

УДК 533.9(075.8)

## СПЕКТРЫ КОЛЕБАНИЙ СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

Б.М. Маркеев

Московский государственный областной университет  
105005, Москва, ул. Радио, 10а

*Аннотация.* В работе рассматривается влияние столкновений на потенциальные колебания слабоионизованной однородной плазмы в областях  $\omega > v_{en}$  и  $v_{in} > \omega > v_{en}$ . Столкновения учитываются посредством интеграла столкновений Больцмана. В условиях  $(k_z V_{te})^2 / \omega v_{en} > 1$  показано существование в промежуточной области частот ( $v_{in} < \omega < v_{en}$ ) ионно-звуковых колебаний, аналогичных ионно-звуковым колебаниям слабостолкновительной плазмы.

*Ключевые слова:* потенциальные колебания, интеграл столкновений Больцмана, ионно-звуковые колебания.

Рассмотрим колебания неизотермической плазмы в области частот [1]  $k_z V_{ti} < \omega < k_z V_{te}$ ;  $\Omega_i < \omega < \Omega_e$ . Хорошо известно, что в такой системе могут распространяться слабозатухающие продольные волны, фазовая скорость которых определяется выражением

$$V_{\phi} = \frac{\omega}{k} = \frac{V_s}{\sqrt{1 + (Kr_{De})^2}}$$

где  $V_s = (T_e/m_e)^{1/2}$  – ионно-звуковая скорость.

$Kr_{De} = (T_e/4\pi n_e e^2)^{1/2}$  – дебаевский радиус электронов.

Декремент затухания этих волн в слабостолкновительной плазме определяется формулой

$$\gamma = \frac{\nu_{in}}{2} + \frac{\sqrt{\pi}[\omega^2(\omega^2 - \Omega_i^2)]^2}{(KV_{ti})^2(K_z V_{te})[(\omega^2 - \Omega_i^2)^2 \cos^2 \theta + \omega^4 \sin^2 \theta]} \left[ \exp\left\{-\left(\frac{\omega}{K_z V_{te}}\right)^2\right\} + \frac{\omega_{pe}^2 V_{te}^3}{\omega_{pi}^2 V_{te}^3} \right]$$

В слабостолкновительной плазме в области частот  $k_z V_{ti} < \omega < k_z V_{te}$ ;  $\omega < \Omega_i$  существуют две ветви собственных колебаний с частотами [2]

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{1}{2}[\Omega_e^2 + \omega_{pe}^2 \pm \sqrt{(\omega_{pe}^2 + \Omega_e^2)^2 - 4\omega_{pe}^2 \Omega_e^2 \cos^2 \theta}]$$

Из (2.16) легко получить декременты затухания этих колебаний

$$\gamma_{\pm} = \frac{(\omega^2 - \Omega_i^2)^2 \cos^2 \theta + (\omega^2 + \Omega_i^2) \omega^2 \sin^2 \theta}{(\omega^2 - \Omega_i^2)^2 \cos^2 \theta + \omega^4 \sin^2 \theta} \frac{v_{in}}{2} +$$

$$+ \frac{\sqrt{\pi} [\omega^2 (\omega^2 - \Omega_i^2)]^2}{(KV_{te})^2 (K_z V_{te}) [(\omega^2 - \Omega_i^2)^2 \cos^2 \theta + \omega^4 \sin^2 \theta]} \left[ \exp\left\{-\left(\frac{\omega}{K_z V_{te}}\right)^2\right\} + \frac{\omega_{ie}^2 V_{te}^3}{\omega_{ii}^2 V_{te}^3} \right]$$

Столкновительная часть декремента затухания этих колебаний, как и в случае немагнитных ионов, определяется потерей импульса ионами при столкновении с нейтралами

$$v_{in} = \frac{8}{3\sqrt{\pi} V_{te}^3} \left(\frac{m_e}{m_n}\right)^{5/2} n_n \int_0^{\infty} dU U^3 \exp\left\{-\frac{mU^2}{2T_e}\right\} \sigma_{tr}(U)$$

