

УДК 336.7.368: 51-75

DOI: 10.18384/2310-6646-2017-1-95-102

## МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ЦЕЛЕСООБРАЗНОСТИ УЧАСТИЯ ВО ВЗАИМНОМ СТРАХОВАНИИ\*

**Хамитов Э.М.**

*Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова*

*117997, г. Москва, ул. Стремянный переулок, д. 36, Российская Федерация*

**Аннотация.** В статье рассмотрены подходы и методы сопоставительного анализа привлекательности для страхователей взаимного и коммерческого страхования в сопоставлении с отказом от страхования. В качестве показателей привлекательности использовались математическое ожидание затрат страхователей на осуществление страховой защиты и их дисперсия, характеризующая уровень риска повышения этих затрат. Приведены аналитические выражения, определяющие значения этих показателей для коммерческого страхования и отказа от страхования в зависимости от параметров закона распределения убытков и размера страховых премий. Их значения для взаимного страхования предложено оценивать в ходе имитационного эксперимента с использованием характеристик, отражающих особенности страховой деятельности. В статье приведены некоторые результаты такого эксперимента и обоснованы условия, при которых взаимное страхование становится более эффективной формой страховой защиты по сравнению с другими её вариантами.

**Ключевые слова:** страховая защита, взаимное страхование, коммерческое страхование, страховая премия, критерий, затраты, распределение убытков, имитационное моделирование.

## METHODS OF ASSESSING THE FEASIBILITY OF PARTICIPATION IN MUTUAL INSURANCE

**E. Khamitov**

*Plekhanov Russian University of Economics*

*36, Stremyanny lane, Moscow, 117997, Russian Federation*

**Abstract.** The article considers the approaches and methods to analyze comparative attractiveness of mutual insurers and commercial insurance in comparison with a waiver of insurance. The author used mathematical expectation of the insured costs for insurance protection and their dispersion which characterizes the level of increased risk of these costs as indicators of attractiveness. The analytical forms determining the values of these indicators for the commercial insurance and non-insurance based on the parameters of the law of distribution losses and the amount of insurance premiums are provided. For mutual insurance it is offered to estimate

\* Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РЭУ им. Г.В. Плеханова «Модели и программный комплекс формирования стратегий устойчивого развития общества взаимного страхования».

© Хамитов Э.М., 2017.

their values during simulation experiment with the features that reflect the characteristics of the insurance business. Some results of this experiment are provided and the conditions under which mutual insurance becomes a more effective form of protection insurance in comparison with its other options are determined.

**Keywords:** insurance protection, mutual insurance, commercial insurance, insurance premium, criteria, costs, distribution losses, simulation.

При определенных условиях взаимное страхование обладает некоторыми преимуществами по сравнению с традиционными формами страховой защиты. Эти преимущества отчетливо проявляются при организации обществ взаимного страхования (ОВС) конгломератами однородных по видам деятельности и рискам страхователей, к которым могут быть отнесены морские перевозчики, однотипные опасные промышленные объекты, группы нотариусов, аудиторов и др. [5, с. 35–36]. Членам таких обществ предоставляются не только «справедливые» одинаковые условия по страховым платежам, но и возможности расходования аккумулируемых в фонде ОВС средств на другие цели, в том числе связанные с финансированием рискоснижающих мероприятий [2, с. 85]. Кроме того, при прочих равных условиях при страховании однотипных рисков в ОВС страховые премии являются более низкими по сравнению с коммерческим страхованием, где страховщики вынуждены увеличивать этот показатель в целях повышения устойчивости компании из-за неоднородности принимаемых ею рисков [3, с. 66].

Вместе с тем, на начальном этапе деятельности ОВС эти преимущества не столь очевидны вследствие того, что возникает необходимость достаточно быстрого накопления в его фонде средств, обеспечивающих сохранение

устойчивости (условие неразорения) ОВС при наступлении страховых событий [6, с. 132]. Из-за этого затраты участников взаимного страхования на этом этапе могут значительно превышать размеры страховых премий в коммерческом страховании. Однако этот отрицательный эффект обычно не является продолжительным, поскольку с накоплением фонда ОВС размеры страховых взносов его участников, как правило, снижаются.

