УДК 517.956.35

DOI: 10.18384-2310-7251-2017-3-34-42

СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ СИСТЕМ ПОЛУЛИНЕЙНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЯ С НЕЛИНЕЙНОЙ ДИССИПАЦИЕЙ И НЕЛИНЕЙНЫМ ИСТОЧНИКОМ

Рустамова С.О.*Институт Математики и Механики НАН Азербайджана**AZ 1141, г. Баку, ул. Б. Вахабзаде, д. 9, Азербайджанская Республика*

Аннотация. В работе исследуется смешанная задача для систем полулинейных гиперболических уравнений с нелинейной диссипацией и фокусирующими, а также с «дефокусирующими» источниками. Теорема о локальной разрешимости доказана на основе комбинированного метода регуляризации и метода Галеркина. Для систем с фокусирующим источником получена априорная оценка, из которой следует соответствующая теорема о глобальной разрешимости. В случае систем гиперболических уравнений с «дефокусирующими» источником доказано, что если порядок роста по совокупности переменных не превышает порядок роста диссипативного слагаемого, то имеет место глобальная разрешимость.

Ключевые слова: гиперболическая система, смешанная задача, глобальная разрешимость, нелинейная диссипация.

A MIXED PROBLEM FOR SYSTEMS OF SEMILINEAR HYPERBOLIC EQUATIONS WITH NONLINEAR DISSIPATION AND NONLINEAR SOURCE

S. Rustamova*Institute of Mathematics and Mechanics of NAN Azerbaijan**9, B. Vahabzadeh st., Baku, AZ 1141, Republic of Azerbaijan*

Abstract. We study a mixed problem for systems of semilinear hyperbolic equations with nonlinear dissipation and focusing, as well as with 'defocusing' sources. Using the combined method of regularization and the Galerkin method, the theorem of local solvability is proved. For systems with a focusing source, an a priori estimate is obtained, from which follows the corresponding theorem on global solvability. In the case of systems of hyperbolic equations with a 'defocusing' source, it is proven that if the order of growth of the variables does not exceed the order of growth of the dissipative term, then there is global solvability.

Key words: hyperbolic system, mixed problem, global solvability, nonlinear dissipation.

1. Введение

Рассмотрим смешанную задачу для полулинейных гиперболических уравнений с нелинейной диссипацией:

$$\left. \begin{aligned} u_{1t} + (-1)^{k_1} \Delta^{k_1} u_1 + \alpha_1 |u_{1t}|^{p_1-1} u_{1t} &= g_1(u_1, u_2) \\ u_{2t} + (-1)^{k_2} \Delta^{k_2} u_2 + \alpha_2 |u_{2t}|^{p_2-1} u_{2t} &= g_2(u_1, u_2) \end{aligned} \right\}, \quad x \in \Omega, \quad t > 0, \quad (1.1)$$

$$u_i(0, x) = \varphi_i(x), \quad u_{it}(0, x) = \psi_i(x), \quad x \in \Omega, \quad i = 1, 2, \quad (1.2)$$

$$\Delta^s u_i(t, x) = 0, \quad t > 0, \quad x \in \Gamma, \quad s = 1, 2, \dots, k_i - 1, \quad i = 1, 2, \quad (1.3)$$

где $\Omega \subset R^n$ ограниченная область с гладкой границей Γ , (u_1, u_2) пара вещественных функций $(t, x) \in R_+ \cdot \Omega$, $\alpha_j > 0$, $r_j \geq 1$, $j = 1, 2$, $0 < k_1 \leq k_2$. Функции g_1 и g_2 имеют следующие формы:

$$\begin{aligned} g_1(u_1, u_2) &= a_1 |u_1 + u_2|^{p_1+p_2} (u_1 + u_2) + b_1 |u_1|^{p_1-1} |u_2|^{p_2+1} u_1, \\ g_2(u_1, u_2) &= a_2 |u_1 + u_2|^{p_1+p_2} (u_1 + u_2) + b_2 |u_1|^{p_1+1} |u_2|^{p_2-1} u_2, \end{aligned}$$

где a_i, b_i, p_i некоторые константы, $i = 1, 2$.

Цель данной работы – исследовать существование локальных и глобальных решений. Вопрос о существовании локальных и глобальных решений для нелинейного волнового уравнения с нелинейной диссипацией исследован достаточно подробно [4–6; 8–12; 15].

