

ПОНИМАНИЕ И ЕГО ДИАГНОСТИКА*

Аннотация: В статье рассматривается вопрос понимания студентом, при объяснении ему материала и понимание при поиске решения задачи. Понимание осуществляется на основе приемов мыслительной деятельности и может быть диагностировано при помощи системы задач, которые должны включать вопросы "что", "как", "почему" и "откуда". Автор рассматривает четыре уровня понимания, последний из них – творческий.

Ключевые слова: уровни понимания, понимание в математике, диагностика понимания.

Вопрос о понимании возникает всегда, когда речь идет об изучении какого-либо предмета, тем более математики. Каждый преподаватель стремится объяснить материал так, чтобы студенты понимали его. Студент, слушая объяснение, старается его понимать и составить адекватный образ тому, что объясняется. Предлагая решить задачу, преподаватель намерен добиться того, чтобы решение было понято. Успешность обучения и усвоения знаний определяется пониманием предмета. Не будет преувеличением сказать, что понимание должно быть одной из главных целей обучения.

Понимание является предметом изучения различных наук и, прежде всего, гуманитарных: философии, культурологии, науковедения, психологии, герменевтики, логики. В последнее время, пониманию уделяют внимание и в педагогике [1, 2], хотя понимание не общепризнано как наблюдаемая педагогическая категория. Понимание выступает как способ, процесс, результат, итог, как образ и деятельность [1, 7].

Все попытки понять «понимание» обретают многообразные связи, отношения «самого» понимания к другим, более конкретным: понимание знания, понимание смысла, понимание текста, понимание доказательства, теоремы, другого. Но в современном анализе понимания прослеживается особенность рассмотрения его как универсальной характеристики, присущей любой форме человеческой деятельности, как универсального познавательного процесса. В этом процессе понимающий пытается обнаружить смысл, который позволяет ему ориентироваться, осознанно действовать и утверждать себя в мире практики и общения.

Многoletний педагогический опыт позволяет утверждать, что вне понимания учебный процесс не имеет никакого смысла, он ведет лишь к загромождению памяти некоторыми сведениями, которыми пользоваться практически невозможно. Формальное выполнение математических заданий, заучивание математических истин без понимания их смысла, решение задач без осознания сущности производимых действий и операций, приводит к деформации интеллектуальных функций человека и впоследствии – к искажению понимания смыслового аспекта явлений окружающего мира.

В статьях [3; 4] нами был рассмотрен вопрос о том, как при решении той или иной задачи, решающий достигает событие и состояние понимания и выясняет какова роль понимания в усвоении учебного материала.

В этой статье нас интересует процессуальное определение понимания, на основе которого можно было бы разрабатывать эмпирические процедуры, позволяющие наблюдать за процессом понимания и диагностировать определенные его параметры.

Для этого будем анализировать разные психологические описания, характеристики и определения, где в понимание вкладывается процессуальный смысл. Например, «Понимание – мыслительный процесс, направленный на выявление существенных свойств предметов и явлений действительности, познаваемых в чувственном и теоретическом опыте человека» [5]. Отсюда следует, что процесс понимания можно ассоциировать с процессом осмысления. Поскольку процесс обучения можно считать направленным, то приведенная характеристика понимания позволяет процесс понимания связать со структурированием свойств объекта, подлежащего пониманию.

«Понимание – мысленное воспроизведение объективного процесса возникновения и формирования предмета целенаправленной деятельности и мышления. Понимание представляет собой необходимое условие и вместе с тем продукт общения и совместной деятельности людей. Понимание осуществляется в актах внутренней речи субъекта и раскрывает ему мотивы, цели и содержание, обращенное к нему действия другого человека (поступка, речи, демонстрации или репрезентации пред-

мета и т.п.)» [6]. Это определение связывает понимание с процессом мышления, результат которого наблюдаем, кроме этого понимание формируется посредством внутренней речи, т.е. является этапом полноценного формирования умственных действий (Н.Ф.Талызина).

В ходе процесса понимания всегда имеет место внутренний диалог (человек как бы беседует сам с собой, задавая себе вопросы и отвечая на них). Мышление, в том числе и понимание, как разновидность мыслительного процесса, происходят на языковой базе, т.е. на основе ранее приобретенных знаний, которые сохраняются в памяти, а в ходе процесса понимания актуализируются в виде скрытой (внутренней) речи.

П.П. Блонский [7] подчеркивал, что внутреннее повторение речи говорящего (симультанная репродукция при слушании речи) является необходимым моментом ее понимания. «Слушание речи – не простое только слушание: до известной степени мы как бы говорим вместе с говорящим».

Внутренняя речь – это есть речь про себя, с помощью которой происходит логическая переработка чувственных данных, их осознание и понимание в определенной системе понятий и суждений. Внутренняя речь, являясь внутренним механизмом понимания, позволяет перевести на язык собственной мысли то, что человек слышит.

