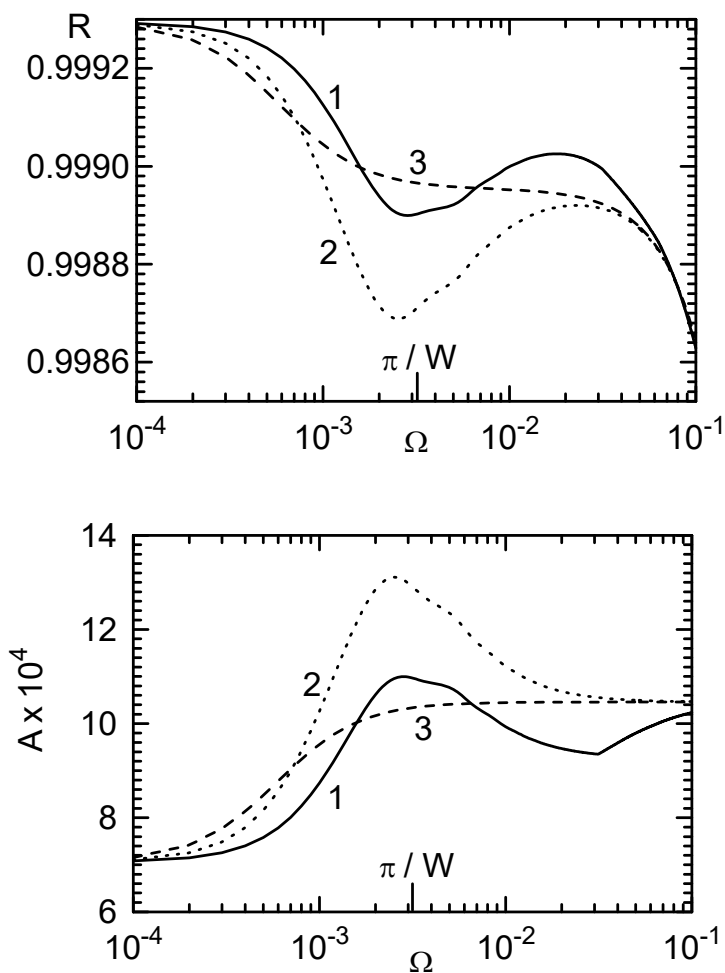


Рис. 2. Зависимости коэффициентов отражения  $R$  (верхний рисунок) и поглощения  $A$  (нижний рисунок) для  $S$ -волны от безразмерной частоты  $\Omega$ : 1 – квантовая плазма, 2 – классическая вырожденная плазма, 3 – подход Друде-Лоренца. Величины  $\theta = 60^\circ$ ,  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 2$ ,  $W = 1000$ ,  $\beta = 2.83 \cdot 10^{-3}$ ,  $\gamma = 10^{-3}$ ,  $r = 1.07$ .

Расчёты показывают, что для безразмерных частот  $\Omega \sim \frac{\pi}{W}$  (рис. 2) и  $\Omega \sim 1$  (рис. 3) оптические коэффициенты отражения, прохождения и поглощения квантовой электронной плазмы отличаются от данных коэффициентов как классической вырожденной электронной плазмы с пространственной дисперсией, так и электронного газа в подходе Друде-Лоренца. Это отличие вызвано проявлением не только размерных эффектов пространственной

дисперсии [3; 5–8], но также и квантовых волновых свойств электронов в электронной плазме. Кроме того, при  $\Omega > 1$  (рис. 3) данные волновые свойства электронов приводят к смещению, сглаживанию и устранению большинства классических резонансных пиков [3; 6], вызванных колебаниями электронной плазмы вдоль оси  $Z$  [1].

