

УДК 378.147

DOI: 10.18384/2310-7219-2017-4-38-44

СУДОКУ С ИНТЕГРАЛАМИ

Макжанова Я.В.*Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова
117997, г. Москва, Стремянный пер., д. 36, Российская Федерация*

Аннотация. В публикации автор делится опытом использования игровых технологий в процессе преподавания математического анализа студентам – будущим экономистам. Занятия, посвящённые повторению методов вычисления пределов или определённых интегралов, предлагается проводить в форме соревнования команд, отгадывающих sudoku с математическими примерами вместо чисел. В статье приводится описание подобного соревнования. Автором предложены две таблицы sudoku (без решений): одна – с пределами, другая – с определёнными интегралами. Даются рекомендации по составлению математических sudoku, а также указываются дополнительные возможности их применения в процессе преподавания. В заключение отмечаются общекультурные компетенции, осваиваемые в процессе проведения занятий в виде соревнования команд.

Ключевые слова: геймификация, sudoku, игровые технологии, определённый интеграл, предел.

SUDOKU WITH INTEGRALS

Y. Makzhanova*Plekhanov Russian University of Economics
36, Stremyanny lane, Moscow, 117977, Russian Federation*

Abstract. In the article the author is sharing the experience of using gaming technologies in teaching mathematical analysis to students majoring in economic sciences. It is suggested organizing the lessons devoted to revising methods of taking limits and definite integrals in the form of competition of teams solving Sudoku puzzle with mathematical exercises instead of numbers. The description of such a competition is given in the article. The author submits two Sudoku puzzles (without answers): one with limits and another with definite integrals. Recommendations for constructing mathematical Sudoku puzzles are given. Besides, additional possibilities of using mathematical Sudoku puzzles in teaching process are indicated. In conclusion, cultural competences are mentioned which are developing when lessons are conducted as a competition of teams.

Key words: gamification, Sudoku, gaming technologies, definite integral, limit.

Технологии активного обучения – одна из форм образовательных технологий, направленная на активизацию учебно-познавательной деятельности посредством широкого использования педагогических и организационно-управ-

ленческих средств [1]. К технологиям активного обучения относят: проблемное обучение, эвристическое обучение, программированное обучение, знако-во-контекстное обучение, интерактивное обучение, а также геймификацию, или игровое обучение, на котором мы остановимся подробнее.

Под геймификацией понимают применение игровых приёмов (технологий) в неигровых видах деятельности, например в образовании. Таких приёмов великое множество, начиная от деловых игр и заканчивая компьютерными, и все они объединены общей целью – освоением определённых компетенций в процессе игры.

Применение технологий игрового обучения – элементов геймификации – становится всё более актуальным в современном профессиональном образовании. Они способствуют превращению процесса обучения в интересное и увлекательное занятие, создают благоприятную эмоциональную атмосферу и позитивный настрой во время занятий [4] и тем самым повышают эффективность образовательного процесса. Кроме того, сам процесс игры выступает в качестве нематериальной мотивации [5], стимулирующей учебную деятельность.

Нами предлагается использовать популярную игру судоку на семинарских занятиях по курсу математического анализа, посвящённых повторению пройденного материала, для студентов-нематематиков.

Математические дисциплины, в том числе и математический анализ, чаще всего непонятны и скучны для студентов нематематических специальностей. Большая доля студентов относится к данным дисциплинам как

к мучительной неизбежности, завершающейся к тому же трудным экзаменом, и, как правило, успеваемость по математике ниже, чем по другим дисциплинам. Внедрение элементов развлечения, игры на занятиях по математическому анализу позволяет разнообразить занятия, придать ощущение близости математики к реальной жизни, стимулирует желание лишнего раз заглянуть в конспекты и повторить пройденный материал, улучшает восприятие математики в целом.

В процессе преподавания традиционного курса математического анализа преподаватель, как правило, использует типовые задачи для отработки основных техник и методов взятия пределов, дифференцирования, интегрирования и т. д. После того, как каждый из методов, к примеру, интегрирования, изучен по отдельности, проводится обобщающее занятие для их повторения, во время которого студенты решают интегралы разного типа без подсказки, какой из методов интегрирования нужно использовать. Вот на этом этапе, обобщающем, подытоживающем всё ранее изученное, и можно применить игровые техники, превратив скучный урок повторения пройденного в соревнование команд. Дополнительной мотивацией при этом могут стать бонусные баллы в индивидуальный рейтинг для членов команды победителей.

Идея использовать судоку на занятиях по математике возникла у автора статьи случайно, после знакомства с творчеством известного американского художника-карикатуриста Билла Аменда (Bill Amend) [7], физика по образованию. Среди его забавных картинок и комиксов попадаются судоку с

математическими примерами вместо чисел.