В психологии принята трактовка мышления, согласно которой, «процесс мышления – это прежде всего анализирование и синтезирование того, что выделяется анализом; это затем, абстракция и обобщение, являющиеся производные от них. Закономерности этих процессов и их взаимоотношения друг с другом суть основные закономерности мышления» [8].

Следовательно, мышление осуществляется посредством системы приемов мыслительной деятельности: синтез, анализ, сравнение, обобщение, абстрагирование, конкретизация, классификация, систематизация. Исходя из приведенного анализа можно заключить, что понимание выполняет функцию управления приемами мыслительной деятельности в процессе поиска состояния понимания. Понимание включает два аспекта: 1) направленность на объективно существующие свойства, связи и отношения исследуемых объектов и явлений окружающего мира; 2) выделение процессуальной составляющей субъективного понимания.

Важной составляющей процесса понимания являются базовые, опорные знания, составляющие базу понимания. Человек никогда не поймет нового, если не будет знать чего-то, на что опирается понимание. В чем бы ни состояло понимание, основным его механизмом является образование связей (ассоциаций) между новой информацией и системой усвоенных знаний.

Поэтому актуализация опорных знаний является существенным условием результативности процесса понимания, хотя эта актуализация и использование старых ассоциативных связей еще не есть гарант понимания. Как правило, процесс понимания включает не только использование старых, но и образование новых связей между известным и неизвестным.

Еще И.Кант в «Критике чистого разума» определил три способности субъекта, обеспечивающие возможность всякого положительного знания, тем более понимания. Эти способности суть рассудок, воображение и способность суждения. Их совместное действие дает адекватное представление об изучаемом объекте, т.е. приводят к пониманию и находят свое выражение в правильном суждении или последовательности правильных суждений, представляющих собой рассуждение или дискурс. Таким образом, понимание можно трактовать еще как способность, объединяющую три психических, когнитивных компонента и выражающуюся посредством рассуждения, дискурса.

Таким образом, понимание есть мыслительный процесс, направленный на поиск всех существенных связей данного объекта со всеми теми объектами, с которыми он связан и выражает адекватное его описание.

Нас интересует понимание в математике, т.е. понимание учебных математических элементов, которые можно разделить на четыре группы: **объекты** (числа, буквы, пределы, матрицы, определители, векторы, миноры, события и т.д.), **процессы** (арифметические, алгебраические и прочие действия, дифференцирование, действия с матрицами, со случайными величинами, наблюдение, объяснение и т.д.), **явления** (линии, поверхности, формулы, смешанное произведение векторов, двойной интеграл, сходимость и т.д.) и **методы действий** (вычисления, интегрирования, структурирования, систематизация, оптимизация и т.д.).

Профессор Антверпенского университета (Бельгия) Г.Парре считает, что понятие понимания можно трактовать как разновидность знания. Многообразные формы знания можно разделить на две группы. Первую составят те знания, которые несут осведомленность о предмете, объектах, понятиях и т.д. Эти знания можно обозначать с помощью оборота «знать что». Вторая группа – это знания о процессах, приемах действия, применения, создания и т.д., которые можно обозначать с помощью оборота «знать как».

В нашей классификации эти знания характеризуют понимание двух первых видов учебных элементов. Таким образом, ответ на вопрос «что» определяет понимание математического объекта, а на вопрос «как» – понимание математического процесса.

Следуя профессору Г. Парре, мы вводим еще два оборота «знать почему» и «знать откуда». Этим мы определяем понимание двух других учебных элементов – явлений и методов действий, как ответы на вопрос «почему?» и «откуда?».

Таким образом, можно ввести четыре разновидности понимания или понимание четырех видов учебных математических элементов посредством соответствующих оборотов или как результат получения ответа на вопросы «что?», «как?», «почему?», «откуда?».

Например.

1. Что называется функцией?
2. Как умножаются две матрицы?
3. Почему модуль смешанного произведения трех векторов выражает объем параллелепипеда, построенного на этих векторах?

4. Откуда следует, что уравнение $x^2 - y^2 + z^2 = 0$ изображает однополостный гиперболоид?

Этими вопросами можно диагностировать понимание небольших отрезков учебного материала (на одно или два занятия). В этом смысле можно выделить четыре параметра понимания: полнота, отчетливость, обоснованность и глубина. Под полнотой имеется в виду максимальное выявление содержания определения, утверждения, сообщения, включая также его контекст и подтекст. Под отчетливостью подразумевается степень осмысления свойств, связей и отношений воспринимаемого объекта или сообщения; под обоснованностью – осознание оснований, которые обуславливают уверенность в правильности понимания объекта, определения, утверждения, формулы и т.д. Особый интерес в этом перечне представляет глубина понимания. К глубине в известной степени можно свести остальные параметры, поскольку глубина осмысления характеризует степень проникновения в сущность разбираемого, воспринимаемого и понимаемого (отчетливость и обоснованность), учет всех факторов, определяющих смысл (полнота). В зависимости от степени своей глубины понимание может осуществляться на нескольких уровнях, различия между которыми довольно условны.

