

УДК 539.23+539.216.1+537.311.31

DOI: 10.18384/2310-7251-2016-3-72-83

К ВОПРОСУ О РАСЧЁТЕ ПЛОТНОСТИ ТОКА ВНУТРИ ТОНКОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРОВОЛОКИ ИЗ МЕТАЛЛА В ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Завитаев Э.В., Русаков О.В., Харитонов К.Е.

*Государственный гуманитарно-технологический университет,
164010, Московская обл., г. Орехово-Зуево, ул. Зелёная, д. 22, Российская
Федерация*

Аннотация. Выполнен расчёт плотности тока внутри тонкой цилиндрической проволоки из металла, помещенной в продольное магнитное поле. Рассмотрен общий случай, когда отношение длины свободного пробега электронов к радиусу проволоки может принимать произвольные значения. В качестве граничных условий задачи принято условие учитывающее зависимость коэффициента зеркальности от угла падения между вектором скорости электрона и нормалью к поверхности металла. Проведено сравнение полученных результатов с теоретическими расчётами для модели зеркально-диффузных граничных условий. Рассмотрен предельный случай и проведено обсуждение полученных результатов.

Ключевые слова: тонкая проволока, плотность тока, магнитная индукция.

CALCULATION OF THE CURRENT DENSITY IN A THIN CYLINDRICAL METAL WIRE IN THE LONGITUDINAL MAGNETIC FIELD

E. Zavitaev, O. Rusakov, K. Kharitonov

*Moscow Regional Institution of Higher Education "University for Humanities and
Technologies"
ul. Zelenaya 22, 164010 Orekhovo-Zuyevo, Moscow region, Russia*

Abstract. The current density in a thin cylindrical metal wire placed in a longitudinal magnetic field is calculated. The general case is considered when the relation of a free run length of electrons to the radius of a wire can take arbitrary values. As boundary statements of the problem, use is made of the condition taking into account the dependence of the coefficient of a smooth surface on the angle of incidence between the vector of the electron velocity and the

normal to a metal surface. The results obtained are compared with theoretical calculations for a model of mirror and diffusion boundary conditions. The limiting case is considered and the results obtained are discussed.

Keywords: thin wire, current density, magnetic induction.

Введение

Электрические и магнитные свойства проводников, линейный размер которых сравним с длиной свободного пробега электронов, существенно отличаются от свойств «массивных» проводящих объектов [1].

Вопросы, касающиеся расчёта электрической проводимости тонких проволок, обсуждались в работах [2–9]. В упомянутых работах применяется подход, основанный на решении кинетического уравнения Больцмана для электронов в металле или полупроводнике. В частности, в работе [3] изучалась зависимость электрической проводимости тонкой цилиндрической проволоки в продольном магнитном поле от характера отражения электронов. Для выявления этой зависимости использовались зеркально-диффузные граничные условия (модель Фукса).

В настоящей работе выполнен расчёт плотности тока внутри тонкой цилиндрической проволоки из металла, помещённой в продольное магнитное поле с учётом зависимости коэффициента зеркальности q от дефектов поверхности и угла падения электронов на внутреннюю поверхность проволоки (модель Соффера) [7; 9].

Математическая модель и расчёт

Рассматривается прямая цилиндрическая проволока из немагнитного металла радиуса R и длины L (считаем, что $L \gg R$), помещённая в магнитное поле с индукцией \mathbf{B} , к концам которой приложено переменное напряжение частоты ω . При этом направления электрического и магнитного полей совпадают с осью симметрии проволоки. Скин-эффект не учитывается (предполагается, что $R < \gamma$ – глубины скин-слоя).

