

УДК 378.14.015.62

DOI: 10.18384/2310-7219-2017-2-89-96

## УЧЕБНЫЕ ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ В МЕТОДИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКЕ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ

**Забелина С.Б., Пинчук И.А.**

*Московский государственный областной университет  
105005, г. Москва, ул. Радио, д. 10А, Российская Федерация*

**Аннотация.** Статья посвящена вопросам методической подготовки учителя математики, касающимся реализации практико-ориентированного обучения в средней школе. Учебные прикладные задачи рассматриваются авторами в качестве компонента методической подготовки обучающихся, выявляются их особенности, приводится классификация задач по уровню сложности, выделяются методические требования к задачам. В статье рассматриваются этапы формирования практических умений обучающихся отбирать или составлять учебные прикладные задачи и представлять их методическую характеристику.

**Ключевые слова:** процесс математизации, учебная прикладная задача, математические модели, методическая подготовка обучающихся.

## APPLIED PROBLEMS IN METHODOLOGICAL TRAINING OF TEACHERS OF MATHEMATICS

**S. Zabelina, I. Pinchuk**

*Moscow Region State University  
105005, Moscow, Radio st., 10A, Russian Federation*

**Abstract.** The article is devoted to methodological preparation of teachers of mathematics concerning the implementation of practice-based learning at high school. Applied problems are considered by the authors as a component of methodological training of schoolchildren. Their features and the classification of the tasks by level of difficulty are given. The methodological requirements for the tasks are highlighted. The article considers the stages of formation of students' practical skills to select or create application tasks and submit them to methodical characteristics.

**Key words:** process of mathematization, application problem, mathematical model, methodical training of students.

Одним из приоритетных направлений школьного математического образования служит подготовка обучающихся к использованию математики как инструмента познания действительности. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего (полного) общего образования определяет требование необходимости формирования у школьников представлений о многогранности математической науки, о её роли среди других наук, о значении

математических знаний и методов в жизни человека. В положениях образовательного стандарта отмечается, что современные требования к результатам обучения математике включают овладение не только предметными знаниями, но и знаниями о сущности и свойствах реальных объектов и явлений.

Содержание контрольно-измерительных материалов, предлагаемых для проведения государственной итоговой аттестации в форме ОГЭ или ЕГЭ, также свидетельствует о повышенном внимании к прикладной составляющей школьного математического образования. Однако результаты государственной итоговой аттестации обучающихся 11 классов свидетельствуют о невысоком уровне сформированности умения применять математические знания и методы к решению практико-ориентированных задач. И.В. Яценко, А.В. Семенов, И.Р. Высокский, проведя анализ типичных ошибок участников ЕГЭ 2016 г. по математике, отмечают, что 15% участников экзамена не приступали к выполнению практико-ориентированных задач, около 13% участников экзамена получило ненулевые баллы, что успешность выполнения таких задач имеет слабую положительную динамику. Такие результаты являются следствием существования методических проблем при обучении практическим приложениям математики в старшей школе. Устранение проблем возможно, если уделять должное внимание методической подготовке учителя математики в педагогических вузах, знакомить студентов с методикой практико-ориентированного обучения, формировать у них умения выделять математиче-

ские закономерности в окружающей действительности, оценивать возможность и необходимость применения математических знаний к решению конкретных реальных проблемных задач, готовить к такой деятельности обучающихся средней школы.

В ходе методической подготовки будущего учителя математики студентам необходимо освоить особенности процесса математизации, т. е. овладеть умениями выделять из общей реальной ситуации проблемы, возможно разрешимые средствами математических теорий и методов, создавать содержательные модели этих проблем – прикладные задачи, конструировать адаптированные к ним математические модели и исследовать их, давать истолкования полученным результатам. Основным компонентом такой подготовки студентов является система прикладных задач, связанная с практическими приложениями математики и обеспечивающая практико-ориентированное обучение в средней школе. В связи с чем понятие учебной прикладной задачи становится центральным понятием, которым должны овладеть обучающиеся не только на уровне воспроизведения решения задачи из готового банка задач, но и на уровне самостоятельного создания образовательных продуктов, способствующих реализации практико-ориентированного обучения математике в средней школе.

