РАЗДЕЛ II. ФИЗИКА

УДК 533.6.011.8

DOI: 10.18384/2310-7251-2018-1-16-22

НЕЛИНЕЙНЫЕ КИНЕТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В ЗАДАЧЕ КУЭТТА В РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ ПРИ ПЕРЕХОДНОМ РЕЖИМЕ

Вьюнг В.Т.¹, Горелов С.Л.^{1,2}

¹ *Московский физико-технический институт (государственный университет)
141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9,
Российская Федерация*

² *Центральный аэрогидродинамический институт им. профессора Н.Е. Жуковского
140180, г. Жуковский, Московская область, ул. Жуковского, д. 1, Российская
Федерация*

Аннотация. В данной работе рассматривается задача Куэтта о течении газа и теплопередаче между двумя параллельными бесконечными пластинами на расстоянии h друг от друга, одна из которых покоится, а другая движется в собственной плоскости с постоянной скоростью W , температуры пластин T_0 и T_1 . В задаче вычисляются нормальная и касательная составляющие тензора напряжений и поток тепла к поверхности пластин Q . Результаты, полученные методом прямого статистического моделирования, сравниваются с аналитическими результатами, полученными с помощью метода самоподобной интерполяции. Результаты исследований показывают, что в переходной области между свободномолекулярным и сплошносредным пределами кроме касательной составляющей тензора напряжений присутствует нормальная составляющая, которой нет ни в свободномолекулярном случае, ни в случае сплошной среды. Необходимо отметить, что нормальная и касательная составляющие существенно немонотонны по числам Кнудсена. Тепловой поток также имеет немонотонное поведение и меняет знак при изменении степени разреженности газа (числа Кнудсена Kn).

Ключевые слова: течение Куэтта, эффекты разреженности газа, метод прямого статистического моделирования, метод самоподобной интерполяции.

NONLINEAR KINETIC EFFECTS IN THE COUETTE PROBLEM FOR A RAREFIED GAS IN THE TRANSITION REGION

V.T. Vuong¹, S. Gorelov^{1,2}

¹ *Moscow Institute of Physics and Technology (State University)
Institutskii per. 9, 141701 Dolgoprudnyi, Moscow Region, Russian Federation*

² *Central Aerohydrodynamic Institute
ul. Zhukovskogo 1, 140180 Zhukovsky, Moscow Region, Russian Federation*

© Вьюнг В.Т., Горелов С.Л., 2018.

Abstract. We consider the Couette problem of a gas flow and heat transfer between two parallel infinite plates located at a distance h from each other, with one plate resting and the other moving in its own plane at a constant velocity W . The temperatures of the plates are T_0 and T_1 , respectively. The normal and tangential components of the stress tensor and the heat flux to the surface of the plates are calculated. The results obtained by the direct simulation Monte-Carlo method are compared with the analytical ones using the self-similar interpolation method. The results show that in the transition region between the free-molecular flow and continuous flow, the stress tensor has two components: the tangent one and the normal one, which is absent both in the free-molecular case and in the case of a continuous flow. Moreover, the normal and tangential components are essentially non-monotonic in the range of Knudsen numbers. The heat flux also has a non-monotonic behavior and changes its sign with a change in the Knudsen number (gas rarefaction factor Kn).

Key words: Couette flow, rarefaction effects of gas, direct simulation Monte-Carlo method, self-similar interpolation method.

В данной работе рассматривается течение между двумя бесконечными параллельными пластинами [1; 2], которые имеют разные температуры T_0 и T_1 и движутся относительно друг друга со скоростью W в широком диапазоне числа Кнудсена.

Введём некоторые безразмерные параметры:

$$t = \frac{T_0}{T_1}, S_W = \frac{W}{\sqrt{2kT_1}}, P_{xy} = \frac{p_{xy}}{p}, P_{yy} = \frac{p_{yy}}{p} - 1, p = nk\sqrt{T_0T_1},$$

$$Q = \frac{q}{q_1} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{t} \left(t - 1 - \frac{1}{2} S_W^2 \right) (1 + \sqrt{t})^{-1}, q_1 = nkT_1 \sqrt{\frac{2kT_1}{m}},$$

где t – отношение температур пластин, S_W – относительная скорость, P_{xy} , P_{yy} – безразмерные касательная и нормальная составляющая тензора напряжений, соответственно, Q – безразмерный тепловой поток.