Выясним, как влияют столкновения между заряженными частицами и нейтралами на продольные колебания в слабостолкновительной плазме в области частот  $\omega > kV_{te}$ . В этой области высокочастотный плазменный резонанс ( $\omega > \sqrt{\Omega_i \Omega_e}$ ), как это следует из [1], состоит из двух ветвей колебаний с частотами

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \{ \Omega_e^2 + \omega_{ie}^2 \pm \sqrt{(\omega_{ie}^2 + \Omega_e^2)^2 - 4\omega_{ie}^2 \Omega_e^2 \cos^2 \theta} \}$$

Декременты затухания этих колебаний, как нетрудно видеть, выражаются формулой

$$\gamma_{1,2} = \frac{v_{in}}{2} \frac{(\omega^2 - \Omega_e^2)^2 \cos^2 \theta + \omega^2 (\omega^2 + \Omega_e^2) \sin^2 \theta}{(\omega^2 - \Omega_e^2)^2 \cos^2 \theta + \omega^4 \sin^2 \theta} +$$

$$+ \frac{\omega^4 (\omega^2 - \Omega_e^2)^2}{(\omega^2 - \Omega_e^2)^2 \cos^2 \theta + \omega^4 \sin^2 \theta} \frac{\sqrt{\pi} \exp\left\{-\left(\frac{\omega}{KV_{te}}\right)^2\right\}}{(KV_{te})^2 (K_z V_{te})}$$

причем его столкновительная часть обусловлена только столкновениями электронов с нейтралами.

Перейдем теперь к рассмотрению продольных колебаний в промежуточной ( $v_{in} < \omega < v_{en}$ ) области частот. Как уже отмечалось выше, в слабостолкновительной ( $\omega > v_{en}$ ) неизотермической ( $T_e \gg T_i$ ) плазме для ( $kV_{te} < \omega < kV_{te}$ ) возможно распространение слабозатухающих ионно-звуковых колебаний. Декремент их затухания обуславливается столкновениями ионов с нейтралами и черенковским поглощением волн на ионах. Представляет интерес исследовать возможность распространения ионно-звуковых колебаний в промежуточной области ( $v_{in} < \omega < v_{en}$ ) частот, когда их затухание на электронах полностью определяется только столкновениями (т.е.  $kV_{te} < v_{en}$ ). Прежде отметим, что в сильностолкновитель-

ной плазме в области больших коэффициентов диффузии ( $((kV_{te})^2 > \omega v_{en})$ ) выполняются все условия, например, для изотропной плазмы можно записать в виде двухстороннего неравенства

$$\sqrt{\frac{m_i v_{in}}{m_e \omega_{ie}}}; \sqrt{\frac{m_e v_{en}}{m_i \omega_{ie}}} < k\Gamma_{De} < \sqrt{\frac{m_i v_{en}}{m_e \omega_{ie}}}$$

Правая часть неравенства означает, что частота ионно-звуковых колебаний не превосходит частоту столкновений электронов с нейтралами. Левая часть этого неравенства необходима для того, чтобы коэффициент электронной диффузии был велик, а также, чтобы частота колебаний превосходила частоту столкновений ионов с нейтралами. Как легко видеть, эти неравенства не противоречивы. Используя его при решении дисперсионного соотношений, получим собственные частоты, которые, например, для плазмы с намагниченными ионами и электронами ( $\omega > \Omega_e$ ), определяются посредством формулы

$$\begin{cases} \omega = KV_s \\ \gamma = \frac{\sqrt{\pi}}{(KV_{th})^2} \exp\left\{-\left(\frac{\omega}{KV_{th}}\right)^2\right\} + \frac{v_{in}}{2} + \frac{v_0}{2} \frac{m_e}{m_i} \end{cases}$$

$$\frac{1}{v_{en}} = \frac{1}{v_0} = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{1}{v(V)} \left(\frac{V}{V_{te}}\right)^2 \exp\left\{-\frac{V^2}{V_{te}^2}\right\} d\frac{V}{V_{te}}$$

$$v_{oi} = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} v(V) \left(\frac{V}{V_{te}}\right)^4 \exp\left\{-\frac{V^2}{V_{te}^2}\right\} d\frac{V}{V_{te}}$$