Если отчетливость субъективный параметр, его нет смысла измерять, то остальные три параметра можно измерять в процентах или баллах. Полноту можно ассоциировать с вероятностью события – «ответ полный».

Между тем более гибкой является глобальная диагностика, т.е. целесообразно определять уровни понимания для относительно больших массивов учебного материала (тема, блок тем, раздел, дисциплина, учебный предмет, раздел науки, научное направление). Рассмотрим понятие уровня понимания.

В психологии математики различают три ступени понимания: 1) фрагментарное понимание (отдельных свойств понятия, отдельных мест доказательства или решения задачи) без умения связать эти фрагменты воедино; 2) логически необобщенное понимание (усвоение определения понятия, но без умения определить его место в общей теории; понимание всего доказательства или решения, но без умения выделить его идею или метод); 3) логически обобщенное понимание (умение включить новое понятие в систему понятий, умение выделить идею доказательства и провести его в любых условиях, усвоение общего метода решения задачи и его применение в любых ситуациях) [9, 33].

В соответствии с этими тремя уровнями можно согласовать отметки усвоения учебного материала – «удовлетворительно», «хорошо», «отлично». При этом для разных специальностей проектирование целей, содержания, контроль, коррекцию можно и нужно согласовать с требованиями государственных стандартов.

Наша концепция диагностики понимания, учитывающая «дискурс», связанный достижением события понимания (см. [3, 4]) предполагает следующие четыре уровня понимания математического материала. Первый уровень – фрагментарный – совпадает с первой ступенью, описанной выше. Второй уровень – структурный – означающий усвоение определенных структур, не составляющих систему. Третий уровень – системный – означающий усвоение данной темы, раздела и т.д. как систему с соответствующими элементами и связями между ними. Мы рассматриваем также четвертый уровень понимания – коммуникативный – означающий, что после усвоения соответствующего материала студент может делать некоторое сообщение, доклад с собственной точкой зрения на данную математическую систему с возможными замечаниями, нерешенными вопросами или улучшенными объяснениями некоторых элементов, фактов и т.д. Этот уровень определяет творческий подход к данной системе учебного материала, который достигает небольшое число одаренных студентов. По некоторым темам, скажем «Интегрирование функций», многие студенты достигают уровень понимания, позволяющий

сделать «собственные» открытия, выделяют классы функций, которые легче интегрировать методом неопределенных коэффициентов, чем традиционным интегрированием по частям (см., напр., [10]).

Уровни понимания можно определить системой тестов, среди заданий которых должны быть вопросы: «что?», «как?», «почему?», «откуда?».

Заметим, что традиционные контрольные работы по математике ориентированы на второй и третий вопросы, а первый и четвертый вопросы выносятся на экзамен по предмету. Следовательно, в традиционной советской системе образования всегда присутствовало понимание, поэтому и уровень образования в 60 – 70-х гг. XX в. годах был достаточно высоким.

В изменившихся условиях старыми методами действовать нельзя, но некоторые новые методики контроля оказались недействительными, хотя концепция нового образования ориентирована на информацию, знание, социальный опыт, компетентность и понимание.

В заключение приводим вариант теста, включающего диагностику понимания для студентов технических специальностей по теме «Числовые последовательности и ряды». Время выполнения 40 мин.

Каждый ответ обосновать или делать ссылку на источник.

1. Пусть предел последовательности равен 10. Могут ли в этой последовательности:

- 1) быть члены больше, чем 100? 2) все члены быть больше 11?
- 3) быть отрицательные члены? 4) все члены быть меньше 10?
- 5) все члены быть больше 9? 6) все члены быть больше 10?

2. Какие из данных последовательностей возрастают и какие убывают:

1) $a_n = \frac{1}{n} + \frac{12}{\lg n + 5}$; 2) $a_n = \frac{n + 3}{n^2 + 3n + 5}$; 3) $a_n = \frac{1}{n^2 + 1} + \frac{2^n}{5^n}$;
 4) $a_n = \frac{n! + n^5 + n(n + 5)}{n}$; 5) $a_n = \frac{2^n}{n!}$; 6) $a_n = \frac{n^4 + 12n^3 + 9n^2}{n}$.

3. Пусть $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, а $\{b_n\}$ – некоторая ограниченная последовательность. Чему равен предел $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^n - b_n^\infty)$?