Рассматриваем течение при больших числах Кнудсена, тогда столкновениями между молекулами газа можно пренебречь.

Напряжение трения (касательная составляющая тензора напряжений) определяется формулой: $P_{xy} = -\frac{2}{1 + \sqrt{t}} \frac{S_W}{\sqrt{\pi}}$.

Нормальная составляющая тензора напряжений $P_{yy} = 0$.

Поток тепла к пластинам запишем в виде: $Q = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{t}}{1 + \sqrt{t}} \left(t - 1 - \frac{1}{2} S_W^2 \right)$.

При малых числах Кнудсена для вязкого несжимаемого газа можно записать напряжение трения в виде: $P_{xy} = -KnS_W$.

Нормальная составляющая тензора напряжений $P_{yy} = 0$.

Тепловой поток к нижней пластине (при $y = 0$) равен:

$$Q = \frac{q}{q_1} = Kn \left[\frac{15}{8}(t-1) - \frac{1}{2}S_w^2 \right].$$

При переходном режиме нет никаких аналитических решений, поэтому в данной работе расчёты в широком диапазоне чисел Кнудсена и при различных значениях отношения температур и скоростей движения пластин получены методом прямого статистического моделирования и методом самоподобной интерполяции [4].

По методу самоподобной интерполяции тепловой поток в зависимости от числа Кнудсена Kn получается в виде:

$$Q = \left(\frac{q}{q_1} \right)^* = \frac{q_{cm}^+ q_{hc}^+ Kn}{q_{cm}^+ + q_{hc}^+ Kn} - \frac{q_{cm}^- q_{hc}^- Kn}{q_{cm}^- + q_{hc}^- Kn},$$

где $q_{cm}^+ = a(t)(t-1)$, $q_{cm}^- = a(t)\frac{1}{2}S_w^2$, $a(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{t}}{1+\sqrt{t}}$ и $q_{hc}^+ = \frac{15}{8}(t-1)$, $q_{hc}^- = \frac{1}{2}S_w^2$.

Были проведены расчёты для параметров касательной P_{xy} и нормальной P_{yy} составляющих тензора напряжений и потока энергии к движущей стенке Q при определённой относительной скорости S_w и определённом отношении температур между пластинами t в зависимости от числа Кнудсена Kn . Для теплового потока результаты, полученные методом прямого статистического моделирования, сравнивались с результатом, полученным методом самоподобной интерполяции.

На рис. 1, 2 показаны зависимости значений касательной P_{xy}/S_{xy} от числа Кнудсена при некоторых значениях соотношений температур между пластинами t и относительной скорости S_w . Видно, что касательные составляющей тензора напряжений существенно немонокотонны по числам Кнудсена Kn .

Рис. 1. Зависимость P_{xy}/S_w от числа Кнудсена при $t = 0$ и разных значениях относительной скорости S_w .

Рис. 2. Зависимость P_{xy}/S_w от числа Кнудсена при $S_w = 10$ и разных значениях отношений температур t .

На рис. 3, 4 показаны зависимости нормальной составляющей P_{yy} тензора напряжений от числа Кнудсена Kn при некоторых значениях отношений температур t между пластинами и скорости S_w . Установлено, что в переходной области между свободномолекулярным и сплошносредным пределами кроме касательной составляющей тензора напряжений присутствует нормальная составляющая (которой нет ни в свободномолекулярном случае, ни в случае сплошной среды). Этот эффект показывает, что при переходном режиме две пластины не просто движутся относительно друг от друга, а ещё и отталкиваются. При этом и нормальная, и касательная составляющие существенно немонотонны по числам Кнудсена. Величина максимума этих напряжений зависит от скорости движения пластин S_w .

Рис. 3. Зависимость P_{yy} от числа Кнудсена при $t = 1$ и разных значениях относительной скорости S_w .

Рис. 4. Зависимость P_{yy} от числа Кнудсена при $S_w = 10$ и разных значениях отношений температур t .