Для различных систем гиперболических уравнений аналогичная задача исследована в работах [2; 7; 13; 14]. В работе [3] исследована система типа (1.1) в случае, когда $k_1 = k_2 = 1$, а в работе [7] исследован случай $p_1 = p_2$.

Введём следующие обозначения. Через $W_2^k(\Omega)$ обозначим пространство Соболева, а через $\hat{W}_2^k(\Omega)$ обозначим подпространство $\hat{W}_2^k(\Omega) = \{v : v \in W_2^k(\Omega), \Delta^s v(x) = 0, x \in \Gamma, s = 0, 1, \dots, k-1\}$. Через $\|\cdot\|$ обозначим норму в пространстве $L_2(\Omega)$.

2. Существование локальных решений

Сформулируем теорему о существовании локальных решений.

Теорема 2.1. Предположим, что

$$p_1 \geq 0, \quad p_2 \geq 0 \quad \text{при} \quad \frac{n}{2} < k_1 \leq k_2, \quad (2.1)$$

или

$$p_1 \geq 0, \quad p_2 \geq 0, \quad p_1 + p_2 \leq \frac{2k_1}{n-2k_1} \quad \text{при} \quad k_1 < \frac{n}{2}. \quad (2.2)$$

Тогда для любых $\varphi_i(\cdot) \in \hat{W}_2^{k_i}(\Omega)$, $\psi_i(\cdot) \in L_2(\Omega)$, $i = 1, 2$ существует такое $T > 0$, что задача (1.1)–(1.3) имеет решение $(u_1(t, x), u_2(t, x))$, где $u_i(\cdot) \in C([0, T]; \hat{W}_2^{k_i}(\Omega))$, $u_{it}(\cdot) \in C([0, T]; L_2(\Omega)) \cap L_{m_i+1}([0, T] \times \Omega)$, $i = 1, 2$.

Если $T' > 0$ длина максимального интервала существования локального решения $(u_1(t, x), u_2(t, x))$, то выполняется одна из следующих альтернатив:

$$\begin{aligned} 1) \lim_{t \rightarrow T-0} \sum_{i=1}^2 \left[\|u_{it}(t, \cdot)\|^2 + \|\nabla^{k_i} u_i(t, \cdot)\|^2 \right] &= +\infty; \\ 2) T &= +\infty. \end{aligned}$$

Схема доказательства. Исходно: начальные данные аппроксимируются более гладкими функциями, например, из $\hat{W}_2^{k_1+2}(\Omega) \times \hat{W}_2^{k_1+1}(\Omega)$. Соответствующая аппроксимированная задача решается методом Галеркина и доказываются существование локального решения на некотором полуинтервале $[0, T')$. Далее получаются некоторые априорные оценки для решения аппроксимированной задачи, которые позволяют выделить слабо сходящиеся подпоследовательности в $L_\infty(0, T; \hat{W}_2^{k_1}(\Omega) \times \hat{W}_2^{k_2}(\Omega))$ и доказать их фундаментальность в $C([0, T]; \hat{W}_2^{k_1}(\Omega) \times \hat{W}_2^{k_2}(\Omega)) \cap C^1([0, T]; L_2(\Omega) \times L_2(\Omega))$ для любого $T_0 \in (0, T')$. Далее по стандартной схеме доказываются, что предельная пара $(u_1(t, x), u_2(t, x))$ является решением задачи (1.1), (1.2).

3. Существование глобальных решений

Из теоремы 2.1 следует, что если имеет место априорная оценка:

$$\sum_{i=1}^2 \frac{p_i + 1}{2b'_i} \left[\|u_{it}(t, \cdot)\|^2 + \|\nabla^{k_i} u_i(t, \cdot)\|^2 \right] \leq c_1, \quad t \in [0, \infty), \quad (3.1)$$

где $c_1 > 0$ не зависит от t , то соответствующее решение можно продолжить на $[0, T]$, для любого $T > 0$.