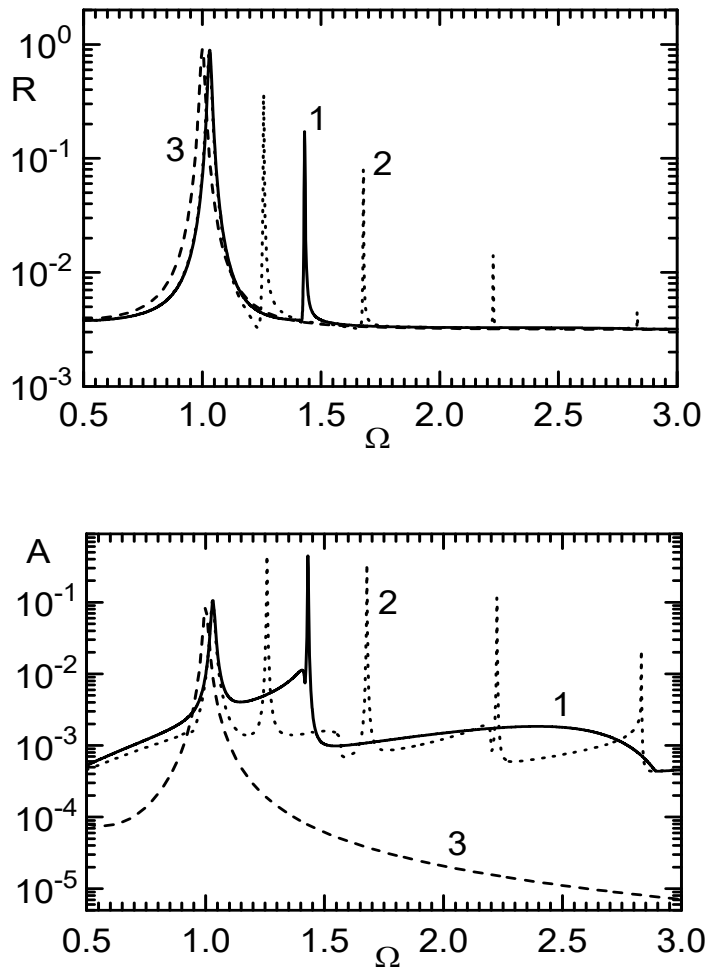


Рис. 3. Зависимости коэффициентов отражения  $R$  (верхний рисунок) и поглощения  $A$  (нижний рисунок) для Р-волны от безразмерной частоты  $\Omega$ : 1 – квантовая плазма, 2 – классическая вырожденная плазма, 3 – подход Друде-Лоренца. Величины  $\theta = 60^\circ$ ,  $\varepsilon_1 = 1$ ,  $\varepsilon_2 = 2$ ,  $W = 10$ ,  $\beta = 2.83 \cdot 10^{-3}$ ,  $\gamma = 10^{-3}$ ,  $r = 1.07$ .



Стоит также отметить, что согласно (5) значения  $W = 10$  и  $W = 1000$  соответствуют толщине плёнки  $d = 1.28$  нм и  $d = 128$  нм соответственно. Поэтому квантовые волновые свойства электронов вместе с размерными эффектами пространственной дисперсии существенны в случае металлических плёнок нанометровых размеров. А поскольку плазменная частота электронов лежит в ультрафиолетовой области, данные квантовые свойства электронов заметны для частот от терагерцового и инфракрасного до видимого и ультрафиолетового диапазонов.

### 5. Заключение

В данной работе выполнены численные исследования влияния квантовых волновых свойств электронов вырожденной электронной плазмы на взаимодействие электромагнитного излучения с тонкой металлической плёнкой, расположенной между двумя прозрачными диэлектрическими средами. В результате исследований показано, что оптические коэффициенты с диэлектрическими проницаемостями квантовой плазмы отличаются от этих коэффициентов, рассчитанных для диэлектрических проницаемостей как классической вырожденной электронной плазмы с учётом пространственной дисперсии, так и классического электронного газа в подходе Друде - Лоренца без учёта пространственной дисперсии. Такое отличие наблюдается в областях частот от терагерцового и инфракрасного до видимого и ультрафиолетового диапазонов для плёнок нанометровых размеров.

Рассмотренные эффекты квантовых волновых свойств электронов в электронной плазме металлов необходимо принимать во внимание при изучении взаимодействия электромагнитного излучения с тонкими металлическими объектами, а также при конструировании оптических устройств с металлическими плёнками, работающими в качестве волноводов или управляемых оптических фильтров.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Pitarke J.M., Silkin V.M., Chulkov E.V. and Echenique P.M. Theory of surface plasmons and surface-plasmon polaritons // Rep. Progr. Phys. 2007. V. 70. P. 1–87.