В научно-методическом исследовании М.В. Егупова определяется задача, направленную на обучение практическими приложениями математики, как задачу, «представляющую собой содержательную модель реального объекта, математическая модель которо-

го может быть построена средствами школьного курса математики» [3, с. 156]. Термин «объект» здесь понимается исследователем в широком смысле – это и процесс, и явление, и любая ситуация, а содержательная модель реального объекта мыслится им как физическая, социальная, биологическая и любая другая модель объекта или их комбинация. М.В. Егупова подчёркивает, что содержание условия задачи, направленной на обучение практическим приложениям математики, ограничивается содержанием математических дисциплин средней школы, что её учебный характер выражается в соответствии дидактическим целям применения математических задач в обучении (формирование мотивации к учению и познавательного интереса, подготовка к изучению теории, закрепление приобретённых теоретических знаний, формирование умений, контроль знаний и способов деятельности).

Задача с прикладным содержанием или связанная с практическими приложениями математики формулируется на естественном языке, как и традиционно понимаемые текстовые задачи, и так же требует построения математической модели, адекватной предложенной задачной ситуации. Студенты должны овладеть умением различать задачи с прикладным содержанием и сюжетные задачи. Следовательно, они должны знать особенности задач на приложения математики и освоить особенности процесса применения математики к исследованию реальных процессов. К особенностям задач, направленных на обучение практическим приложениям математики, можно отнести следующие:

1. В сюжетной задаче реальные объекты служат терминологической основой для создания, в сущности, искусственной ситуации, анализ которой не ведёт к обогащению знаний обучающихся о законах реального мира. В задачах прикладного содержания описывается достоверная ситуация и исследование реальных объектов приводит к получению знания, имеющего практическое применение.

2. При построении математической содержательной модели реального объекта применяются правдоподобные рассуждения, конструируемые на основе, например, аналогии.

3. Полнота и степень строгости математического исследования согласуются с реальным смыслом величин, которые описываются условием задачи прикладного содержания.

4. Выбор математических средств для исследования математической модели задачи прикладного содержания должен отвечать критерию рациональности.

5. Результат решения прикладной задачи на этапе интерпретации может быть подтвержден экспериментально [6].

Для обеспечения качества обучения решению задач с прикладным содержанием учитель математики должен уметь их классифицировать по уровню сложности. В научно-методической литературе обнаруживается ряд методик, описывающих упорядочивание задач по возрастанию уровня сложности. Ю.М. Колягин предлагает универсальную типологию задач по числу её компонентов [4]. Однако сложность решения задачи с прикладным содержанием связана прежде всего с осуществлением этапа математи-

зации её содержания. В зависимости от сложности подбора математических эквивалентов реальным объектам и отношениям, описанным в задачной ситуации, выделяют следующие типы:

1. Объекты задачи и отношения между ними соотносимы с соответствующими математическими объектами и отношениями, но прямого указания на модель в тексте задачи нет.

2. Требуется учёт реальных условий, так как объекты и отношения между ними в задаче неоднозначно соотносимы с соответствующими математическими объектами и отношениями.

3. Объекты и отношения явно не выделены в задаче, или их математические эквиваленты неизвестны обучающимся.

Приведём примеры задач выделенных типов.

Задача 1. Михаил планирует 31 декабря взять потребительский кредит на сумму 5200000 рублей. Условия возврата кредита таковы: каждый январь долг возрастает на 16,5% по сравнению с концом предыдущего года, с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга. Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен четырьмя равными платежами?

Объекты и отношения в предлагаемой задаче достаточно хорошо известны в силу жизненного опыта и легко соотносимы с соответствующими математическими объектами и отношениями.

Задача 2. На какой широте Земли длина параллели на четверть меньше экватора?

При поиске математического эквивалента понятию «широта» необходи-

мо рассмотреть различные подходы к его определению, которые базируются на представлениях о форме Земли. Затем осуществить выбор, каким определением целесообразнее пользоваться, чтобы решить задачу.

Задача 3. При строительстве дачного коттеджа заказчику было предложено несколько форм окон с фиксированным периметром. Он выбрал нормандское окно. Окно должно пропускать наибольшее количество света. Как этого добиться?

В этой задаче необходимо выяснить содержание понятия «нормандское окно» и самостоятельно выделить нужные характеристики объекта «нормандское окно», которые влияют на способность пропускать большее количество света, и учесть их при её решении. Решение задачи сводится к поиску таких размеров окна, состоящего из прямоугольника и примыкающего к нему полукруга, чтобы его площадь была наибольшей при фиксированном периметре.