Однородное периодическое по времени электрическое поле

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t) \quad (1)$$

действует на электроны проводимости (они рассматриваются как вырожденный ферми-газ) внутри проволоки и вызывает отклонение f_1 их функции распределения f от равновесной фермиевской f_0 :

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = f_0(\varepsilon) + f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}), \quad \varepsilon = \frac{m\mathbf{v}^2}{2},$$

где \mathbf{r} – радиус-вектор (начало системы координат выбирается на оси проволоки), \mathbf{v} – скорость электрона, m – эффективная масса электрона в металле.

Это приводит к возникновению высокочастотного тока плотности

$$\mathbf{j} = e \int \mathbf{v} f \frac{2d^3(m\mathbf{v})}{h^3} = 2e \left(\frac{m}{h}\right)^3 \int \mathbf{v} f_1 d^3v, \quad (2)$$

где e – заряд электрона, h – постоянная Планка.

В формуле (2) используется стандартная нормировка функции распределения f , при которой плотность электронных состояний равна $2/h^3$.

Для равновесной функции $f_0(\varepsilon)$ далее используется ступенчатая аппроксимация [10]:

$$f_0(\varepsilon) = \theta(\varepsilon_F - \varepsilon) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_F, \\ 0, & \varepsilon_F < \varepsilon \end{cases},$$

где $\varepsilon_F = mv_F^2/2$ – энергия Ферми (v_F – скорость Ферми). Предполагается, что ферми-поверхность имеет сферическую форму.

Задача сводится к отысканию отклонения f_1 функции распределения электронов от равновесной f_0 , возникающего под действием высокочастотного поля (1). В линейном приближении по электрическому полю функция f_1 удовлетворяет кинетическому уравнению [10–12]:

$$-i\omega f_1 + \mathbf{v} \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} + e(\mathbf{v}\mathbf{E}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} + \frac{e}{m} [\mathbf{v}, \mathbf{B}] \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{v}} = -\frac{f_1}{\tau}, \quad (3)$$

где предполагается стационарная зависимость от времени ($f_1 \sim \exp(-i\omega t)$), а интеграл столкновений взят в приближении времени релаксации электронов τ :

$$\left(\frac{df_1}{dt}\right)_s = -\frac{f_1}{\tau}.$$

Для однозначного определения функции f_1 зададим следующее граничное условие, которое учитывает зависимость коэффициента зеркальности q от дефектов поверхности и угла падения электронов θ на внутреннюю поверхность проволоки (модель Соффера) [7; 9]:

$$f_1(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp, \mathbf{v}_z) = q(G, \cos\theta) f_1(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}'_\perp, \mathbf{v}_z) \quad \text{при} \quad \begin{cases} |r_\perp| = R, \\ \mathbf{r}_\perp \mathbf{v}_\perp < 0, \end{cases} \quad (4)$$

$$q(G, \cos\theta) = \exp[-(4\pi G)^2 \cos^2\theta], \quad G = \frac{h_s}{\lambda_F},$$

где \mathbf{r}_\perp и \mathbf{v}_\perp – соответственно, проекции радиус-вектора электрона \mathbf{r} и его скорости \mathbf{v} на плоскость, перпендикулярную оси проволоки:

$$\mathbf{v}'_\perp = \mathbf{v}_\perp - \frac{2\mathbf{r}_\perp(\mathbf{r}_\perp\mathbf{v}_\perp)}{R^2}.$$

\mathbf{v}'_\perp – вектор скорости, который при зеркальном отражении от внутренней поверхности в точке \mathbf{r}_\perp ($|\mathbf{r}_\perp| = R$) переходит в вектор \mathbf{v}_\perp , \mathbf{v}_z – составляющая скорости электрона вдоль оси; h_s – среднеквадратичная высота поверхностного рельефа, λ_F – длина волны де-Бройля электрона на поверхности Ферми.