В такой ситуации возникает необходимость обоснования целесообразности участия во взаимном страховании по сравнению с альтернативными вариантами защиты от рисков на основе сопоставления показателей их эффективности. В данной работе рассмотрены подходы к такому обоснованию при сопоставлении эффектов взаимного и коммерческого страхования, а также отказа от страховой защиты. Эти подходы базируются на методах имитационного моделирования экономических последствий при использовании различных вариантов страховой защиты страхователем, что в условиях значительного количества рассматриваемых показателей, неоднозначных закономерностей их изменчивости и сложных взаимосвязей между ними позволяет получить достоверные результаты с меньшими затратами по сравнению с аналитическими методами решения этой проблемы.

## Описание проблемы

Потенциальные страхователи, количеством в  $N$  единиц, выбирают для себя наиболее приемлемую форму страховой защиты из трёх возможных вариантов: взаимное страхование, коммерческое страхование, отказ от страхования. Выбор основывается на сопоставлении параметров распределений их будущих расходов (математических ожиданий и дисперсий) [1, с. 7]. При этом дисперсия рассматривается как мера риска увеличения расходов. При оценке этих параметров учитываются вероятностные закономерности страховых событий, параметры рассматриваемых форм страховой поддержки, а также дисконт, обеспечивающий сопоставимость разновременных финансовых потоков.

Расходы разделяются на плановые (например, страховая премия) и внеплановые, которые имеют стохастическую природу. При оценке внеплановых расходов учитываются дополнительные издержки страхователей, связанные с изъятием средств из оборота, привлечением заемных средств и т. п., путём повышения базовой величины расходов на  $\beta \cdot 100\%$ , где  $(1 + \beta)$  – стоимость единицы привлекаемых ресурсов.

### Оценки расходов страхователей при рассматриваемых вариантах страховой защиты

#### 1. Отказ от страхования

В случае отказа от страхования расходы (потери) страхователя в период  $(1, T)$  с учетом их дисконтирования и увеличенной стоимости привлекаемых для их покрытия ресурсов можно оценить на основе следующего выражения:

$$C_o(T) = \sum_{t=1}^T \frac{(1 + \beta)q_t}{(1 + d)^t}, \quad (1)$$

где  $C_o(T)$  – оценка расходов за период  $T$ ,  $q_t$  – случайный уровень расходов в году  $t = \overline{1, T}$ .

В предположении, что математическое ожидание годовых расходов страхователя в рассматриваемый период является постоянной величиной,  $E[q_t] = q = const$ , математическое ожидание его суммарных расходов за весь период  $(1, T)$  определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} E[C_o(T)] &= \sum_{t=1}^T \frac{E[(1 + \beta)q_t]}{(1 + d)^t} = \\ &= (1 + \beta)E[q] \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1 + d)^t}, \end{aligned} \quad (2)$$

а их дисперсия  $D[C_o(T)]$  – как:

$$\begin{aligned} D[C_o(T)] &= \sum_{t=1}^T D\left[\frac{(1 + \beta)q_t}{(1 + d)^t}\right] = \\ &= (1 + \beta)^2 D[q] \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1 + d)^{2t}}. \end{aligned} \quad (3)$$

#### 2. Коммерческое страхование

В предположении, что страхователи страхуют свои риски в страховой компании в полном объеме, их расходы в каждом году составляют постоянную величину, которую можно определить следующим образом:

$$r = (1 + \eta)E[q], \quad (4)$$

где  $\eta$  – размер страховой надбавки, включающей в себя рисковую надбавку, расходы на ведение дела и коммерческую прибыль страховщика.

Премия выплачивается из бюджета страхователя без привлечения дополнительных ресурсов. С учётом этого расходы страхователя в период  $(1, T)$  являются детерминированной величиной, которая может быть определена на основе следующего выражения:

$$C_{\kappa}(T) = \sum_{i=1}^T \frac{r_i}{(1+d)^i} = r \sum_{i=1}^T \frac{1}{(1+d)^i} = (1+\eta)E[q] \sum_{i=1}^T \frac{1}{(1+d)^i}. \quad (5)$$

В таком случае дисперсия этих расходов равна нулю,  $D[C_{\kappa}(T)] = 0$ .

### 3. Взаимное страхование

При оценке расходов страхователей в этом случае примем во внимание следующую схему их формирования [3]:

3.1 В момент  $t=0$  каждый страхователь вносит в фонд ОВС страховой вступительный взнос размером  $h_0$ , с целью формирования его страхового капитала.

3.2 Каждый страхователь ежегодно вносит в фонд ОВС страховую премию, размером  $r_t$ .

3.3 При нехватке средств в фонде ОВС для осуществления страховых выплат в году  $t$  страхователи вносят дополнительные взносы  $v_t$ , компенсирующие эту нехватку.