2. Kliewer K.L. and Fuchs R. Anomalous Skin Effect for Specular Electron Scattering and Optical Experiments at Non-Normal Angles of Incidence // *Phys. Rev.* 1968. Vol. 172. no. 3. pp. 607–624.
3. Jones W.E., Kliewer K.L. and Fuchs R. Nonlocal Theory of the Optical Properties of Thin Metallic Films // *Phys. Rev.* 1969. Vol. 178. no. 3. pp. 1201–1203.
4. Kliewer K.L. and Fuchs R. Surface Plasmons in a Semi-Infinite Free Electron gas // *Phys. Rev. B.* 1971. Vol. 3. no. 7. pp. 2270–2278.
5. Парадес-Хуарес А., Диас-Монхе С., Макаров М.Н., Перес-Родригес Ф. Нелокальные эффекты в электродинамике металлических пластин // *Письма в Журнал экспериментальной и технической физики.* 2009. Т. 90. С. 687–692.
6. Латышев А.В., Юшканов А.А. Взаимодействие электромагнитной Е-волны с металлической плёнкой, расположенной между двумя диэлектрическими средами // *Оптика и спектроскопия.* 2012. Т. 112. № 1. С. 139–146.
7. Латышев А.В., Юшканов А.А. Взаимодействие электромагнитной Н-волны с металлической плёнкой, расположенной между двумя диэлектрическими средами // *Оптический журнал.* 2012. Т. 79. № 6. С. 1–9.
8. Зверев Н.В., Юшканов А.А. Электромагнитное излучение и тонкая металлическая пластина // *Вестник Московского областного государственного университета. Серия: Физика-математика.* 2015. № 3. С. 56–61.
9. Lindhard J. On the properties of a gas of charged particles // *Danske Vid. Selsk. Mat. -Fys. Medd.* 1954. Vol. 28. no. 8. pp. 1–57.
10. Mermin N.D. Lindhard Dielectric Function in the Relaxation-Time Approximation // *Phys. Rev. B.* 1970. Vol. 1. no. 5. pp. 2362–2363.
11. Латышев А.В., Юшканов А.А. Продольная диэлектрическая проницаемость квантовой вырожденной столкновительной плазмы // *Теоретическая и математическая физика.* 2011. Т. 169. № 3. С. 431–443.
12. Латышев А.В., Юшканов А.А. Поперечная электрическая проводимость в квантовой столкновительной плазме // *Физика плазмы.* 2012. Т. 38. № 11. С. 977–986.
13. Латышев А.В., Юшканов А.А. Поперечная электрическая проводимость квантовой столкновительной плазмы в подходе Мермина // *Теоретическая и математическая физика.* 2013. Т. 175. № 1. С. 132–143.
14. Латышев А.В., Юшканов А.А. Продольная электрическая проводимость в квантовой плазме с переменной частотой столкновений в рамках подхода Мермина // *Теоретическая и математическая физика.* 2014. Т. 178. № 1. С. 147–160.