После решения кинетического уравнения (3) методом характеристик [3] с учётом граничного условия (4), получаем:

$$f_1(t) = -\frac{A}{v} \left\{ \frac{(q-1)\exp(-vt')}{1-q\exp(-vT)} + 1 \right\}, \quad (5)$$

где

$$v = \frac{1}{\tau} - i\omega, \quad A = ev_z E_z \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}.$$

Параметр t' в выражении (5) имеет смысл времени движения электрона вдоль траектории от границы, на которой происходит отражение, до точки \mathbf{r} со скоростью \mathbf{v} . Параметр T – период движения электрона, то есть промежуток времени между двумя последовательными столкновениями электрона с поверхностью проволоки.

Определение параметров t' и T является центральным моментом данной задачи, так как наличие продольного магнитного поля приводит к тому, что часть электронов при отражении от границы проволоки двигается до следующего соударения с границей по винтовой линии, а траектории остальных электронов с границей проволоки не пересекаются ($t' \rightarrow \infty$)!

Рассмотрим проекцию траектории электрона на плоскость перпендикулярную оси проволоки. Эта проекция имеет вид дуги окружности. Понятно, что в случае пересечения с границей:

$$t' = \frac{\delta\varphi}{v_\perp}, \quad (6)$$

где $\delta = mv_\perp/eB$ – радиус дуги, а φ – соответствующий данной дуге центральный угол.

При вычислении интеграла (2) удобно перейти к цилиндрическим координатам в пространстве скоростей (v_{\perp}, α, v_z ; полярная ось – ось v_z). Ось симметрии проволоки совпадает с осью Z . Поле (1) в цилиндрических координатах имеет лишь z -компоненту:

$$\mathbf{E} = E_z \mathbf{e}_z; \quad E_z = E_0 \exp(-i\omega t).$$

Соответственно, и плотность тока (2) обладает лишь z -компонентой (линии тока являются прямыми параллельными оси Z):

$$j_z = \frac{3ne^2}{4\pi v_F^3 v} E_z \int v_F^2 \delta(\varepsilon - \varepsilon_F) \left[\frac{(q-1)\exp(-vt')}{1 - q\exp(-vT)} + 1 \right] d^3 v.$$

Воспользовавшись свойствами δ -функции и проинтегрировав по переменной v_z , имеем:

$$j_z = \frac{3ne^2 E_z}{2\pi m v_F^3 v} \iint_0^{v_F} v_{\perp} \sqrt{v_F^2 - v_{\perp}^2} \left[\frac{(q-1)\exp(-vt')}{1 - q\exp(-vT)} + 1 \right] dv_{\perp} d\alpha. \quad (7)$$

Здесь мы учли, что концентрация электронов проводимости в металлах определяется как:

$$n = 2 \frac{m^3}{h^3} \int f_0 d^3 v = 2 \frac{m^3}{h^3} \frac{4\pi v_F^3}{3}.$$

Для дальнейших вычислений и анализа результатов введем новые переменные:

$$\xi = \frac{r_{\perp}}{R}, \quad \rho = \frac{v_{\perp}}{v_F}, \quad \mu = \frac{eR}{mv_F} B,$$

$$\Omega = v \frac{R}{v_F} = \left(\frac{1}{\tau} - i\omega \right) \frac{R}{v_F} = \frac{R}{\tau v_F} - i \frac{R\omega}{v_F} = \frac{R}{\Lambda} - i \frac{R\omega}{v_F} = x - iy.$$

Учтём также, что

$$\cos\theta = \frac{v_{\perp}}{v_F} \cos\alpha = \rho \cos\alpha.$$

Тогда формулу (7) можно представить в виде:

$$j_z = \frac{3ne^2 R E_z}{2\pi m v_F \Omega} \iint_0^{1, 2\pi} \rho \sqrt{1 - \rho^2} \left[\frac{(q-1)\exp(-\Omega \varphi/\mu)}{1 - q\exp(-\Omega \varphi^*/\mu)} + 1 \right] d\rho d\alpha. \quad (8)$$

При интегрировании в выражении (8) углы φ (центральный угол дуги окружности, по которой двигается электрон в случае пересечения его траектории с границей проволоки) и φ^* (через этот угол выражается период движения электрона T) необходимо связать с углом α в пространстве скоростей (это угол между векторами \mathbf{r}_{\perp} и \mathbf{v}_{\perp} , причём $\mathbf{r}_{\perp} \mathbf{v}_{\perp} = r_{\perp} v_{\perp} \cos\alpha$).