Таким образом, специальное внимание в ходе методической подготовки студентов к реализации практико-ориентированного обучения математике в средней школе следует уделять обучению этапу математизации, поскольку его выполнение является более сложным, чем реализация других этапов решения учебной прикладной задачи (формализация, внутримодельное решение, интерпретация). Этап математизации решения учебной прикладной задачи как определенный вид деятельности целесообразно разбить на последовательные действия:

- выяснить содержание нематематических понятий, которые присутствуют в условии задачи;

- выделить значимые для решения задачи реальные объекты и описать их целостные свойства;

- установить связи между объектами;
- осуществить подбор математических эквивалентов выделенным объектам и отношениям.

Чтобы отбирать задачи с прикладным содержанием определенного типа из различных источников или самостоятельно конструировать их, студенты в ходе методической подготовки должны освоить требования, которые предъявляются к содержанию подобной задачи. В методической литературе неоднократно можно встретить требования к задачам с прикладным содержанием [1; 2; 3; 5; 7]. Обобщая мнения ряда методистов-исследователей, приведём следующие методические требования, предъявляемые как к фабуле, так и к математическому содержанию учебной прикладной задачи:

- наличие реального практического содержания;

- взаимосвязь математики с другими науками или областями практической деятельности;

- реальность и правдоподобность числовых данных;

- доступность для понимания учащимися используемого в задаче нематематического материала;

- познавательная ценность задачи и воспитывающее ее влияние на обучающихся;

- наличие свойств объекта, для изучения которых необходимо применить именно математику;

- математическая содержательность решения задачи.

Процесс формирования у студентов практических умений отбирать или составлять учебные прикладные задачи

можно разбить на три этапа: вводный, основной и экспериментальный. На первом этапе (вводном) студенты осваивают метод математического моделирования и его особенности в решении задач с прикладным содержанием, изучают этапы его реализации в школьной практике, овладевают умением представлять методическую характеристику задачи с прикладным содержанием. На вводном этапе оценивается теоретическая готовность студентов составлять учебные прикладные задачи. Студентам предлагаются учебно-практические карты, содержащие примерно следующие задания:

1. Провести анализ УМК по математике для средней школы (трёх на выбор), выявить задачи с прикладным содержанием, разделить их на группы по уровню сложности.

2. Оценить предложенные учебные прикладные задачи в соответствии с методическими требованиями, предъявляемыми к их фабуле и математическому содержанию.

3. Отобрать из предложенных учебных прикладных задач те, которые выполняют функцию а) формирования понятий, б) развития умений исследовательской деятельности.

4. Описать все этапы математического моделирования конкретной учебной прикладной задачи второго типа. Составить комплекс «наводящих» вопросов для школьников, направляющих поиск решения задачи.

5. Выполнить этап математизации предложенной реальной проблемной ситуации.

6. Из предложенных учебных прикладных задач выделить задачи, имеющие различные фабулы, но одинаковую математическую модель. По-

добрать, используя сборники задач, соответствующую задачу.

7. Построить математическую модель предложенной учебной прикладной задачи, предложить несколько вариантов внутримодельного решения.

8. Разработать конспект урока, в который включены задачи с прикладным содержанием. Определить роль используемых задач.

На втором (основном) этапе студенты, изучая различные источники, отбирают или самостоятельно конструируют наборы взаимосвязанных учебных прикладных задач в соответствии с предъявляемыми методическими требованиями и в соответствии с функциями, которые возлагаются на подобные задачи (формирование мировоззрения, устойчивого интереса к предмету и положительного отношения обучающихся к учебной деятельности, формирование понятий и закрепление математических фактов, развитие умений исследовательской деятельности). Конструирование студентом учебной прикладной задачи выполняется в двух направлениях: от математической модели к её практическому применению, от практической проблемной ситуации к малой математической теории для её разрешения. Для организации обучения конструированию учебной прикладной задачи студенту предлагается «дорожная карта» – система следующих друг за другом действий, выполнение которых помогает студенту мобилизовать свои ресурсы для выполнения основной деятельности. «Дорожная карта» содержит указания на следующие учебные действия студента:

– постройте информационное поле ситуации и отберите материал,

который позволит построить реальную проблемную ситуацию;

– определите, в рамках какой математической теории или какими математическими средствами задача может быть разрешена, и соотнесите с возможностями школьного курса математики;

– постройте содержательную модель реальной проблемной ситуации; оцените возможность применения сконструированной задачи в обучении математике или её приложениям;

– разработайте методические рекомендации по решению задачи; представьте методическую характеристику задачи.