С учётом этих предположений расходы страхователя в период его участия во взаимном страховании можно оценить на основе следующего выражения:

$$C_{\varepsilon}(T) = h_0 + \sum_{i=1}^T \frac{r_i + (1+\beta)v_i}{(1+d)^i}. \quad (6)$$

Значения показателей  $r_t$  и  $v_t$  во многом предопределены закономерностями динамики размера фонда ОВС в рассматриваемом периоде  $(1, T)$ , в свою очередь зависящей от особенностей использования его средств для ведения деятельности и цели их накопления.

В дальнейшем расходы фонда ОВС на ведение собственной деятельности, которые обозначим как  $F$ , будем считать постоянными. Остающиеся на начало следующего года средства фонда размещаются на финансовом рынке с доходностью  $i$ .

При этих предположениях размер фонда ОВС до осуществления всех выплат в  $t$ -ом году  $B_t$  может быть оценен на основе следующего выражения:

$$B_t = (1+i)H_{t-1} + Nr_t - F, \quad (7)$$

где первое слагаемое определяет размер средств фонда ОВС, полученных от размещения средств в предыдущий год; второе – собранную  $N$  его участниками суммарную страховую премию; третье – постоянные расходы.

Размер страховых выплат фонда ОВС в году  $t$ , являющихся случайной величиной, определяется следующим выражением:

$$Q_t = \sum_{n=1}^N q_t^n. \quad (8)$$

При условии, что  $B_t \geq Q_t$ , размер фонда в году  $t$  после выплат составит величину:

$$H_t = B_t - Q_t, \quad (9) \quad r_t = r = (1 + \xi)E[q], \quad (12)$$

В случае  $B_t < Q_t$  страхователи должны ликвидировать образовавшийся в фонде дефицит средств путём внесения дополнительных взносов  $v_t$ . В предположении о равномерности распределения этих взносов среди участников их величину можно определить следующим образом:

$$v_t = \begin{cases} 0, & B_t \geq Q_t \\ \frac{Q_t - B_t}{N}, & B_t < Q_t \end{cases} \quad (10)$$

На основе выражений (7)–(10) сложно получить рекуррентное выражение, определяющее динамику объёма фонда ОВС в период  $(1, T)$ :

$$H_t = (1+i)H_{t-1} + N(r_t + v_t) - F - \sum_{n=1}^N q_t^n \quad (11)$$

при начальном условии  $H_0 = NH_0$ .

В выражении (11) величины  $h_0$  и  $r_t$  можно рассматривать как внутренние управляющие параметры, значения которых должны определяться на основе некоторых правил, исходя из критериев минимизации расходов страхователей с учётом внешних условий деятельности фонда, определенных значениями переменных  $N$ ,  $q_t^n$ ,  $i$  и  $F$  [7].

Среди правил формирования страховой премии выделяют схемы с постоянным тарифом и с постоянным резервом. В схеме с постоянным тарифом страховая премия предполагается пропорциональной передаваемому ОВС страховому риску? и в случае его постоянства в течение всего периода  $(1, T)$  её размер не меняется:

где  $\xi$  – надбавка ОВС.

С учетом того, что ОВС – бесприбыльная организация можно предположить, что  $\xi < \eta$ , т.е. надбавка ОВС меньше надбавки коммерческой страховой компании.

Размер премии, оцениваемый на основе (12), является детерминированной величиной, и вся неопределённость затрат страхователя, оцененных на основе выражения (6), предопределена случайным характером дополнительных взносов  $v_t$ . При этом очевидно, что показатели  $\xi$  и  $v_t$  связаны обратной зависимостью: снижение размеров надбавки  $\xi$  влечёт за собой рост величины дополнительных взносов  $v_t$  и, соответственно, затрат страхователей.

Этот негативный эффект во многом устраняется при использовании схемы оценки страховой премии с постоянным резервом. Согласно этой схеме страховая премия оценивается на каждый год рассматриваемого периода при том условии, что вероятность события  $Q_t > B_t$  не превышала допустимого уровня  $\alpha$  [4, с. 20]:

$$r_t : \Pr\{Q_t > B_t\} = \alpha. \quad (13)$$

В такой ситуации величина резерва  $B_t^*$ , обеспечивающая выполнение условия (13), может быть определена как  $\alpha$ -квантиль плотности распределения выплат  $Q_t$ . При условии  $B_t < B_t^*$  величина страховой премии для страхователя может быть оценена на основе следующего выражения:

$$r_t = \begin{cases} \frac{B_t^* - (1+i)H_{t-1} + F}{N}, \\ 0, \end{cases}$$

$$B_t^* \geq (1+i)H_{t-1} - F.$$

$$B_t^* < (1+i)H_{t-1} - F$$
(14)

При такой схеме начисления премии ОВС может поддерживать приемлемый уровень устойчивости и уменьшать уровень нагрузки на страхователей по мере увеличения размера своего фонда. Вместе с тем, на начальном этапе работы ОВС при недостаточных объёмах его фонда изменчивость страховой премии может существенно повысить неопределенность в оценках затрат страхователей.