Для определения угла φ получаем следующее выражение [3]:

$$\varphi = 2 \operatorname{arccctg} \left[\frac{2\rho\xi\mu\cos\alpha - \sqrt{D}}{\mu^2(\xi^2 - 1)} \right],$$

$$D = 4\rho^2(\rho^2 - 2\rho\xi\mu\sin\alpha + \xi^2\mu^2) - [\xi^2\mu^2 + 2\rho^2 - 2\rho\xi\mu\sin\alpha - \mu^2]^2.$$

Траектория электронов пересекается с границей проволоки, когда $D > 0$. При этом время движения электронов по траектории (параметр t') – конечная положительная величина.

Когда $D < 0$, траектория электронов не пересекается с границей проволоки ($t' \rightarrow \infty$). В этом случае при проведении вычислений нужно учесть, что в выражении (8) пропадает член, содержащий экспоненту.

Период движения электрона, то есть промежуток времени между двумя последовательными столкновениями электрона с поверхностью проволоки:

$$T = \frac{\delta\varphi^*}{v_{\perp}} = \frac{\Omega}{\mu} \varphi^*, \quad \varphi^* = 2\pi - (\varphi_2 - \varphi_1).$$

Здесь центральные углы $\varphi_1 \equiv \varphi$ и φ_2 определяют точки пересечения траектории электрона с границей проволоки, причём

$$\varphi_1 = 2 \operatorname{arccctg} \left[\frac{2\rho\xi\mu\cos\alpha - \sqrt{D}}{\mu^2(\xi^2 - 1)} \right], \quad \varphi_2 = 2 \operatorname{arccctg} \left[\frac{2\rho\xi\mu\cos\alpha + \sqrt{D}}{\mu^2(\xi^2 - 1)} \right].$$

Плотность тока (8) (заметим, что она является комплексной величиной) представим в виде:

$$j = j_0 F(\xi, x, y, \mu, G), \quad (9)$$

где

$$j_0 = \frac{3 n e^2 R E_z}{2 \pi m v_F},$$

$$F(\xi, x, y, \mu, G) =$$

$$= \frac{1}{\Omega} \int_0^{1.2\pi} \int_0^{2\pi} \rho \sqrt{1 - \rho^2} \left[\frac{(\exp(-(4\pi G \rho \cos\alpha)^2) - 1) \exp(-\Omega \varphi / \mu)}{1 - \exp(-(4\pi G \rho \cos\alpha)^2) \exp(-\Omega \varphi^* / \mu)} + 1 \right] d\rho d\alpha.$$

Полагая в формуле (9), что $q = \text{const}$ ($0 < q < 1$), приходим к выражению для расчёта плотности тока внутри цилиндрической проволоки из металла в продольном магнитном поле, полученному ранее на основе модели зеркально-диффузных граничных условий Фукса [3].

В заключение заметим, что независимо от характера отражения (при любом q) с ростом характерного поперечного размера проволоки (при $x \gg 1$) имеет место макроскопическая асимптотика безразмерной плотности тока

$$F(x, y) = \frac{2\pi}{3} \frac{x + iy}{x^2 + y^2},$$

причём, как видно из последней формулы, относительный вклад поверхностных эффектов убывает как x^{-1} ($|\Omega| \sim x$).

Обсуждение результатов

Сравним результаты численного расчёта модуля безразмерной плотности тока внутри тонкой цилиндрической проволоки, выполненные с применением моделей Фукса и Соффера.