Для плазмы с намагниченными электронами ( $\Omega_i < \omega < \Omega_e$ ) затухание ионно-звуковых колебаний выражаются следующим соотношением

$$\begin{cases} \omega = KV_s \\ \gamma = \frac{\sqrt{\pi}}{(KV_{th})^2} \exp\left\{-\left(\frac{\omega}{KV_{th}}\right)^2\right\} + \frac{v_{in}}{2} + \frac{v_0}{2\cos^2\theta} \frac{m_e}{m_i} \end{cases}$$

И, наконец, затухание ионно-звуковых колебаний в намагниченной плазме ( $\omega \approx \Omega_i$ ) определяется по формуле

$$\omega^2 = \frac{1}{2} \{ \omega_s^2 + \Omega_i^2 \pm \sqrt{(\omega_s^2 + \Omega_i^2)^2 - 4\omega_s^2 \Omega_i^2 \cos^2\theta} \}$$

$$\gamma = \frac{v_{in} (\omega^2 - \Omega_i^2)^2 \cos^2\theta + \omega^2 (\omega^2 + \Omega_i^2) \sin^2\theta}{(\omega^2 - \Omega_i^2)^2 \cos^2\theta + \omega^4 \sin^2\theta} +$$

$$+ \frac{\sqrt{\pi}}{(KV_{th})^2 (K_x V_{th})} \frac{\omega^4 (\omega^2 - \Omega_i^2)^2}{(\omega^2 - \Omega_i^2)^2 \cos^2 \theta + \omega^4 \sin^2 \theta} \exp\left\{-\left(\frac{\omega}{KV_{th}}\right)^2\right\} +$$

$$+ \frac{v_0}{2|\cos \theta|^2} \frac{\omega^4}{(KV_{te})^2 \omega_p^2} \frac{(\omega^2 - \Omega_i^2)^2}{(\omega^2 - \Omega_i^2)^2 \cos^2 \theta + \omega^4 \sin^2 \theta}$$

Как видно из приведенных выражений, свойства ионно-звуковых колебаний в промежуточной области ( $v_{in} < \omega < v_{un}$ ) во многом аналогичны свойствам хорошо известных ионно-звуковых колебаний в слабостолкновительной области ( $\omega > v_{en}$ ). Так затухание на ионах в сильностолкновительном случае по-прежнему определяется потерей импульса при столкновении ионов с нейтрами, а также черенковской диссипацией. Но затухание на электронах в этом случае определяется уже диффузией электронов, в то время, как в слабостолкновительном пределе ( $\omega > v_{en}$ ) диссипация на электронах определялась только черенковским затуханием.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Франк-Каменецкий Д.А. Лекции по физике плазмы. – Издательский Дом “Интеллект”, 2008. –280 с.
2. Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. –М.: Физматлит, 2002. – 536с.

### THE OSCILLATION SPECTRUM OF A WEAKLY IONIZED COLLISIONAL PLASMA

**B. Markeev**

*Moscow State Regional University  
10a, Radio St., Moscow, 105005, Russia*

Abstract. For strongly collision range of frequencies ( $\omega < v_{in}$ ) heterogeneous weakly ionized plasma in the limiting cases of large  $((K_x V_{te})^2 > \omega v_{en})$  and small  $((K_x V_{te})^2 < \omega v_{en})$  electronic diffusion coefficients of drift oscillation spectra on the basis of the solution of the kinetic equation by Grad.

Keywords: potential fluctuations, the boltzmann collision integral, ion-acoustic oscillations.