При достаточно сложных зависимостях показателей  $r_t$  и  $v_t$  от условий деятельности ОВС получить аналитическими методами их рациональные для страховой оценки значения и определить основные параметры их затрат  $E[C_\theta(T)]$  и  $D[C_\theta(T)]$  не представляется возможным. В такой ситуации для решения этой задачи целесообразно использовать методы имитационного моделирования.

### Процедура имитационного эксперимента

Для каждого из  $N$  участников общества будем имитировать потоки случайных событий  $q_t^n$ , на основе которых сформируем выборки реализаций процесса накопления фонда ОВС (11) для  $t \in [1, T]$  при фиксированных внешних параметрах  $N$ ,  $q_t^n$ ,  $i$ ,  $F$  и фиксированных параметрах управления  $h_\theta$ ,  $\xi$  или  $\alpha$  в зависимости от выбранной схемы формирования страховой премии. На основе полученных выборок реализа-

ций процесса (11) и определенных в его ходе выборок наборов величин  $\{r_t\}$  и  $\{v_t\}$  оценим соответствующие значения затрат  $C_\theta(T)$  (выражение (6)) и параметров их распределений – математического ожидания  $E[C_\theta(T)]$  и дисперсии  $D[C_\theta(T)]$ .

Далее, повторив этот эксперимент для допустимых значений внутренних параметров управления  $h_\theta$ ,  $\xi$  и  $\alpha$  при постоянных значениях величин, характеризующих внешние условия деятельности ОВС, определим по критериям минимума затрат и минимума риска множество эффективных значений внутренних параметров. Аналогично, меняя параметры внешних условий работы ОВС при фиксированных рациональных значениях параметров его внутреннего управления, определим области допустимых условий, при которых ОВС будет конкурентоспособной формой страховой защиты по сравнению с двумя другими рассматриваемыми формами.

При проведении эксперимента будем предполагать, что потери  $q_t^n$   $n$ -го страхователя в году  $t$  характеризуются вероятностью  $p$ , а их величина  $\pi$  распределена по экспоненциальному закону:

$$q_t^n = \theta\pi, \quad \theta = \begin{cases} 1, & p \\ 0, & 1-p \end{cases},$$

$$p_\pi(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0.$$
(15)

В ходе эксперимента было проведено  $10^5$  реализаций этой процедуры при параметрах распределения потерь  $q_t^n$  равных  $p=0,1$ ;  $\lambda=1$ , ставке дисконтирования  $d=0,2$ , соответствующей уровню доходности собственных капиталов страхователей при величине ожидае-

мых выплат по одному случаю, равной 1, т.е.  $E[q_t^n / Q = 1] = \lambda^{-1} = 1$ . Длительность периода деятельности ОВС  $T$ , определенная из соотношения

$$\frac{1}{(1+d)^T} \leq 10^{-2}, \quad (16)$$

составила 28 лет.

### Выводы

Результаты проведенного эксперимента позволили сделать следующие выводы.

1. Эффективность взаимного страхования возрастает с увеличением числа страхователей и процентной ставки размещаемых на финансовом рынке средств фонда ОВС. Результаты проведенного эксперимента свидетельствуют, что взаимное страхование является более привлекательным видом страховой защиты по сравнению с отказом от страхования уже при 25–100 членах ОВС (в зависимости от уровней других внешних параметров). При этом рост этого показателя существенно снижает риски увеличения затрат страхователей, оцениваемых по дисперсии затрат.

2. Увеличение процентной ставки размещаемых на финансовом рынке средств ОВС ожидаемо снижает затраты страхователей в схеме с постоянным резервом, поскольку с накоплением фонда ОВС риски его разорения, как и ежегодные выплаты страхователей, уменьшаются.