На рис. 1 приведено отношение модуля безразмерной плотности тока $F(\mu, \xi, q)$, вычисленной с помощью модели граничных условий Фукса, к модулю безразмерной плотности тока $F(\mu, \xi, G)$, вычисленной в рамках модели граничных условий Соффера, как функции параметра шероховатости поверхности частицы G , причём $q = 1 - G$.

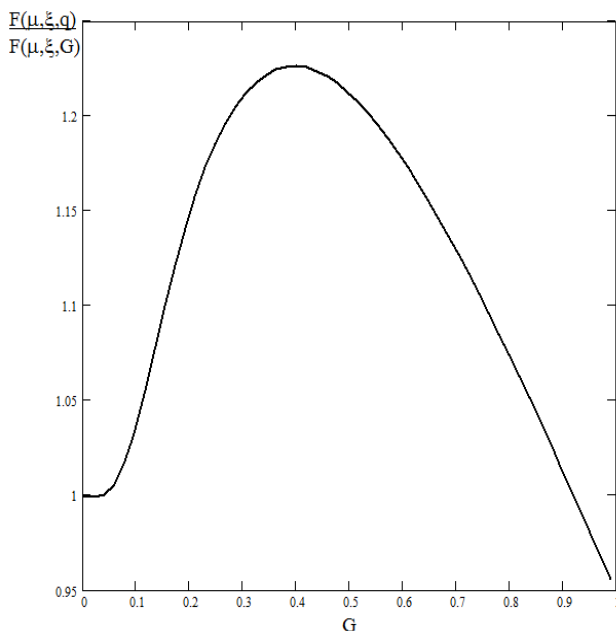


Рис. 1. Зависимость отношения модуля безразмерной плотности тока $F(\mu, \xi, q)$ к модулю безразмерной плотности тока $F(\mu, \xi, G)$ от параметра шероховатости поверхности частицы G ($q = 1 - G$) при постоянных значениях безразмерного текущего расстояния от оси симметрии проволоки ξ , безразмерной магнитной индукции μ , безразмерной обратной длины свободного пробега электронов x и безразмерной частоты электрического поля y : ($\xi = 0.95$; $\mu = 1$; $x = 0.1$; $y = 1$).

Из анализа хода кривой можно сделать вывод о том, что отличие модуля безразмерной плотности тока, рассчитанной с использованием различных моделей граничных условий, при фиксированных значениях параметров расчёта составляет от 5 до 23 %.

На рис. 2 такое сравнение проводится по безразмерному текущему расстоянию ξ , отсчитываемому от оси симметрии проволоки, а на рис. 3 – по безразмерной магнитной индукции μ внешнего продольного магнитного поля.