Теорема 3.1. Пусть выполнены условия (2.1), (2.2). Предположим, что:

$$\gamma_i \geq 0, \quad \alpha_i \geq 0, \quad i = 1, 2 \text{ и } \lambda = \frac{a_1(p_1 + 1)}{b_1} = \frac{a_2(p_2 + 1)}{b_2}. \quad (3.2)$$

Тогда для любых $T > 0$, $\varphi_i(\cdot) \in \hat{W}_2^{k_i}(\Omega)$, $\psi_i(\cdot) \in L_2(\Omega)$, $i = 1, 2$, $\varphi_i(\cdot) \in L_2(\Omega)$, $i = 1, 2$ задача (1.1)–(1.3) имеет решение $(u_1(t, x), u_2(t, x))$, где $u_i(\cdot) \in C([0, T]; \hat{W}_2^{k_i}(\Omega))$, $u_{it}(\cdot) \in C([0, T]; L_2(\Omega)) \cap L_{m_i+1}([0, T] \times \Omega)$, $i = 1, 2$.

Доказательство. Умножим первое уравнение системы (1.1) на $\frac{(p_1 + 1)}{b'_1} u_{1t}(t, x)$,

а второе уравнение на $\frac{(p_2 + 1)}{b'_2} u_{2t}(t, x)$, где $b'_1 = -b_1$, $b'_2 = -b_2$ и интегрируем полученные равенства по области $[0, t] \cdot \Omega$. После интегрирования по частям и суммируя полученные равенства, получим тождество:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^2 \frac{p_i+1}{2b'_i} \left[\|u_{it}(t, \cdot)\|^2 + \|\nabla^{k_i} u_i(t, \cdot)\|^2 \right] + \sum_{i=1}^2 \frac{p_i+1}{b'_i} \int_{\Omega} |u_{it}(t, x)|^{p_i+1} dx + \\ & + \frac{\lambda}{p_1 + p_2 + 2} \int_{\Omega} |u_1 + u_2|^{p_1+p_2+2} dx + \int_{\Omega} |u_1|^{p_1+1} |u_2|^{p_2+1} dx = \sum_{i=1}^2 \frac{p_i+1}{2b'_i} \left[\|\psi_{it}(\cdot)\|^2 + \|\nabla^{k_i} \phi_i(\cdot)\|^2 \right] + \\ & + \frac{\lambda}{p_1 + p_2 + 2} \int_{\Omega} |\phi_1(x) + \phi_2(x)|^{p_1+p_2+2} dx + \int_{\Omega} |\phi_1(x)|^{p_1+1} |\phi_2(x)|^{p_2+1} dx. \end{aligned}$$

Отсюда получаем априорную оценку. Таким образом, в виду теоремы 2.1 $T = +\infty$.

Интересным является случай $p_1 + p_2 \leq \min \{r_1, r_2\}$ и когда знак λ не определён. В этом случае справедлив следующий результат.

Теорема 3.2. Предположим, что выполнены условия теоремы 2.1 и дополнительно выполнено условие $p_1 + p_2 \leq \min \{r_1, r_2\}$. Тогда локальное решение, которое определяется теоремой 2.1, можно глобально продолжить.

Доказательство. Если $a_i < 0$, $b_i < 0$, $i = 1, 2$, то справедливость утверждения теоремы является следствием теоремы 3.1. Рассмотрим случай $a_i < 0$, $b_i < 0$, $i = 1, 2$. Другие случаи рассматриваются аналогичным образом.

Пусть $\{u_1(t, x), u_2(t, x)\}$ решение задачи (1.1)–(1.3) в области $[0, t] \cdot \Omega$, определяемой теоремой 2.1. Умножим обе части первого уравнения системы (1.1) на $\frac{(p_1+1)}{b_1} u_{1t}(t, x)$, а второе уравнение на $\frac{(p_2+1)}{b_2} u_{2t}(t, x)$ и проинтегрируем полученные равенства по области $[0, t] \cdot \Omega$. После интегрирования по частям и суммирования полученных равенств, получим тождество:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^2 \frac{\lambda}{2a_i} \left[\|u_{it}(t, \cdot)\|^2 + \|\nabla u_i(t, \cdot)\|^2 \right] + \frac{1}{p_1 + p_2 + 2} \int_{\Omega} G(u_1, u_2) dx + \\ & + \sum_{i=1}^2 \frac{\lambda}{2a_i} \int_0^t \int_{\Omega} |u_i(t, x)|^{r_i+1} dx dt = \sum_{i=1}^2 \frac{\lambda}{2a_i} \left[\|\psi_i(\cdot)\|^2 + \|\nabla \phi_i(\cdot)\|^2 \right] + \\ & + \frac{1}{p_1 + p_2 + 2} \int_{\Omega} G(\phi_1, \phi_2) dx + \frac{2}{p_1 + p_2 + 2} \int_0^t \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} G(u_1(t, x), u_2(t, x)) dx dt, \quad (3.3) \end{aligned}$$