3. В схеме с постоянным тарифом более эффективной мерой для снижения вероятностей разорения ОВС и затрат страхователей является увеличение начального размера фонда по сравнению с увеличением размера премии. Это объясняется более высокой чувствительностью этих вероятностей к объему средств фонда ОВС на начальном этапе, чем в последующие годы, когда средства фонда могут достигнуть значительных размеров за счёт ежегодных взносов страхователей. При этом большой фонд на первом этапе позволяет снизить уровень страховой премии.

4. Взаимное страхование по показателю затрат страхователей может быть более привлекательным вариантом страховой защиты в определенных условиях по сравнению с коммерческим страхованием даже при более высоком уровне ежегодных страховых премий и на начальном этапе работы ОВС в схеме с постоянным резервом, и на протяжении всего рассматриваемого интервала – в схеме с постоянным тарифом.

Кроме эффектов, связанных с увеличением числа страхователей и влиянием процентной ставки на пускаемые в оборот средства фонда, причиной такой привлекательности является тот факт, что эти средства остаются в собственности его членов. Этот факт объективно снижает уровень понесенных страхователями затрат.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Бреер В.В., Новиков Д.А. Пороговые модели взаимного страхования // Математическая теория игр и её приложения. 2011. Т. 3. Вып. 4. С. 3–22.
2. В.Н. Бурков и др. Механизмы страхования в социально-экономических системах / В.Н. Бурков и др. М.: Институт проблем управления РАН, 2001. 109 с.
3. Логвинова И.Л. Взаимное страхование как метод создания страховых продуктов в российской экономике. М.: Анкил, 2010. 248 с.

4. Мак Т. Математика рискового страхования / пер. с нем. М.: Олимп-бизнес, 2005. 442 с.
5. Турбина К.Е., Дадьков В.Н. Взаимное страхование. М.: Анкил, 2007. 344 с.
6. Хамитов Э.М. Перспективы развития взаимного страхования в России // Экономика и управление: научно-практический журнал. 2015. № 5. С. 129–134.
7. Tapiero, Charles S. The optimal control of a jump Mutual Insurance process // Astin Bulletin. 1982. Vol. 13. No. 1. pp. 13–22.

#### REFERENCES

1. Breer V.V., Novikov D.A. Porogovye modeli vzaimnogo strakhovaniya [Threshold models of reciprocal insurance] // Matematicheskaya Teoriya Igr i ee Prilozheniya. 2011, vol. 3, no. 4, pp. 3–22.
2. V.N. Burkov and oth. Mekhanizmy strakhovaniya v sotsial'no-ekonomicheskikh sistemakh [Insurance mechanisms in the socio-economic systems] / V.N. Burkov and oth. M., Institute problem upravleniya RAN, 2001. 109 p.
3. Logvinova I.L. Vzaimnoe strakhovanie kak metod sozdaniya strakhovykh produktov v rossiiskoi ekonomike [Mutual insurance as a method of creating insurance products in the Russian economy]. M., Ankil, 2010. 248 p.
4. Mak T. Matematika riskovogo strakhovaniya / per. s nem [Mathematics of Risk Insurance. Translated from German]. M., Olimp-biznes, 2005. 442 p.
5. Turbina K.E., Dad'kov V.N. Vzaimnoe strakhovanie [Mutual Insurance]. M., Ankil, 2007. 344 p.
6. Khamitov E.M. Perspektivy razvitiya vzaimnogo strakhovaniya v Rossii [Prospects for mutual insurance development in Russia] // Ekonomika i upravlenie: nauchno-prakticheskii zhurnal. 2015, no. 5, pp. 129–134.
7. Tapiero, Charles S. The Optimal Control of a Jump Mutual Insurance Process // Astin Bulletin. 1982. Vol. 13. No 1. Pp. 13–22.

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

*Хамитов Эльдар Маратович* – аспирант кафедры математических методов в экономике Российского экономического университета им Г.В. Плеханова;  
e-mail: hamitov.e.m@gmail.com

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

*Eldar Khamitov* – Postgraduate Student at the Department of Mathematical Methods in Economics at Plekhanov Russian University of Economics;  
e-mail: hamitov.e.m@gmail.com

#### ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА

*Хамитов Э. М.* Методы оценки целесообразности участия во взаимном страховании // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Экономика. 2017. № 1. С. 95-102.  
DOI: 10.18384/2310-6646-2017-1-95-102

#### CORRECT REFERENCE

*E. Khamitov* Methods of Assessing the Feasibility of Participation in Mutual Insurance // Bulletin of Moscow Region State University. Series: Economics, 2017, no. 1, pp. 95-102.  
DOI: 10.18384/2310-6646-2017-1-95-102