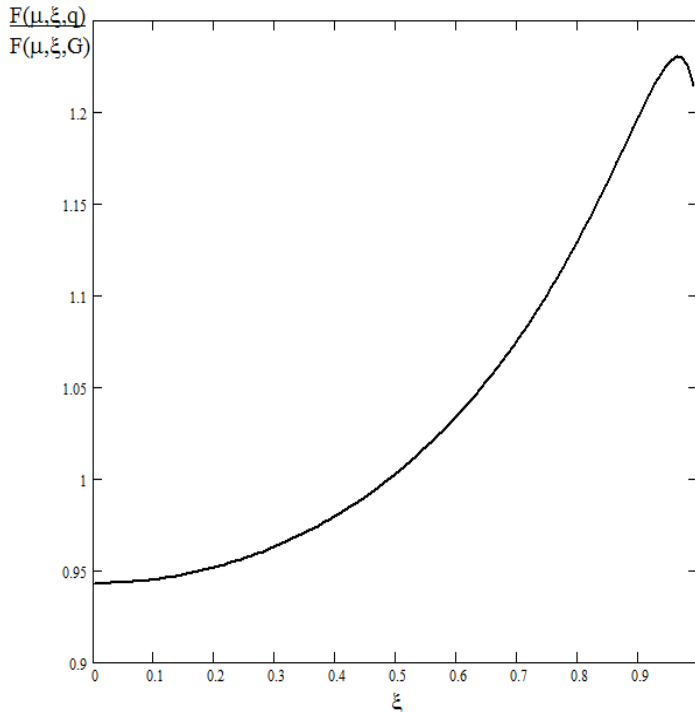


Рис. 2. Зависимость отношения модуля безразмерной плотности тока $F(\mu, \xi, q)$ к модулю безразмерной плотности тока $F(\mu, \xi, G)$ от безразмерного текущего расстояния от оси симметрии проволоки ξ при постоянных значениях параметра шероховатости поверхности частицы G ($q = 1 - G$), безразмерной магнитной индукции μ , безразмерной обратной длины свободного пробега электронов x и безразмерной частоты электрического поля y : ($G = 0.4$; $\mu = 1$; $x = 0.1$; $y = 1$).

Из хода кривой на рис. 2 видно, что расчёт модуля безразмерной плотности тока на основе модели граничных условий Фукса в середине проволоки даёт несколько заниженное (порядка 6%), а вблизи её поверхности несколько

завышенное значение (порядка 20%) по отношению к аналогичному расчёту с применением модели граничных условий Соффера.

Кривая, представленная на рис. 3, показывает, как отношение модулей безразмерной плотности тока, рассчитанной с использованием различных моделей граничных условий, зависит от безразмерной магнитной индукции μ внешнего продольного магнитного поля. Из хода кривой на рисунке видно, что модуль безразмерной плотности тока, рассчитанный с помощью модели граничных условий Фукса, превосходит соответствующий модуль безразмерной плотности тока (с переходом через максимум), рассчитанный в рамках модели граничных условий Соффера, при всех значениях величины безразмерной магнитной индукции.