где

$$G(u_1(t, x), u_2(t, x)) = \lambda \int_{\Omega} |u_1 + u_2|^{p_1+p_2+2} dx + (p_1 + p_2 + 2) \int_{\Omega} |u_1|^{p_1+1} |u_2|^{p_2+1} dx,$$

$$G(\phi_1(x), \phi_2(x)) = \lambda \int_{\Omega} |\phi_1(x) + \phi_2(x)|^{p_1+p_2+2} dx + (p_1 + p_2 + 2) \int_{\Omega} |\phi_1(x)|^{p_1+1} |\phi_2(x)|^{p_2+1} dx.$$

Из определения $G(u_1(t, x), u_2(t, x))$ получим, что:

$$\begin{aligned}
 J &= \frac{2}{p_1 + p_2 + 2} \int_0^t \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} G(u_1(t, x), u_2(t, x)) dx dt = \\
 &= 2\lambda \int_0^t \int_{\Omega} |u_1 + u_2|^{p_1 + p_2} (u_1 + u_2)(u_{1t} + u_{2t}) dx dt + \\
 &+ (p_1 + 1) \int_0^t \int_{\Omega} |u_1|^{p_1 - 1} |u_2|^{p_2 + 1} u_1 u_{1t} dx dt + (p_2 + 1) \int_0^t \int_{\Omega} |u_1|^{p_1 + 1} |u_2|^{p_2 - 1} u_2 u_{2t} dx dt = J_1 + J_2 + J_3 + J_4.
 \end{aligned}$$

Применяя неравенство Гельдера с показателями $q = \frac{r_1 + 1}{r_1}$, $q' = r_1 + 1$, имеем:

$$\begin{aligned}
 J_1 &\leq 2\lambda \int_0^t \int_{\Omega} |u_1 + u_2|^{p_1 + p_2 + 1} |u_{1t}| dx dt \leq \\
 &\leq 2\lambda \left(\int_0^t \int_{\Omega} |u_1 + u_2|^{(p_1 + p_2 + 1) \frac{\eta + 1}{\eta}} dx dt \right)^{\frac{\eta}{\eta + 1}} \cdot \left(\int_0^t \int_{\Omega} |u_{1t}|^{\eta + 1} dx dt \right)^{\frac{1}{\eta + 1}}.
 \end{aligned}$$

Применим неравенство Юнга с параметрами $\eta = \varepsilon^{\frac{1}{\eta + 1}} (r_1 + 1)^{\frac{1}{\eta + 1}}$, $\eta' = \frac{\eta}{\eta - 1}$

в правой части данного неравенства. Имеем:

$$J_1 \leq 2\lambda \varepsilon^{-\eta} \int_0^t \int_{\Omega} |u_1 + u_2|^{(p_1 + p_2 + 1) \frac{\eta + 1}{\eta}} dx dt + 2\lambda \varepsilon \int_0^t \int_{\Omega} |u_{1t}|^{\eta + 1} dx dt.$$

Так как $p_1 + p_2 + 1 \leq r_1$, отсюда получим, что:

$$\int_0^t \int_{\Omega} |u_1 + u_2|^{(p_1 + p_2 + 1) \frac{\eta + 1}{\eta}} dx dt \leq C_{11} + C_{12} \int_0^t \int_{\Omega} |u_1 + u_2|^{p_1 + p_2 + 2} dx dt,$$

где $C_{11} = 0$, $C_{12} = 1$, если $p_1 + p_2 + 1 \leq r_1$,

$$C_{11} = \frac{[r_1 - (p_1 + p_2 + 1)] T \text{ mes } \Omega}{(p_1 + p_2 + 1) r_1}, \quad C_{12} = \frac{(p_1 + p_2 + 1) r_1}{(p_1 + p_2 + 1)(r_1 + 1)}, \quad \text{если } p_1 + p_2 + 1 \leq r_1.$$

Следовательно,

$$J_1 \leq 2C_{11} \lambda \varepsilon^{-\eta} + 2C_{12} \lambda \varepsilon^{-\eta} \int_0^t \int_{\Omega} |u_1 + u_2|^{(p_1 + p_2 + 1) \frac{\eta + 1}{\eta}} dx dt + 2\lambda \varepsilon \int_0^t \int_{\Omega} |u_{1t}|^{\eta + 1} dx dt.$$