Занятия в форме соревнования команд по отгадыванию математического sudoku проводятся автором со студентами первого курса факультета «Международной школы бизнеса и мировой экономики» Российского экономического университета им. Г.В. Плеханова в течение нескольких последних лет. Обычно удается проводить такие занятия дважды за весь курс математического анализа для повторения тем «Вычисление пределов» и «Вычисление определенных интегралов». Решение одной матрицы sudoku занимает у команд примерно полтора часа, т. е. как раз одно семинарское занятие. Следует отметить, что студенты встречают идею о подобном соревновании с величайшим энтузиазмом и просят повторить игру.

Описание процесса игры

Студенческая группа делится на несколько команд (7–8 человек в команде) с капитанами во главе, которые организуют работу внутри команды. Команды рассаживаются так, чтобы исключалось общение между ними, так как для всех команд предлагается одна и та же матрица sudoku. В матрице sudoku вместо чисел стоят математические примеры, в нашем случае пределы или определённые интегралы. В процессе соревнования перед командами ставятся две задачи: 1) решить все примеры и определить тем самым известные числа в матрице sudoku; 2) решить sudoku. Победителем становится та из команд, которая быстрее справится с заданием. Её участники получают дополнительные баллы в рейтинг по математическому анализу.

Обычно мы используем sudoku 9×9 среднего уровня сложности – 25–28 чисел. Сознательно не берём слишком простые, чтобы невозможно было решить sudoku, не решив математических примеров. Заметим, что на сегодняшний момент математически доказано, что игра sudoku с 17 известными числами и более всегда имеет единственное решение [6].

Составление математического sudoku требует от преподавателя определённых усилий и временных затрат, так как стоящие в клетках матрицы sudoku примеры должны иметь в ответе целые числа от одного до девяти. В принципе, почти всегда можно добиться этого путём домножения предела или интеграла на соответствующий коэффициент или изменения пределов интегрирования. К счастью, сегодня в распоряжении преподавателя в свободном доступе имеются интернет-ресурсы, подобные WolframAlpha [8], позволяющие за считанные секунды производить вычисления, так что удаётся за довольно короткое время перебрать несколько параметров: коэффициентов, пределов интегрирования и т. д., – пока не будет найден подходящий вариант. В качестве основы можно взять типовые примеры из любого подходящего учебного пособия, например из «Высшей математики для экономистов» [2].

Преподаватель в процессе игры контролирует правильность решения примеров, периодически проверяя полученные командой ответы и сообщая, в каких клетках матрицы sudoku содержатся ошибки. Во время соревнования разрешается пользоваться тетрадями и учебниками, но не Интернетом. Решения всех примеров должны быть

предоставлены командами преподавателю.

Участники каждой команды в процессе игры взаимодействуют по-разному: либо распределяют примеры между собой, либо организуют «мозговой штурм» с обсуждением вариантов решения. Как показал опыт, в студенческой группе специалисты по взятию интегралов (пределов) и специалисты

по отгадыванию sudoku – это совсем не обязательно одни и те же люди. Некоторые студенты – но таких мало – первый раз сталкиваются с решением sudoku только в процессе нашего соревнования.

Ниже приведены две матрицы sudoku, предлагавшиеся студентам на наших занятиях, одна – с пределами, другая – с определёнными интегралами.

Судоку с пределами

(1)

					A		B	
			C		D	E		F
		G				H	I	
	J			K			L	M
			N		O			
P	Q			R			S	
	T	U				V		
W		X	Y		Z			
	AA		BB					

где $A = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 9x + 18}{x^2 + 7x + 12}$; $B = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2}$; $C = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{0,5 \sin 3x}{\sqrt{x+4}-2}$; $D = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 7 - \operatorname{tg} x}{-4x + 2 - \cos x}$;

$E = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{3x - 3 \sin x}$; $F = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x+2} - \sqrt{2-x}}$; $G = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg} x + \cos 2x}{\operatorname{tg} 3x + 2 \sin 2x}$;

$H = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x + 15}{x + \sqrt{x^2 + 7}}$; $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \operatorname{arctg}^2 3x}{\arcsin^2 2x}$; $J = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(4-x)^2}{3-x}$; $K = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 5x - 8}{2x - 4}$;

$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{\sin 2x - \sin x}$; $M = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4 + 5x - 36x^2}{7 + 9x - 6x^2}$; $N = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(9x^2 - 5)^2}{x^2(3x + 1)^2}$; $O = \lim_{x \rightarrow 0} (e^{2x} - 1) \frac{\operatorname{ctg} x}{2}$;