На рис. 5 представлены результаты расчётов теплового потока для разных отношений температур пластин t при разных значениях числа Кнудсена Kn и относительной скорости пластин $S_w = 0,5$. Из рисунка видно, что при фиксированных значениях отношений температур и скоростей пластин тепловой поток к движущей пластине в зависимости от числа Кнудсена меняет знак. Впервые этот эффект был обнаружен в [3] численно при решении задачи Куэтта методом прямого статистического моделирования. Сплошными кривыми нанесены результаты, полученные методом самоподобной интерполяции [4; 5], точками – методом прямого статистического моделирования.

Рис. 5. Зависимость теплового потока Q от числа Кнудсена при относительной скорости $S_w = 0,5$.

Статья поступила в редакцию 13.12.2017 г.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. М: Наука, 1967. 440 с.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М: Наука, 1974. 712 с.
3. Абрамов А.А., Бутковский А.В. Эффекты немонотонности и изменения знака потока энергии в переходном режиме в задаче Куэтта с теплопередачей // Механика жидкости и газа. 2010. № 1. С. 167–174.
4. Горелов С.Л. Применение метода самоподобной интерполяции к задачам динамики разреженного газа // Прикладная математика и механика. 2005. Т. 69. Вып. 3. С. 438–444.
5. Горелов С.Л., Вьонг Ван Тьен. Течение Куэтта и теплопередача между параллельными пластинами в разреженном газе // Математическое моделирование. 2014. Т. 1. № 10. С. 33–46.

REFERENCES:

1. Kogan M.N. *Dinamika razrezhennogo gaza* [Rarefied gas dynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 440 p.
2. Shlikhting G. *Teoriya pogranichnogo sloya* [The theory of the boundary layer]. Moscow, Nauka Publ., 1974. 712 p.
3. Abramov A.A., Butkovskii A.V. Effekty nemonotonnosti i izmeneniya znaka potoka energii v perekhodnom rezhime v zadache Kuetta s teploperedachei [Effects of non-monotonicity and change in the sign of the energy flow in the transient mode in the Couette flow problem with heat transfer] In: *Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid Dynamics], 2010, no. 1, pp. 167–174.
4. Gorelov S.L. Primenenie metoda samopodobnoi interpolatsii k zadacham dinamiki razrezhennogo gaza [Application of the method of self-similar interpolation to the problems of rarefied gas dynamics] In: *Prikladnaya matematika i mekhanika* [Journal of Applied Mathematics and Mechanics], 2005, vol. 69, no. 3, pp. 438–444.
5. Gorelov S.L., Vuong Van Tien Techenie Kuetta i teploperedacha mezhdu parallel'nymi plastinami v razrezhennom gaze [Couette flow and heat transfer between parallel plates in a rarefied gas] In: *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical Models and Computer Simulations], 2014, vol. 1, no. 10, pp. 33–46.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Горелов Сергей Львович – доктор физико-математических наук, доцент, ведущий научный сотрудник Центрального аэрогидродинамического института им. профессора Н.Е. Жуковского, доцент кафедры компьютерного моделирования Московского физико-технического института (государственного университета);
e-mail: gorelovsl@yandex.ru;

Вьонг Ван Тьен – аспирант кафедры компьютерного моделирования Московского физико-технического института (государственного университета);
e-mail: tienbom@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Sergey L. Gorelov – Doctor in Physical and mathematical sciences, associate professor, leading researcher at the Central Aerohydrodynamic Institute; associate professor at the Department of Computer Modeling, Moscow Institute of Physics and Technology (State University);
e-mail: gorelovsl@yandex.ru;

Van Tien Vuong – postgraduate student at the Department of Computer Modeling, Moscow Institute of Physics and Technology (State University);
e-mail: tienbom@mail.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Вьонг В.Т., Горелов С.Л.. Нелинейные кинетические эффекты в задаче Куэтта в разреженном газе при переходном режиме // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2018. № 1. С. 16–22.
DOI: 10.18384/2310-7251-2018-1-16-22.

FOR CITATION

V.T. Vuong, Gorelov S.L. Nonlinear kinetic effects in the Couette problem for a rarefied gas in the transition region. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*. 2018. no. 1. pp. 16–22.
DOI: 10.18384/2310-7251-2018-1-16-22.