Аналогично имеем:

$$J_2 \leq 2C_{21} \lambda \varepsilon^{-r_2} + 2C_{22} \lambda \varepsilon^{-r_2} \int_0^t \int_{\Omega} |u_1 + u_2|^{(p_1 + p_2 + 1) \frac{r_2 + 1}{r_2}} dx dt + 2\lambda \varepsilon \int_0^t \int_{\Omega} |u_{2t}|^{r_2 + 1} dx dt.$$

Далее, применяя неравенство Гельдера с показателями $q = \frac{r_1 + 1}{r_1}$, $q' = r_1 + 1$ и

неравенства Юнга с параметром $\eta = \frac{1}{r_1 + 1}$, получим, что:

$$J_3 \leq (p_1 + 1) \int_0^t \int_{\Omega} |u_1|^{p_1} |u_2|^{p_2 + 1} |u_{1t}| dx dt \leq (p_1 + 1) \left(\int_0^t \int_{\Omega} |u_1|^{\frac{r_1 + 1}{r_1}} |u_2|^{(p_2 + 1) \frac{r_1 + 1}{r_1}} dx dt \right)^{\frac{r_1}{r_1 + 1}} \times$$

$$\times \left(\int_0^t \int_{\Omega} |u_{1t}|^{r_1 + 1} dx dt \right)^{\frac{1}{r_1 + 1}} \leq \frac{r_1 (p_1 + 1)}{(r_1 + 1) \epsilon^{\eta}} \int_0^t \int_{\Omega} |u_1|^{\frac{r_1 + 1}{r_1}} |u_2|^{(p_2 + 1) \frac{r_1 + 1}{r_1}} dx dt + \frac{\epsilon (p_1 + 1)}{r_1 + 1} \int_0^t \int_{\Omega} |u_{1t}|^{r_1 + 1} dx dt.$$

Применяя неравенства Гельдера с показателями

$$\rho = \frac{r_1 (p_1 + p_2 + 2)}{(p_2 + 1)(r_1 + 1)}, \quad \rho' = \frac{r_1 (p_1 + p_2 + 2)}{r_1 (p_1 + p_2 + 2) - (p_2 + 1)(r_1 + 1)} = \frac{r_1 (p_1 + p_2 + 2)}{r_1 p_1 - p_2 + r_1 - 1}$$

и неравенства Юнга, получим, что

$$\int_0^t \int_{\Omega} |u_1|^{\frac{r_1 + 1}{r_1}} |u_2|^{(p_2 + 1) \frac{r_1 + 1}{r_1}} dx dt \leq \left(\int_0^t \int_{\Omega} |u_1|^{\frac{r_1 + 1}{r_1} \rho'} dx dt \right)^{\frac{1}{\rho'}} \left(\int_0^t \int_{\Omega} |u_2|^{p_1 + p_2 + 2} dx dt \right)^{\frac{1}{\rho}} \leq$$

$$\leq \frac{1}{\rho'} \int_0^t \int_{\Omega} |u_1|^{\frac{r_1 + 1}{r_1} \rho'} dx dt + \frac{1}{\rho} \int_0^t \int_{\Omega} |u_2|^{p_1 + p_2 + 2} dx dt.$$

Так как $p_1 + p_2 + 1 \leq r_1$, поэтому:

$$p_1 \frac{r_1 + 1}{r_1} \rho' = p_1 \frac{(r_1 + 1)(p_1 + p_2 + 1)}{r_1 (p_1 + p_2 + 1) - (p_2 + 1)(r_1 + 1)} \leq p_1 + p_2 + 2.$$

Итак, применяя неравенства Гельдера, имеем:

$$\int_0^t \int_{\Omega} |u_1|^{\frac{r_1 + 1}{r_1} \rho'} dx dt \leq C_{31} + C_{32} \int_0^t \int_{\Omega} |u_1|^{p_1 + p_2 + 2} dx dt,$$

где $C_{31} = 0$, $C_{32} = 1$ если $p_1 + p_2 + 1 \leq r_1$ и

$$C_{31} = \frac{[r_1 - (p_1 + p_2 + 1)T] \text{mes} \Omega}{r_1 p_1 - p_2 + r_1 - 1}, \quad C_{32} = \frac{p_1 (r_1 + 1)}{r_1 p_1 - p_2 + r_1 - 1},$$