$P = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9\pi^2 x}{\pi \sin(\pi x)}$; $Q = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{x-1} - \frac{4}{x^2-1} \right)$; $R = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{x - \sin x}$; $S = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + x - 4}{x^2 + 2}$;

$$T = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{e^x - 1}; U = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 13x + 22}{x^2 - 5x + 6}; V = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 6x}{\operatorname{tg} 3x}; W = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \operatorname{arctg} 3x}{\operatorname{arcsin} 2x};$$

$$X = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2\sqrt{x^2 + 7x} - 2x); Y = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{4(1 - \cos 5x)}; Z = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 27x}{\sin 3x};$$

$$AA = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{4 + \sin x} - \sqrt{4 - \sin x}}; BB = \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt[5]{5^{\frac{6x-3}{3x+1}}}.$$

Судоку с интегралами

(2)

	A			B				
C	D	E				F	G	
	H		I	J		K		
				L			M	
N			O	P	Q		R	S
	T	U						
		V	W				X	
				Y		Z		AA
BB								CC

$$\text{где } A = \int_0^1 \frac{64x}{(1+x^4)\pi} dx; B = \int_0^1 \frac{30(x+\sqrt{x})^2}{7} dx; C = \int_0^{+\infty} e^{-x} dx; D = \int_1^{e^2} \frac{3\sqrt{1+\ln x}}{2x} dx;$$

$$E = \int_1^4 \frac{4 dx}{x^2 - 10x + 25}; F = \int_0^{\sqrt[3]{5}} 3x^2 dx; G = \int_0^1 32x \ln^2 x dx; H = \int_0^3 x\sqrt{9-x^2} dx; I = \int_1^2 \frac{8e^{1/x} dx}{x^2(e-\sqrt{e})};$$

$$J = \int_0^1 \frac{5e \cdot xe^{-x}}{e-2} dx; K = \int_0^3 \frac{e^{x/3}}{e-1} dx; L = \int_2^{\sqrt{5}} \frac{3x dx}{\sqrt{5-x^2}}; M = \int_0^{+\infty} e^{-x/2} dx; N = \int_2^4 \frac{4\sqrt{9}}{3} dx;$$

$$O = \int_0^{\infty} \frac{40 \operatorname{arctg} x dx}{(x^2+1)\pi^2}; P = \int_{-1}^{2\sqrt{3}-1} \frac{12 dx}{(x^2+2x+5)\pi}; Q = \int_0^1 (6x+6)(2x-1) dx; R = \int_1^2 \frac{4 dx}{(x^2+x) \ln \frac{4}{3}};$$

$$S = \int_1^4 \frac{(3\sqrt{x}-3)^2}{\sqrt{x}} dx; T = \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx; U = \int_0^8 \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx; V = \int_0^1 \frac{16x dx}{(1+x^2)^2}; W = \int_1^e \frac{27 \ln^2 x}{x} dx;$$

$$X = \int_1^3 12,5 \cdot (x-2)^4 dx; Y = \int_{-\infty}^{-0,125} \frac{dx}{x^2}; Z = \int_8^9 \frac{\ln(e^{6x})}{x} dx; AA = \int_0^{\pi/2} 3 \sin^3 x dx; BB = \int_0^{+\infty} \frac{2dx}{\left(x + \frac{1}{3}\right)^3};$$

$$CC = \int_0^{\pi/3} \frac{560 \cos^3 x \cdot \sin(2x) dx}{31}.$$

Представляется интересным ещё один вариант использования идеи с математическим sudoku: можно дать домашнее задание студентам самим (индивидуально или в составе группы) составить подобные sudoku. Аналогичный опыт, правда, касающийся составления студентами не матриц sudoku, а нематематических тестов, описан в работе Л.А. Евдокимовой [3]. Такое задание, достаточно непростое для студентов-первокурсников, должно оказаться очень эффективной методикой в деле освоения техники решения типовых математических задач.