4. Известно, что последовательность $\{a_n\}$ может быть представлена в виде суммы $a_n = A + \alpha_n$, где A – число, а $\{\alpha_n\}$ – бесконечно малая. Чему равен предел последовательности $\{a_n\}$?

5. Известно, что $a_n \rightarrow +\infty$ и $b_n \rightarrow +\infty$. К чему стремится сумма $(a_n + b_n)$?

6. Известно, что $a_n \rightarrow \infty$ и $b_n \rightarrow \infty$. К чему стремится отношение (a_n/b_n) ?

7. Последовательность $\{a_n\}$ обладает свойством: для любого $E > 0$ существует номер $N = N(E)$ такой, что $a_n > E$ при всех $n > N$. Написать это предложение в виде предельного равенства. Как называется последовательность обладающая таким свойством?

8. Заполнить пропуски: если $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$ (или $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$); то последовательность $\{a_n\}$ называется ... (или ...); скажем также, что эта последовательность ... к ... (или к ...).

9. Заполнить пропуски: если $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = +\infty$, то последовательность $\{a_n\}$ называется ...; скажем также, что эта последовательность стремится ...к ...

10. Вычислить пределы

1) $a_n = \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{3n^2 + 2n - 1}$; 2) $a_n = \frac{\sqrt[3]{8n^3 + 4n^2 - 5n}}{\sqrt{4n^2 - 7n + 11}}$.
 3) $a_n = \sqrt[3]{3n + 2} - \sqrt[3]{2n - 6}$; 4) $a_n = \sqrt[3]{n^2 + 3} - \sqrt[3]{n^2 - 1}$.
 5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^n$; 6) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{3\sqrt{n}}\right)^{\sqrt{n}}$; 7) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n + 3}{3n + 4}\right)^{2n}$;

11. Какие из данных рядов сходятся, какие расходятся и почему?

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{3n^3-5};$$

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{\sqrt{3n+2}};$$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^{21}};$$

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{-n}}{n^2};$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n};$$

$$6) \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n+1}{n};$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} (e^{\frac{1}{n}} - 1);$$

$$8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n + 3}{5n^2 + 10};$$

$$9) \sum_{n=1}^{\infty} (e^{n\sqrt{n}} - 1).$$

Оценка (в баллах: не выполнено/без обоснования/с обоснованием = 0/1/2) Уровень – («отметка»): слабый («неуд»), если доля p ответов до 0,65; 1 («уд»), если p от 0,66 до 0,75; 2 («хор»), если p от 0,76 до 0,85; 3 («отл»), если p выше 0,85; 4, если p выше 0,95.

Таким образом, педагогическая категория «понимание» является наблюдаемой и может быть диагностирована. Она становится четвертой вершиной тетраэдра таксономии педагогических целей ЗУНП. Материал для составления тестов разных видов можно найти в [11].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

1. Сенько Ю.В., Фроловская М.Н. Педагогика понимания. М.: Дрофа, 2007.
2. Бершадский М.Е. Понимание как педагогическая категория. М., 2004.
3. Лунгу К.Н. Дидактический и методический аспекты понимания. // Проблемы совершенствования математической подготовки в школе и ВУЗе, выпуск 11. М.: МПГУ, 2006. С. 110–115.
4. Лунгу К.Н. Понимание как системный компонент усвоения знаний. //Образовательные технологии, №1, 2008. С. 111–118.
5. Словарь-справочник по возрастной и педагогической психологии /под редакцией Газело М.В. М.: Педагогическое общество России, 2001.
6. Психологический словарь / Под редакцией В.В.Давыдова и др. М.: Педагогика, 1983.
7. Блонский П.П. Память и мышление. М., Л., 1935.
8. Рубинштейн С.Л. О мышлении и путях его исследования. М.: Изд-во АН СССР, 1958.
9. Епишева О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода. Книга для учителей. М.: Просвещение, 2003.
10. Лунгу К.Н. Метод неопределенных коэффициентов в курсе высшей математики. Сб. трудов VI научно-практической конференции «Профессиональная ориентация и методики преподавания в систем школа-вуз» (26 апреля 2005). М.: МИРЭА. 2006. С. 176–182.
11. Лунгу К.Н., Норин В.П. Письменный Д.Т., Федин С.Н., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. Часть 1 и 2. Издание. 3-е. М.: Айрис Пресс, 2003.

K. Lungu

UNDERSTANDING AND ITS DIAGNOSTICS

Abstract: The article describes process of understanding of a student, who is being explained new themes and is solving equations. Understanding uses the methods of intellect activity and it can be detected by using of equation systems, ones must ask four questions “what”, “how”, “what”, “where from”. Author discusses four levels of understanding and highest is creative one.

Key words: levels of understanding, understanding in mathematics, diagnosis of understanding.