УДК 539.2+537.226
DOI: 10.18384/2310-7251-2017-4-39-54

ДЕТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОТЕРЬ В ПРОТОННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ И ДИЭЛЕКТРИКАХ

Калытка В.А.[1], Коровкин М.В.[2], Мехтиев А.Д.[1], Алькина А.Д.[1]

[1] *Карагандинский государственный технический университет 100000, г. Караганда, Бульвар Мира, д. 56, Республика Казахстан*

[2] *Национальный исследовательский Томский политехнический университет 634049, г. Томск, проспект Ленина, д. 30, Российская Федерация.*

Аннотация. Методами квазиклассической кинетической теории выполнен детальный анализ нелинейных свойств частотно-температурных спектров комплексной диэлектрической проницаемости (КПД) кристаллов с водородными связями (КВС), в широком диапазоне температур (1–1500 K) и напряжённостей поляризующего поля (100 кВ/м–1000 МВ/м). Построено трансцендентное уравнение, позволяющее численно рассчитать критическую температуру, разделяющую области диффузионной и максвелловской релаксации при поляризации диэлектрика. Исследованы предельные выражения для спектров КПД вдали от критической температуры. Обоснована квантовая природа низкотемпературных (70–100 K) и классическая природа высокотемпературных (100–450 K) максимумов диэлектрических потерь в КВС.

Ключевые слова: кристаллы с водородными связями (КВС); протонная релаксация и протонная проводимость; диэлектрические потери; диффузионная и максвелловская релаксация; критическая температура.

DETAILED ANALYSIS OF NONLINEAR DIELECTRIC LOSSES IN PROTON SEMICONDUCTORS AND DIELECTRICS

V. Kalytka[1], M. Korovkin[2], A. Mekhtiev[1], A. Alkina[1]

[1] *Karaganda State Technical University (KSTU) Bulvar Mira 56, 100000 Karaganda, Republic of Kazakhstan*

[2] *Tomsk Polytechnic University (TPU) prosp. Lenina 30, 634049 Tomsk, Russian Federation*

Abstract. Using the methods of quasi-classical kinetic theory we analyze in detail nonlinear properties of the spectrum of the complex dielectric permittivity (CDP) in hydrogen bonded crystals (HBCs) in a wide range of temperatures (1–1500 K) and polarizing field intensities (100 kV/m–1000 MV/m). We have constructed the transcendent equation for the numerical calculation of the critical temperature, determined the zones (areas) of diffusion and Maxwell relaxation during the polarization in dielectrics. Limiting expressions for the efficiency spectra far from the critical temperature are investigated. The quantum nature of low-temperature (70–100 K) maxima and the classical nature of high-temperature (100–450 K) maxima of dielectric losses in HBCs are justified.

Key words: hydrogen bonded crystals (HBCs), proton relaxation, conductivity; dielectric losses; diffusion and Maxwell relaxation, critical temperature.

Введение

Кристаллы с водородными связями (КВС), классифицируемые с точки зрения кристаллографии и минералогии, как слоистые кристаллы (слоистые силикаты, кристаллогидраты и др.) [1] по электрофизическим свойствам определяются как протонные полупроводники и диэлектрики (ППД), характеризуемые (по данным эксперимента) в области слабых полей (100–1000 кВ/м) при температурах T = 70–450 К, свойством протонной проводимости, обусловленной диффузионным переносом основных (наиболее подвижных) носителей заряда (протонов) по водородным связям в электрическом поле [1; 2].

Материалы класса КВС находят практическое применение в различных областях промышленности [2–7]: в микроэлектронике (элементы интегральных микросхем ЭВМ и МДП-структур); электротехнике и электроэнергетике (изоляционные покрытия токоотводящих элементов электрогенераторов ТЭС и линий электропередач); в лазерных технологиях (в качестве регуляторов параметров излучения и электрических затворов на основе кристаллов KDP, DKDP).

На сегодняшний момент времени накоплен достаточно большой объем экспериментального материала по протонной проводимости, исследованной, в основном, с точки зрения электрохимии и физикохимии [8–13], однако теоретических работ, направленных на практическое приложение данного явления, не так много. Результаты развиваемых в данной статье методов, наряду с результатами [2; 5–7], составят в перспективе теоретическую основу алгоритма универсальной многофункциональной программы, предназначенной для компьютерного прогнозирования свойств и для разработки технологий производства различных конструкционных и инструментальных материалов на основе протонных полупроводников и диэлектриков с заранее заданными свойствами.

