

УДК 338.4

DOI: 10.18384/2310-6646-2017-2-175-179

## РАЗРАБОТКА ЭФФЕКТИВНОЙ СТРАТЕГИИ ОПТИМИЗАЦИИ ИНВЕСТИЦИОННОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

**Джамай Е.В.<sup>1</sup>, Зинченко А.С.<sup>2</sup>, Боброва М.Б.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова  
111116, г. Москва, ул. Авиамоторная, д. 2, Российская Федерация

<sup>2</sup>Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет)  
125080, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4, Российская Федерация

**Аннотация.** В работе исследуются эффективные методы численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений для широкого класса задач оптимального управления на примере модели функционирования банка. Представлены результаты сравнительной оценки ожидаемой доходности ценной бумаги с помощью метода наименьших квадратов и метода наименьших модулей. Приводятся недостатки методов в зависимости от распределения случайной компоненты, и даются рекомендации относительно их использования с точки зрения точности оценки.

**Ключевые слова:** ценная бумага, метод наименьших квадратов, метод наименьших модулей, задача Марковица.

## THE DEVELOPMENT OF EFFECTIVE STRATEGY TO OPTIMIZE INVESTMENT ACTIVITY

**E. Dzhamay<sup>1</sup>, A. Zinchenko<sup>2</sup>, M. Bobrova<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Central Institute of Aviation Motors

2, Aviamotornaya st., Moscow, 111116, Russian Federation

<sup>2</sup>Moscow Aviation Institute (National Research University)

4, Volokolamskoe highway, Moscow, 125080, Russian Federation

**Abstract.** The work studies effective methods of numerical integration of ordinary differential equations for a variety of problems of optimum control by example of bank functioning model. The results of comparative assessment of the expected profitability of securities gained with the least squares method and the least modules method are presented. The shortcomings of the methods depending on casual component distribution are revealed and recommendations concerning the use of methods from the point of view of their accuracy are made.

**Keywords:** security, the least squares method, the least modules method, Markovits's task.

В условиях современной экономики проблемы эффективности вложений и снижения рисков инвесторов требуют развития методической базы оценки рисков. Набор методов, применяемых для анализа и моделирования инвестиционной деятельности, обширен и разнообразен – это методы математической

статистики, теории оптимального управления, теории случайных процессов, теории игр и теории исследования операций. Примером оценивания может быть оценка ожидаемой доходности ценной бумаги в задаче формирования оптимального инвестиционного портфеля [2, с. 54]. Пусть  $(R_1, \dots, R_n)^T$  – случайный вектор,  $m=(m_1, \dots, m_n)^T$  – вектор средних значений,  $V=(v_{ij})$  – ковариационная матрица. Пусть  $x=(x_1, \dots, x_n)^T$  такой, что  $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ . Портфелем называется случайная величина  $R_p = \sum_{i=1}^n R_i x_i$ . Математическое ожидание и дисперсия портфеля равны  $m_p = x_1 m_1 + \dots + x_n m_n = x^T m$ ,  $\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n v_{ij} x_i x_j = x^T V x$ .

Величина  $R_i$  называется эффективностью ценной бумаги  $i$ -го вида ( $x_i$  – доля капитала, инвестированная в ценную бумагу  $i$ -го вида,  $N$  – количество видов ценных бумаг, присутствующих на рынке). Величина  $\sigma_p^2$  называется риском инвестиционного портфеля, имеющего структуру  $x$ . Величина  $m_p$  называется ожидаемой доходностью инвестиционного портфеля. Инвестор стремится увеличить ожидаемую доходность портфеля  $m_p$ , одновременно сводя к минимуму риск  $\sigma_p^2$ . Инструментами инвестора являются доли капитала, вложенного в ценные бумаги  $x_i$ . Задача формирования инвестиционного портфеля заключается в выборе наилучших весов  $x_i$ . Тогда, зафиксировав ожидаемую доходность  $m^p$  на неком уровне, получим задачу квадратичного программирования Марковица:

$$J(\bar{x}) = \bar{x}^T V \bar{x} \rightarrow \min_{\bar{x} \in X}, \quad X = \left\{ \bar{x} \in \mathbb{R}^{nkj} : \bar{x}^T I = 1; \bar{x}^T m = m_p \right\},$$

где  $I=(1, 1, \dots, 1)^T$ .