## REFERENCES

1. Pitarke J.M., Silkin V.M., Chulkov E.V. and Echenique P.M. Theory of surface plasmons and surface-plasmon polaritons // *Rep. Progr. Phys.* 2007. V. 70. P. 1–87.
2. Kliewer K.L. and Fuchs R. Anomalous Skin Effect for Specular Electron Scattering and Optical Experiments at Non-Normal Angles of Incidence // *Phys. Rev.* 1968. Vol. 172. no. 3. pp. 607–624.
3. Jones W.E., Kliewer K.L. and Fuchs R. Nonlocal Theory of the Optical Properties of Thin Metallic Films // *Phys. Rev.* 1969. Vol. 178. no. 3. pp. 1201–1203.
4. Kliewer K.L. and Fuchs R. Surface Plasmons in a Semi-Infinite Free Electron gas // *Phys. Rev. B.* 1971. Vol. 3. no. 7. pp. 2270–2278.
5. Parades-KHuares A., Dias-Monkhe S., Makarov M.N., Peres-Rodrigues F. Nelokal'nye efekty v elektrodinamike metallicheskih plastin [Nonlocal effects in the electrodynamics of metal plates] // *Pis'ma v Zhurnal eksperimental'noi i tekhnicheskoi fiziki.* 2009. T. 90 [Letters to Journal of experimental and technical physics. 2009. Vol. 90]. pp. 687–692.
6. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Vzaimodeistvie elektromagnitnoi E-volny s metallicheskoj plenkoi, raspolozhennoi mezhdu dvumya dielektricheskimi sredami [The interaction of electromagnetic E-waves by a metallic film sandwiched between two dielectric media] // *Optika i spektroskopiya.* 2012. T. 112. no. 1. pp. 139–146.
7. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Vzaimodeistvie elektromagnitnoi H-volny s metallicheskoj plenkoi, raspolozhennoi mezhdu dvumya dielektricheskimi sredami [The interaction of electromagnetic H-waves with a metallic film sandwiched between two dielectric media] // *Opticheskii zhurnal.* 2012. T. 79. no. 6. pp. 1–9.
8. Zverev N.V., Yushkanov A.A. Elektromagnitnoe izluchenie i tonkaya metallicheskaya plastina [Electromagnetic radiation and a thin metal plate] // *Vestnik Moskovskogo oblastnogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika.* 2015. no. 3. pp. 56–61.
9. Lindhard J. On the properties of a gas of charged particles // *Danske Vid. Selsk. Mat. -Fys. Medd.* 1954. Vol. 28. no. 8. pp. 1–57.
10. Mermin N.D. Lindhard Dielectric Function in the Relaxation-Time Approximation // *Phys. Rev. B.* 1970. Vol. 1. no. 5. pp. 2362–2363.
11. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Prodol'naya dielektricheskaya pronitsaemost' kvantovoi vyrozhdennoi stolknovitel'noi plazmy [Longitudinal dielectric permeability of quantum degenerate collisional plasma] // *Teoreticheskaya i matematicheskaya fizika.* 2011. Vol. 169. no. 3. pp. 431–443.
12. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Poperechnaya elektricheskaya provodimost' v kvantovoi stolknovitel'noi plazme [Transverse electric conductivity in quantum collisional plasma] // *Fizika plazmy.* 2012. Vol. 38. no. 11. pp. 977–986.
13. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Poperechnaya elektricheskaya provodimost' kvantovoi stolknovitel'noi plazmy v podkhode Mermina [Transverse electric conductivity in quantum collisional plasma in the approach Mermin] // *Teoreticheskaya i matematicheskaya fizika.*

2013. Vol. 175. no. 1. pp. 132–143.

14. Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Prodol'naya elektricheskaya provodimost' v kvantovoi plazme s peremennoi chastotoi stolknovonii v ramkakh podkhoda Mermina [Longitudinal electric conductivity in a quantum plasma with variable frequency of collisions in the approach Mermin] // Teoreticheskaya i matematicheskaya fizika. 2014. Vol. 178. no. 1. pp. 147–160.

---

### ИНФОМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

*Зверев Николай Витальевич* – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета;  
e-mail: zverev\_nv@mail.ru

*Юшканов Александр Алексеевич* – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики, Московский государственный областной университет;  
e-mail: yushkanov@inbox.ru

### INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

*Zverev Nikolai Vital'evich* – candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the Department of Theoretical Physics at the Moscow State Regional University;  
e-mail: zverev\_nv@mail.ru

*Yushkanov Aleksandr Alekseevich* – doctor of physical and mathematical sciences, professor of the Department of Theoretical Physics at the Moscow State Regional University;  
e-mail: yushkanov@inbox.ru

---

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

*Зверев Н.В., Юшканов А.А.* Квантовая электронная плазма, металлическая плёнка и электромагнитное излучение // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2016. № 3. С. 18–29.  
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-3-18-29.

### BIBLIOGRAPHIC REFERENCE

*N. Zverev, A. Yushkanov* Quantum electron plasma, thin metal film and electromagnetic radiation // Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics. 2016. no. 3. pp. 18–29.  
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-3-18-29.