1. Постановка задачи исследования

В настоящее время теоретические представления о механизме протонной проводимости и релаксации в КВС строятся на *линейной кинетической теории* [2; 5], хорошо согласующейся с экспериментальными данными [1] при расчёте температурных спектров токов термостимулированной деполяризации (ТСТД) и частотно-температурных спектров тангенса угла диэлектрических потерь $\mathrm{tg}\delta(\omega; T)$, в области *достаточно высоких температур* (100–250 К) [2; 5]. Однако в диапазоне *низких температур* (T = 70–100 К) наблюдается существенное расхождение между теоретическими и экспериментальными значениями энергии активации, вычисленной методом минимизации функции сравнения [2], из сопоставления измеренного $J_{\mathrm{exp}}(T)$ и расчётного $J_{\mathrm{th}}(T)$ графиков плотности ТСТД, для химически чистого халькантита $CuSO_4\ 5H_2O$ [5; 2] и в слюде флогопита $KMg_3(AlSi_3O_{10})(OH)_2$ [2]. В области T = 250–450 К, соответствующей седьмому максимуму $J_{\mathrm{exp}}(T)$, в частности при T_{max} = 290 К – в халькантите, T_{max} = 360 К – во флогопите [1], методами [2; 5] теоретические зависимости плотности ТСТД $J_{\mathrm{th}}(T)$ численно рассчитать не удаётся, а неучтённые в моделях [2; 5] токи проводимости приводят к колоссальному превышению $J_{\mathrm{max,exp}}$ над значениями $J_{\mathrm{max,th}}$ при температурах T > 250 К [6; 2].

Существующие методы исследования спектров диэлектрических потерь [1] в *КВС при построении теоретических графиков* $\mathrm{tg}\delta_{\mathrm{th}}(T)$ и при вычислении энергии активации $U_{0,\mathrm{th}}$, в диапазонах температур $T < 100$ К и $T > 350$ К, как и в случае с ТСТД, *характеризуются рядом модельных недоработок*. При этом низкотемпературную ветвь ($T < 100$ К) экспериментального спектра $\mathrm{tg}\delta_{\mathrm{exp}}(T)$ измерить методами [1] вообще не удалось (из-за *недостаточной разрешающей способностью экспериментальной установки (измеритель добротности ВМ–560, ВМ–507* [1])).

Обнаруженные в КВС в области низких ($T < 100$ К) и высоких ($T > 250$ К) температур отклонения от *классической теории диэлектрической релаксации* [1] объясняются *нелинейными эффектами* [6; 7], связанными с особенностями молекулярного механизма переноса электрического заряда и взаимодействием *протонной подсистемы* с *анионной подрешеткой* в КВС в указанных диапазонах температур. При этом, существенно влияние напряжённости электрического поля на кинетику *нелинейной* поляризации и деполяризации в КВС.

Цель данной работы состоит в детальном аналитическом исследовании влияния температуры, параметров источника электрического поля (частота, амплитуда ЭДС) и толщины диэлектрика на механизм *нелинейной объёмно-зарядовой поляризации* в КВС в широком диапазоне температур (1–1500 К) и напряжённостей поля (100 кВ/м–1000 МВ/м). Данная работа, являясь продолжением теоретических исследований, выполненных авторами [6; 7], даёт ряд модельных уточнений и дополнений к *обобщённым нелинейным выражениям* для комплексной диэлектрической проницаемости (КДП) [6], раскрывает частные случаи частотно-температурных зависимостей КДП для различных механизмов диэлектрической релаксации. В данной работе более детально (в сравнении с [6; 7]) исследуется вопрос о влиянии параметров релаксаторов и толщины кристалла на критическую температуру $T_{cr,relax}$, разделяющую температурные зоны (области) диффузионной и максвелловской релаксации.

2. Научно-практическое значение нелинейной кинетической теории протонной проводимости

В последние два десятилетия в технике и технологии ведётся интенсивный поиск твердотельных материалов с высокой протонной проводимостью, с целью их применения в качестве электролизеров, суперконденсаторов, ионисторов, газовых сенсоров, мембран топливных батарей и др. [8; 9]. На материалы данной группы накладываются такие основные технические требования как: высокая термическая и химическая устойчивость, низкая газопроницаемость, высокая адгезия к электродным материалам, электрокаталитическая активность и др. [10].

Полученные лабораторным путём твёрдые электролиты (на основе периодатов щелочных металлов перовскитов (ABO_3) и др. [11; 12]) удовлетворяют лишь части перечисленных выше требований, а их относительная протонная проводимость сложным образом зависит от типа кристаллической структуры и от внешних факторов (температура, давление, уровень влажности, силовые поля, электромагнитное излучение и т.д.) [13]. В связи с этим, целесообразна разработка *универсальных аналитических методов прогнозирования* широкого спектра физических свойств для разработки технологий промышленного производства различных твёрдых электролитов с заранее заданными свойствами, что и определяет *кинетическую теорию протонной проводимости* [1; 2–7] как прикладное научно-исследовательское направление, **актуальное** для электрохимии, физикохимии и материаловедения.

Полуэмпирические исследования *миграции адсорбированных протонов* по поверхности однослойных углеродистых нанотрубок [14; 15] не являются законченными, из-за отсутствия: строгого теоретического обоснования связи между конфигурацией поверхности трубки и доминирующим механизмом переноса протонов; температурной зависимости вероятности туннельных переходов протонов; формы *потенциального рельефа и энергии активации для протонов*. Предложенные авторами [16; 17] методы позволят более детально, с помощью аппарата матрицы плотности рассмотреть *квантовый механизм переноса протонов* в наноразмерных материалах с протонной проводимостью.