если $p_1 + p_2 + 1 \leq r_1$. Таким образом,

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^2 \frac{\lambda}{2a_i} \left[\|u_{it}(t, \cdot)\|^2 + \|\nabla^{k_i} u_i(t, \cdot)\|^2 \right] + \frac{1}{p_1 + p_2 + 2} \int_{\Omega} G(u_1(t, x), u_2(t, x)) dx + \\
& + \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\lambda}{2a_i} - 4\lambda\varepsilon \right) \int_0^t \int_{\Omega} |u_i(t, x)|^{r_i+1} dx dt \leq \sum_{i=1}^2 \frac{\lambda}{2a_i} \left[\|\psi_i(\cdot)\|^2 + \|\nabla^{k_i} \varphi_i(\cdot)\|^2 \right] + \\
& + \frac{1}{p_1 + p_2 + 2} \int_{\Omega} G(\varphi_1(x), \varphi_2(x)) dx + c_2 + c_3 \int_0^t \int_{\Omega} G(u_1(t, x), u_2(t, x)) dx dt, \quad (3.4)
\end{aligned}$$

где $c_2 > 0$, $c_3 > 0$ не зависят от t .

Применяя лемму Гронуола, из (3.4) получим, что

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=1}^2 \frac{\lambda}{2a_i} \left[\|u_{it}(t, \cdot)\|^2 + \|\nabla^{k_i} u_i(t, \cdot)\|^2 \right] + \frac{1}{p_1 + p_2 + 1} \int_{\Omega} G(u_1(t, x), u_2(t, x)) dx + \\
& + \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\lambda}{2a_i} - 4\lambda\varepsilon \right) \int_0^t \int_{\Omega} |u_i(t, x)|^{r_i+1} dx dt \leq c_4.
\end{aligned}$$

Применяя теорему 2.1, получим, что данное решение $\{u_1(t, x), u_2(t, x)\}$ можно продолжить глобально на всю область $[0, t] \cdot \Omega$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алиев А.Б., Казимов А.А. Глобальные слабые решения задачи Коши для полулинейных псевдо гиперболических уравнений // Дифференциальные уравнения. Т. 45. 2009. № 2. С. 169–179.
2. Agre K., Rammaha M.A. Systems of nonlinear wave equations with damping and source terms // Differential Integral Equations. Vol. 19. 2006. No. 11. Pp. 1235–1270.
3. Aliev A.B., Rustamova S.O. Global existence, asymptotic behavior and blow-up of solutions for mixed problem for the coupled wave equations with nonlinear damping and source terms // Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics. National Academy of Sciences of Azerbaijan Vol. 42. 2016. No. 2. P. 188–201.
4. Ang D.D., Dinh A.P. Strong solutions of a quasilinear wave equation with nonlinear damping // SIAM Journal on Mathematical Analysis. Vol. 19. 1988. No. 2. P. 337–347.
5. Georgiev V., Todorova G. Existence of a solution of the wave equation with nonlinear damping and source term // J. Differential Equations. Vol. 109. 1994. No. 2. P. 295–308.
6. Messaoudi A. Blow up of solutions with positive initial energy in a nonlinear viscoelastic wave equation // J. Math. Anal. Appl. Vol. 320. 2006. P. 902–915.
7. Said-Houari B. Global nonexistence of positive initial-energy solutions of a system of nonlinear wave equations with damping and source terms // Differential Integral Equations. Vol. 23. 2010. No. 1–2. P. 79–92.
8. Serrin J., Todorova G., Vitillaro E. Existence for a nonlinear wave equation with damping and source terms // Differential Integral Equations. Vol. 16. 2003. No. 1. P. 13–50.
9. Todorova G. Stable and unstable sets for the Cauchy problem for a nonlinear wave with nonlinear damping and source terms // J. Math. Anal. Appl. Vol. 239. 1999. P. 213–226.
10. Vitillaro E. Global existence theorems for a class of evolution equations with dissipation // Arch. Ration. Mech. Anal. Vol. 149. 1999. No. 2. P. 155–182.

11. Wang Y. A sufficient condition for finite time blow up of the nonlinear Klein–Gordon equations with arbitrarily positive initial energy // *Amer. Math. Soc.* Vol. 136. 2008. No. 10. P. 3477–3482.
12. Yang Z.J., Chen G.W. Global existence of solutions for quasi-linear wave equations with viscous damping // *J. Math. Anal. Appl.* Vol. 285. 2003. No. 2. P. 604–618.
13. Ye Y.J. Global existence and asymptotic behavior for systems of nonlinear hyperbolic equations // *Applicable Analysis*. Vol. 92. 2013. No. 11. Pp. 2424–2437.
14. Ye Y.J. Global existence and nonexistence of solutions for coupled nonlinear wave equations with damping and source terms // *Bull. Korean Math. Soc.* Vol. 51. 2014. No. 6. P. 1697–1710.