На третьем (экспериментальном) этапе осуществляется проверка созданных студентами образовательных продуктов, в качестве которых могут выступать наборы взаимосвязанных учебных прикладных задач или методические разработки элективных курсов, направленных на обучение практическим приложениям математики в средней школе. Проверка проводится при прохождении студентами педагогической практики в образовательных организациях или при выполнении ими выпускной квалификационной работы, которая заключается в выявлении степени достижения заданных образовательных результатов при использовании в обучении разработанных образовательных продуктов.

В процессе обучения студентов отбору, решению и конструированию учебных прикладных задач формируются представления о роли и месте задач с прикладным содержанием в обучении математике и её приложениям, об их функциях, типологиях, методах решения.



### ЛИТЕРАТУРА

1. Беломестнова В.Р. Математическое моделирование при интеграции курсов математики и физики в обучении студентов физических специальностей педвузов: дис. ... канд. пед. наук. Чита, 2006. 187 с.
2. Вовк В.Н. Использование элементов геодезии как средства интегрированного подхода при обучении математике в 5–9 классах: дис. ... канд. пед. наук. Махачкала, 2005. 204 с.
3. Егупова М.В. Практико-ориентированное обучение математике в школе как предмет методической подготовки учителя: монография. М., 2014. 284 с.
4. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. М., 1977. 112 с.
5. Терешин Н.А. Прикладная направленность школьного курса математики. М., 1990. 96 с.
6. Фридман Л.М. Основы проблемологии. М., 2009. 224 с.
7. Шапиро И.М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики. М., 1990. 96 с.

### REFERENCES

1. Belomestnova V.R. Matematicheskoe modelirovanie pri integratsii kursov matematiki i fiziki v obuchenii studentov fizicheskikh spetsial'nostei pedvuzov: dis. ... kand. ped. nauk [Mathematical modeling in the integration of the courses of mathematics and physics in teaching students of physical specialties of teacher training universities: thesis ... candidate of pedagogical sciences]. Chita, 2006. 187 p.
2. Vovk V.N. Ispol'zovanie elementov geodezii kak sredstva integrirovannogo podkhoda pri obuchenii matematike v 5–9 klassakh: dis. ... kand. ped. nauk [The use of elements of geodesy as a means of integrated approach in teaching mathematics in 5–9 grades: thesis ... candidate of pedagogical sciences]. Makhachkala, 2005. 204 p.
3. Egupova M.V. Praktiko-orientirovannoe obuchenie matematike v shkole kak predmet metodicheskoi podgotovki uchitelya [Practice-oriented teaching mathematics at school as a subject of methodical training of a teacher]. Moscow, 2014. 284 p.
4. Kolyagin Yu.M. Zadachi v obuchenii matematike [Objectives in teaching mathematics]. Moscow, 1977. 112 p.
5. Tereshin N.A. Prikladnaya napravlennost' shkol'nogo kursa matematiki [The applied focus of school mathematics]. Moscow, 1990. 96 p.
6. Fridman L.M. Osnovy problemologii [Fundamentals of problemology]. Moscow, 2009. 224 p.
7. Shapiro I.M. Ispol'zovanie zadach s prakticheskim sodержaniem v prepodavanii matematiki [Using tasks with practical content in teaching mathematics]. Moscow, 1990. 96 p.

---

### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

*Забелина Светлана Борисовна* – кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики Московского государственного областного университета;  
e-mail: zabelina\_sb@mail.ru

*Пинчук Ирина Александровна* – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики Московского государственного областного университета;  
e-mail: irenepin@yandex.ru

**INFORMATION ABOUT THE AUTHORS**

*Svetlana Zabelina* – candidate of pedagogical sciences, associate professor of the Department of higher algebra, elementary mathematics and methods of teaching mathematics, Moscow Region State University, Russia;  
e-mail: zabelina\_sb@mail.ru

*Irina Pinchuk* – candidate of physico-mathematical sciences, associate professor of the department of higher algebra, elementary mathematics and methods of teaching mathematics of Moscow Region State University, Russia;  
e-mail: irenepin@yandex.ru

**ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ**

Забелина С.Б., Пинчук И.А. Учебные прикладные задачи в методической подготовке учителя математики // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Педагогика. 2017. № 2. С. 89–96.

DOI: 10.18384/2310-7219-2017-2-89-96

**THE CORRECT REFERENCE TO ARTICLE**

S. Zabelina, I. Pinchuk. Applied problems in methodological training of teachers of mathematics. *Bulletin of Moscow Region State University*. Series: Pedagogics, 2017, no 2, pp. 89–96.

DOI: 10.18384/2310-7219-2017-2-89-96