Задача имеет аналитическое решение, если разрешена операция “short-sale”, при которой разрешено брать акции в долг, не внося за них деньги сразу? под обязательство в течение оговоренного времени вернуть акции и уплатить комиссионные. Если же операция “short-sale” запрещена, то на компоненты  $x_i$  накладываются ограничения  $x_i \geq 0$ ,  $\sum_{i=1}^n x_i = 1$ .

При запрещённой операции “short-sale” в задаче оптимизации инвестиционного портфеля добавляется ограничение

$$J(\bar{x}) = \bar{x}^T V \bar{x} \rightarrow \min_{\bar{x} \in \tilde{X}}$$

$$\tilde{X} = \left\{ \bar{x} \in \mathbb{R}^n : x^T I = 1; \bar{m}^T \bar{x} = m_p, x_i \geq 0 \right\}.$$

Задача имеет смысл, если  $0 \leq m_p \leq \max \{m_1, \dots, m_n\}$ .

В общем случае эта задача аналитического решения не имеет. Но решение задачи Марковица при запрещённой операции “short-sale” всегда существует и может быть получено с помощью численных методов. Для решения задачи оптимизации инвестиционного портфеля по Марковицу необходимо знать сред-

ную эффективность  $m_i$  каждой ценной бумаги. Если ценные бумаги, входящие в инвестиционный портфель, являются безрисковыми (например, банковский вклад), то ожидаемая доходность  $m_i$  известна. Однако инвестор может быть не удовлетворен полученной средней эффективностью  $m_p$  инвестиционного портфеля. Тогда необходимо включить в портфель рисковые бумаги. Эффективность рискованных бумаг на момент заключения сделки неизвестна, но может в итоге оказаться больше, чем у безрисковой ценной бумаги. Для рискованной ценной бумаги ожидаемую доходность можно оценить с помощью статистических методов по наблюдениям за предыдущие периоды.

Предположим, что для составления инвестиционного портфеля нужно оценить по имеющимся наблюдениям ожидаемую доходность и сделать прогноз на следующий месяц. Рассмотрим модель линейной регрессии:  $Y=H\theta+\varepsilon$ , где  $Y$  – вектор наблюдений размерности  $N \times 1$ ;  $H$  – матрица независимых переменных ( $N \times m$ );  $\theta$  – вектор неизвестных параметров ( $m \times 1$ );  $\varepsilon$  – вектор случайных отклонений ( $N \times 1$ ). Можно рассмотреть полиномиальную регрессию степени 2:

$$y_n = \theta_1 + \theta_2 \cdot t_n + \theta_3 \cdot t_n^2 + \varepsilon_n$$

Необходимо подобрать коэффициенты вектора  $\theta$  таким образом, чтобы полученная парабола приближала реальные данные наилучшим образом. Классической оценкой является оценка метода наименьших квадратов (МНК), которая минимизирует сумму квадратов отклонений:  $Q(\theta) = \|Y - H\theta\|^2 \rightarrow \min$ . Эта оценка является оптимальной, если ошибка распределена по нормальному закону.

При анализе наблюдений часто предполагают, что случайная компонента подчинена нормальному закону распределения, а это может привести к большим ошибкам, если в выборке имеются аномальные наблюдения. В этом случае лучше использовать робастные методы оценивания, устойчивые к наличию аномальных наблюдений. Одним из таких методов является метод наименьших модулей (МНМ). В этом случае минимизируется сумма модулей отклонений:  $F(\theta) = |Y - H\theta| \rightarrow \min$ .