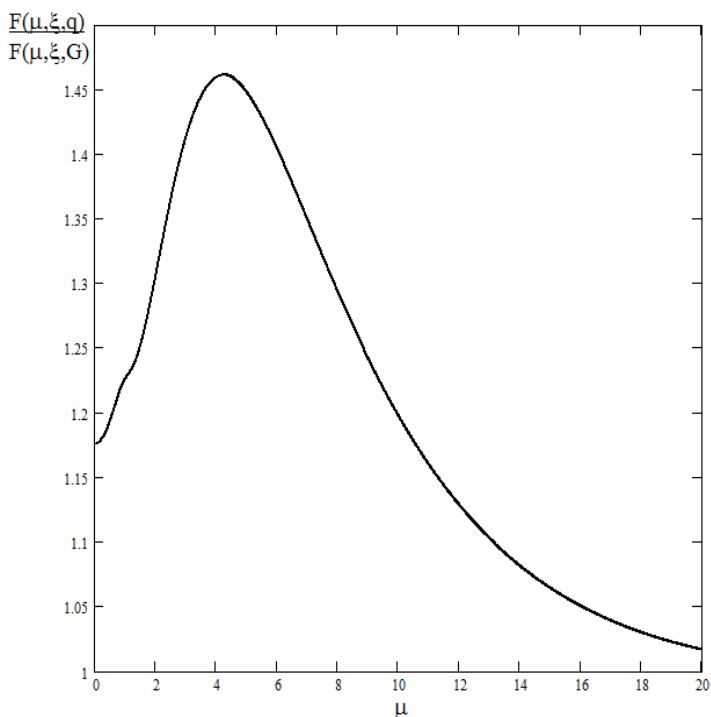


Рис. 3. Зависимость отношения модуля безразмерной плотности тока $F(\mu, \xi, q)$ к модулю безразмерной плотности тока $F(\mu, \xi, G)$ от безразмерной магнитной индукции μ при постоянных значениях безразмерного текущего расстояния от оси симметрии проволоки ξ , параметра шероховатости поверхности частицы G ($q = 1 - G$), безразмерной обратной длины свободного пробега электронов x и безразмерной частоты электрического поля y : ($\xi = 0.95$; $G = 0.4$; $x = 0.1$; $y = 1$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Петров Ю.И. Физика малых частиц. М.: Наука, 1982. 360 с.
2. Завитаев Э.В., Юшканов А.А. Высокочастотная проводимость тонкой проволоки из металла прямоугольного сечения // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2006. Т. 129. Вып. 5. С. 938–944.
3. Завитаев Э. В., Юшканов А. А. Зависимость электрической проводимости тонкой цилиндрической проволоки в продольном магнитном поле от характера отражения электронов. // Журнал экспериментальной и теоретической физики 2006. Т. 130. Вып. 5 (11). С. 887–894.
4. Завитаев Э.В., Юшканов А.А. Высокочастотная проводимость тонкой цилиндрической проволоки из металла // Микроэлектроника. 2008. Т. 37. № 6. С. 429–438.
5. Кузнецова И.А., Юшканов А.А., Хадчукаев Р.Р. Высокочастотная проводимость тонкой полупроводниковой цилиндрической проволоки при произвольной температуре // Физика и техника полупроводников. 2009. Т. 43. Вып. 5. С. 645–650.
6. Кузнецова И.А., Хадчукаев Р.Р., Юшканов А.А. Влияние поверхностного рассеяния носителей заряда на высокочастотную проводимость тонкой цилиндрической полупроводниковой проволоки // Физика твёрдого тела. 2009. Т. 51, Вып. 10. С. 2022–2027.
7. Кузнецова И.А., Чапкин А.В., Юшканов А.А. Влияние механизма поверхностного рассеяния электронов на высокочастотную проводимость тонкой металлической проволоки // Микроэлектроника. 2011. Т. 40. № 1. С. 45–51.
8. Русаков О.В., Завитаев Э.В., Юшканов А.А. Скин-эффект в тонкой цилиндрической проволоке из металла // Физика твердого тела. 2012. Т. 54. Вып. 6. С. 1041–1047.
9. Кузнецова И.А., Савенко О.В., Юшканов А.А. Влияние граничных условий на электропроводность тонкой цилиндрической проволоки // Микроэлектроника. 2016. Т. 45. № 2. С. 126–134.
10. Харрисон У. Теория твёрдого тела. Мир, М. 1972. 616 с.
11. Займан Дж. Электроны и фононы. М.: ИЛ, 1962. 488 с.
12. Лифшиц И.М., Азбель М.Я., Каганов М.И. Электронная теория металлов. М.: Наука, 1971. 415 с.

REFERENCES

1. Petrov YU.I. Fizika malykh chastits [Physics of small particles]. M., Nauka, 1982. 360 p.
2. Zavitaev E.V., Yushkanov A.A. Vysokochastotnaya provodimost' tonkoi provoloki iz metalla pryamougol'nogo secheniya [High-frequency conductivity of a thin metal wire of rectangular cross section] // Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki. Vol. 129.