REFERENCES

1. Aliev A.B., Kazimov A.A. [Global weak solutions of the Cauchy problem for semilinear pseudo-hyperbolic equations]. In: *Differentsial'nye uravneniya* [Differential equations], vol. 45, 2009, no. 2, pp. 169–179.
2. Agre K., Rammaha M.A. Systems of nonlinear wave equations with damping and source terms. In: *Differential Integral Equations*, vol. 19, 2006, no. 11, pp. 1235–1270.
3. Aliev A.B., Rustamova S.O. Global existence, asymptotic behavior and blow-up of solutions for mixed problem for the coupled wave equations with nonlinear damping and source terms. In: *Proceedings of the Institute of Mathematics and Mechanics. National Academy of Sciences of Azerbaijan*, vol. 42, 2016, no. 2, pp. 188–201.
4. Ang D.D., Dinh A.P. Strong solutions of a quasilinear wave equation with nonlinear damping. In: *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, vol. 19, 1988, no. 2, pp. 337–347.
5. Georgiev V., Todorova G. Existence of a solution of the wave equation with nonlinear damping and source term. In: *J. Differential Equations*, vol. 109, 1994, no. 2, pp. 295–308.
6. Messaoudi A. Blow up of solutions with positive initial energy in a nonlinear viscoelastic wave equation. In: *J. Math. Anal. Appl.*, vol. 320, 2006, pp. 902–915.
7. Said-Houari B. Global nonexistence of positive initial-energy solutions of a system of nonlinear wave equations with damping and source terms. In: *Differential Integral Equations*, vol. 23, 2010, no. 1–2, pp. 79–92.
8. Serrin J., Todorova G., Vitillaro E. Existence for a nonlinear wave equation with damping and source terms. In: *Differential Integral Equations*, vol. 16, 2003, no. 1, pp. 13–50.
9. Todorova G. Stable and unstable sets for the Cauchy problem for a nonlinear wave with nonlinear damping and source terms. In: *J. Math. Anal. Appl.*, Vol. 239, 1999, pp. 213–226.
10. Vitillaro E. Global existence theorems for a class of evolution equations with dissipation. In: *Arch. Ration. Mech. Anal.*, vol. 149, 1999, no. 2, pp. 155–182.
11. Wang Y. A sufficient condition for finite time blow up of the nonlinear Klein–Gordon equations with arbitrarily positive initial energy. In: *Amer. Math. Soc.*, vol. 136, 2008, no. 10, pp. 3477–3482.
12. Yang Z.J., Chen G.W. Global existence of solutions for quasi-linear wave equations with viscous damping. In: *J. Math. Anal. Appl.*, vol. 285, 2003, no. 2, pp. 604–618.
13. Ye Y.J. Global existence and asymptotic behavior for systems of nonlinear hyperbolic equations. In: *Applicable Analysis*, vol. 92, 2013, no. 11, pp. 2424–2437.
14. Ye Y.J. Global existence and nonexistence of solutions for coupled nonlinear wave equations with damping and source terms. In: *Bull. Korean Math. Soc.*, vol. 51, 2014, no. 6, pp. 1697–1710.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Рустамова Самира Октай кызы – аспирант Института математики и механики Национальной академии наук Азербайджана;
e-mail: samira.rustamova.1979@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Samira O. kizi Rustamova – postgraduate student of the Institute of Mathematics and Mechanics, National Academy of Sciences of Azerbaijan;
e-mail: samira.rustamova.1979@mail.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Рустамова С.О. Смешанная задача для систем полулинейных гиперболических уравнения с нелинейной диссипацией и нелинейным источником // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2017. № 3. С. 34–42.

DOI: 10.18384-2310-7251-2017-3-34-42

CORRECT REFERENCE TO THE ARTICLE

Rustamova S.O. A Mixed Problem for Systems of Semilinear Hyperbolic Equations with Nonlinear Dissipation and NonLinear Source. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2017, no. 3, pp. 34–42.

DOI: 10.18384-2310-7251-2017-3-34-42