В заключение хотелось бы отметить, что привнесение игровых эле-

ментов, подобных описанным в нашем опыте, в преподавание любой дисциплины, в том числе и в курс математического анализа, позволяет студентам не только повторить пройденный материал, но и освоить и закрепить такие общекультурные компетенции, как способность к обобщению и анализу, к постановке цели и выбору путей ее оптимального достижения, способность логически мыслить, способность самостоятельно использовать новые знания и умения, способность к коммуникации, способность к кооперации с коллегами и работе в команде, а также способность обучать и передавать свой опыт.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акуленко Н.Б., Елина О.А. Особенности применения инновационных методов в образовательном процессе // Вестник Российского экономического университета им. Г.В. Плеханова. 2013. № 3 (57). С. 32–39.
2. Высшая математика для экономистов: сборник задач: учебное пособие / Г.И. Бобрик и др. 3-е изд., исправл. М., 2015. 539 с. Бакалавриат.
3. Евдокимова Л.А. Составление тестов как метод закрепления учебного материала // Вопросы методики преподавания в вузе. 2014. № 3. С. 444–446.
4. Елисеева Е.В., Зятева Л.А., Исакова Г.С., Киютина И.И., Шкитырь О.А. Совершенствование подготовки будущих специалистов в вузе на основе внедрения технологии геймификации // Проблемы современного педагогического образования. 2016. № 53–3. С. 178–185.
5. Мирошниченко О.Н. Интерактивная и игротехническая компетентность преподавателей вуза // Концептуальные основы стратегического управления региональным развитием в условиях глобальных вызовов: материалы VI Всероссийской научно-практической конференции, Чебоксары, 05.02.2015. Чебоксары, 2015. С. 339–343.
6. Чернышова Н.Н., Фомина И.А. Головоломка sudoku: математическая основа и алгоритмы решения // Приволжский научный журнал. 2015. № 3 (35). С. 128–134.
7. FoxTrot by Bill Amend. USA, 1988–2017 [Электронный ресурс]. URL: <http://www.foxtrot.com> (дата обращения: 18.09.2017).
8. WolframAlpha computational knowledge engine. USA, 2009–2017 [Электронный ресурс]. URL: <http://www.wolframalpha.com> (дата обращения: 18.09.2017).

REFERENCES

1. Akulenko N.B., Elina O.A. [Peculiarities of application of innovative methods in educational process]. In: *Vestnik Rossiiskogo ekonomicheskogo universiteta im. G.V. Plekhanova* [Bulletin of the Russian Economic University. G.V. Plekhanov], 2013, no. 3 (57), pp. 32–39.
2. Bobrik G.I. et al. *Vysshaya matematika dlya ehkonomistov: sbornik zadach* [Higher mathematics for economists: a collection of problems]. Moscow, 2015. 539 p.
3. Evdokimova L.A. [Writing tests as a method of consolidating the learning material]. In: *Voprosy metodiki prepodavaniya v vuze* [Questions of methodology of teaching at a university], 2014, no. 3, pp. 444–446.
4. Eliseeva E.V., Zyateva L.A., Isakova G.S., Kiyutina I.I., Shkityr' O.A. [Improvement of future specialists' training at a university on the basis of technology introduction of gamification]. In: *Problemy sovremennogo pedagogicheskogo obrazovaniya* [Problems of modern pedagogical education], 2016, no. 53–3, pp. 178–185.
5. Miroshnichenko O.N. [Interactive and game competence of university teachers]. In: *Kontseptual'nye osnovy strategicheskogo upravleniya regional'nym razvitiem v usloviyakh global'nykh vyzovov: materialy VI Vserossiiskoi nauchno-prakticheskoi konferentsii, Cheboksary, 05.02.2015* [Conceptual framework for strategic management of regional development in the context of global challenges: proceedings of the VI all-Russian scientific-practical conference, Cheboksary, February 05.02.2015]. Cheboksary, 2015, pp. 339–343.
6. Chernyshova N.N., Fomina I.A. [Sudoku: the mathematical basis and algorithms solutions]. In: *Privolzhskii nauchnyi zhurnal* [Privolzhsky scientific journal], 2015, no. 3 (35), pp. 128–134.
7. FoxTrot by Bill Amend. USA, 1988–2017. Available at: <http://www.foxtrot.com> (accessed: 18.09.2017).
8. WolframAlpha computational knowledge engine. USA, 2009–2017. Available at: <http://www.wolframalpha.com> (accessed: 18.09.2017).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРЕ

Макжанова Яна Викторовна – кандидат технических наук, доцент кафедры высшей математики Российского экономического университета им. Г. В. Плеханова;
e-mail: makzhan@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHOR

Yana V. Makzhanova – PhD in Technical sciences, associate professor at the Academic Department of Higher Mathematics, Plekhanov Russian University of Economics;
e-mail: makzhan@mail.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Макжанова Я.В. Судуку с интегралами // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Педагогика. 2017. № 4. С. 38–44.
DOI: 10.18384/2310-7219-2017-4-38-44

FOR CITATION

Makzhanova Y.V. Sudoku with integrals. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Pedagogy*. 2017. no. 4. p. 38–44.
DOI: 10.18384/2310-7219-2017-4-38-44