2006. no. 5. pp. 938–944.
3. Zavitaev E.V., Yushkanov A.A. Zavisimost' elektricheskoi provodimosti tonkoi tsilindricheskoi provoloki v prodol'nom magnitnom pole ot kharaktera otrazheniya elektronov. [The dependence of electrical conductivity of a thin cylindrical wire in a longitudinal magnetic field on the character of reflection of electrons] // Zhurnal eksperimental'noi i teoreticheskoi fiziki. Vol. 130. 2006. no. 5 (11). pp. 887–894.
 4. Zavitaev E.V., Yushkanov A.A. Vysokochastotnaya provodimost' tonkoi tsilindricheskoi provoloki iz metalla [High-frequency conductivity of a thin cylindrical metal wire] // Mikroelektronika. Vol. 37. 2008. no. 6. pp. 429–438.
 5. Kuznetsova I.A., Yushkanov A.A., Khadchukaev R.R. Vysokochastotnaya provodimost' tonkoi poluprovodnikovoi tsilindricheskoi provoloki pri proizvol'noi temperature [High conductivity semiconductor thin cylindrical wire at an arbitrary temperature] // Fizika i tekhnika poluprovodnikov. Vol. 43. 2009. no. 5. pp. 645–650.
 6. Kuznetsova I.A., Khadchukaev R.R., Yushkanov A.A. Vliyanie poverkhnostnogo rasseyaniya nositelei zaryada na vysokochastotnyuyu provodimost' tonkoi tsilindricheskoi poluprovodnikovoi provoloki [The effect of surface scattering of charge carriers on the high-frequency conductivity of a thin cylindrical semiconductor wire] // Fizika tverdogo tela. Vol. 51. 2009. no. 10. pp. 2022–2027.
 7. Kuznetsova I.A., Chapkin A.V., Yushkanov A.A. Vliyanie mekhanizma poverkhnostnogo rasseyaniya elektronov na vysokochastotnyuyu provodimost' tonkoi metallicheskoii provoloki [The influence of the mechanism of surface scattering of electrons on high-frequency conductivity of thin metal wire] // Mikroelektronika. Vol. 40. 2011. no. 1. pp. 45–51.
 8. Rusakov O.V., Zavitaev E.V., Yushkanov A.A. Skin-effekt v tonkoi tsilindricheskoi provoloke iz metalla [The skin effect in thin cylindrical wire of metal] // Fizika tverdogo tela. Vol. 54. 2012. no. 6. pp. 1041–1047.
 9. Kuznetsova I.A., Savenko O.V., Yushkanov A.A. Vliyanie granichnykh uslovii na elektroprovodnost' tonkoi tsilindricheskoi provoloki [Influence of boundary conditions on the conductivity of a thin cylindrical wire] // Mikroelektronika. Vol. 45. 2016. no. 2. pp. 126–134.
 10. Kharrison U. Teoriya tverdogo tela [Theory of solids]. M., Mir, 1972. 616 p.
 11. Zaiman Dzh. Elektrony i fonony [Electrons and phonons]. M., IL, 1962. 488 p.
 12. Lifshits I.M., Azbel' M.YA., Kaganov M.I. Elektronnaya teoriya metallov [Electron theory of metals]. M., Nauka, 1971. 415 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Завитаев Эдуард Валерьевич – доктор физико-математических наук, профессор, Государственный гуманитарно-технологический университет;
e-mail: eduardzavitaev@yandex.ru

Русаков Олег Владимирович – кандидат физико-математических наук, старший преподаватель, Государственный гуманитарно-технологический университет;
e-mail: olegrusmail@mail.ru

Харитонов Кирилл Евгеньевич – лаборант, Государственный гуманитарно-технологический университет;
e-mail: kirillharitonov1@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Zavitaev Eduard Valerjevich – doctor of physical and mathematical sciences, professor, University for Humanities and Technologies;
e-mail: eduardzavitaev@yandex.ru

Rusakov Oleg Vladimirovich – candidate of physical and mathematical sciences, University for Humanities and Technologies;
e-mail: olegrusmail@mail.ru

Kharitonov Kirill Evgenjevich - laboratory assistant, University for Humanities and Technologies;
e-mail: kirillharitonov1@mail.ru

БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

Завитаев Э.В., Русаков О.В., Харитонов К.Е. К вопросу о расчёте плотности тока внутри тонкой цилиндрической проволоки из металла в продольном магнитном поле // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2016. № 3. С. 72–83.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-3-72-83.

BIBLIOGRAPHIC REFERENCE

E. Zavitaev, O. Rusakov, K. Kharitonov. Calculation of the current density in a thin cylindrical metal wire in the longitudinal magnetic field // Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics. 2016. no. 3. pp. 72–83.
DOI: 10.18384/2310-7251-2016-3-72-83.