В процессе исследования с помощью этих двух методов была проведена сравнительная оценка ожидаемой доходности на примере цен акций двух компаний [1, с. 135]. Результаты показали, что оценки одной из компаний сильно отличаются от другой. Это можно объяснить тем, что, к примеру, в некоторые месяцы наблюдались сильные колебания цен на акции в меньшую сторону. Метод наименьших квадратов расценивает такие наблюдения как равноправные остальным, а метод наименьших модулей считает их аномальными. Недостатком метода наименьших квадратов является его чувствительность к априорному распределению случайной компоненты. Для наблюдений, которые могут содержать выбросы, необходима оценка, которая бы некоторым образом их отфильтровывала. Такой оценкой может быть, например, оценка методом наименьших модулей. Если распределение случайной компоненты неизвестно, то более обосновано использование робастных методов оценивания, которые являются устойчивыми. Если отклонения не содержат аномальных наблюдений, то

робастные оценки менее эффективны, но если отклонения содержат выбросы, то эти оценки малочувствительны к ним и являются более точными.

Применение на практике методов сравнительной оценки ожидаемой доходности ценных бумаг поможет инвестору сформировать оптимальный инвестиционный портфель и, таким образом, повысить доходность бизнеса.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Джамай Е.В., Шароватов С.В., Петров Д.Г. Особенности оценки экономической эффективности инвестиций на предприятиях машиностроения // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Экономика. 2015. № 2. С. 133–136.
2. Зинченко А.С., Сазонов А.А., Боброва М.Б. Исследование теоретических аспектов управления портфелем проектов на предприятиях ракетно-космической промышленности // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Экономика. 2016. № 3. С. 54–59.

#### REFERENCES

1. Dzhamai E.V., Sharovатов S.V., Petrov D.G. The features of economic efficiency of investments estimation at the enterprises of mechanical engineering. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Ekonomika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Economics], 2015, no. 2, pp. 133–136.
2. Zinchenko A.S., Sazonov A.A., Bobrova M.B. The study of the theoretical aspects of project portfolio management at the enterprises of space-rocket industry]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Ekonomika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Economics, 2016, no. 3, pp. 54–59.

---

#### ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

*Джамай Екатерина Викторовна* – доктор экономических наук, доцент, учёный секретарь Центрального института авиационного моторостроения имени П.И. Баранова;  
e-mail: [secretar@ciam.ru](mailto:secretar@ciam.ru)

*Зинченко Александр Сергеевич* – кандидат экономических наук, доцент кафедры Дифференциальных уравнений Московского авиационного института (Национального исследовательского университета);  
e-mail: [a.zinchenko80@gmail.com](mailto:a.zinchenko80@gmail.com)

*Боброва Марина Борисовна* – аспирант кафедры Производственного менеджмента и маркетинга Московского авиационного института (Национального исследовательского университета);  
e-mail: [bobrova.mb@mail.ru](mailto:bobrova.mb@mail.ru)

#### INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

*Yekaterina V.Dzhamay* – Doctor of Economics, Associate Professor, Scientific Secretary of Central Institute of Aviation Motors;  
e-mail: [secretar@ciam.ru](mailto:secretar@ciam.ru)

*Alexander S. Zinchenko* – PhD in Economics, Associate Professor at the Department of Differential Equations at Moscow Aviation Institute (National Research University); e-mail: a.zinchenko80@gmail.com

*Marina B. Bobrova* – Postgraduate Student at the Department of Production Management and Marketing at Moscow Aviation Institute (National Research University); e-mail: bobrova.mb@mail.ru

---

#### ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА

Джамай Е.В., Зинченко А.С., Боброва М.Б. Разработка эффективной стратегии оптимизации инвестиционной деятельности // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Экономика. 2017. № 2. С. 175-179.  
DOI: 10.18384/2310-6646-2017-2-175-179

#### CORRECT REFERENCE

Dzhamay E.V., Zinchenko A.S., Bobrova M.B. The Development of Effective Strategy to Optimize Investment Activity. *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Economics*, 2017, no. 2, pp. 175-179.  
DOI: 10.18384/2310-6646-2017-2-175-179