Одним из наиболее научно значимых приложений результатов работ [1–7] является исследование *динамики упорядочивания протонов в водородной подрешётке* при фазовых переходах (вблизи температуры Кюри T_C) в *сегнетоэлектрических кристаллах* $Me(H;D)_2RO_4$, где $Me = \{K^+; Rb^+; Cs^+\}$, $R = \{P^{+5}; As^{+5}\}$ [18]. Хотя смещения протонов, связанных с фосфатной группой, основной вклад в спонтанную поляризацию $\vec{P}_S$ не вносят, ряд важных эффектов сегнетоэлектрического состояния KDP, например, *изотопический эффект* ($T_C(H)$ = 122 K, $T_C(D)$ K), *линейный фотовольтаический эффект* (300 K; 1,06 мкм) в KDP, объясняется квантовыми переходами протонов [18]. Согласно *микроскопической модели*, предложенной Слейтером, в KDP пусковым механизмом, приводящим к смещению атомов P в направлении кристаллической оси **C** и к установлению спонтанной поляризации $\vec{P}_S \parallel \vec{C}$, является именно упорядочение протонов в водородной подрешётке за счёт сильного близкодействующего взаимодействия между четырьмя атомами водорода, связанными с фосфатной группой.

Однако в выполненных в последнее время квантово-химических расчётах [19], как правило, квантовым туннелированием протонов в KDP пренебрегают. Авторами [20] при расчёте энергетических характеристик и электронного строения зонной структуры KDP использован метод молекулярного стехиометрического кластера (СК) [21] для «смешанного базиса» (т.е. частично учтено влияние туннелирования протонов) на основе полуэмпирической расчётной схемы в приближении MNDO/PM3 [16].

Применение методов [16; 17] к KDP и другим сегнетоэлектрическим структурам, вероятно, приведёт к углублению теоретических результатов [18; 20]. В частности, при исследовании эффектов влияния на *нелинейности второго порядка* (генерация второй гармоники, параметрическая генерация и усиление света, смешение частот, электрооптический эффект) *нелинейностей более высокого порядка* (эффект самовоздействия лазерного излучения), что **актуально** для техники фемтосекундных лазеров [22].

2. Влияние температуры на комплексную диэлектрическую проницаемость

Закономерности поведения температурных спектров плотности ТСТД и tgδ(ω; T) в КВС достаточно хорошо исследованы и экспериментально, и теоретически в диапазоне температур $T = 100–250$ К [1], когда основной вклад в диэлектрическую релаксацию вносят термически активируемые (классические) переходы протонов через потенциальный барьер [2]. В этом случае при напряжённостях поляризующего поля $E_0 \approx \left(10^5 \div 10^6\right)\frac{B}{m}$, значения безразмерного параметра сравнения $\varsigma_0 = \frac{qE_0 a}{k_B T} \approx 0{,}001 \div 0{,}01$, где q – заряд протона, а $\approx 10^{-10}$ m – параметр кристаллической решётки, и малого параметра теории возмущений $\gamma = \varsigma_0 \cdot \frac{A^{(1)}}{A^{(0)}} \approx \varsigma_0 << 1$ [1; 2; 6], где $\frac{A^{(1)}}{A^{(0)}} \to 1$ [2; 6], указывают на достаточность *линейного* по γ приближения при решении системы уравнений Фоккера – Планка и Пуассона [1]. Кинетические коэффициенты $A^{(0)} = a_0$, $A^{(1)} = b_0 \cdot k_B T$ вычисляются в [6] с учётом туннельных переходов для модели параболического потенциального барьера, в квазиклассическом приближении (ВКБ-методом) [7].

В области сверхнизких температур (1–10 К) и слабых полей (100–1000 кВ/м), когда $\varsigma_0 \approx 0{,}01 \div 1$ и в области сверхвысоких температур (550–1500 К) и сильных полей (100–1000 МВ/м), когда $\varsigma_0 \approx 0{,}02 \div 0{,}8$, при условии $\frac{A^{(1)}}{A^{(0)}} < 1$ [6] малый параметр γ возрастает на 1–2 порядка [2], что требует в продолжение линейной кинетической теории [1; 2], учёта последующих приближений теории возмущений [1; 2].

При этом равенство порядков по параметру ς_0 означает не совпадение физических механизмов поляризации, а только формальную аналогию (по структуре кинетических коэффициентов) кинетических уравнений диффузионного переноса релаксаторов (протонов), что приводит соответственно к актуальности нелинейных выражений [6].

В [6] установлено, что использование полного набора релаксационных мод кратных данной частоте, позволяет выявить нелинейные поляризационные эффекты, связанные с взаимодействием мод, различающихся по порядку теории возмущений. Эти эффекты приводят к отклонению от результатов линейной кинетической теории [1] при расчёте спектров комплексной диэлектрической проницаемости (КДП), уже на основной частоте переменного поля [6]:

$$\mathrm{Re}\left[\hat{\varepsilon}^{(\omega;T)}\right] = \varepsilon_\infty \frac{1-\Gamma_1^{(\omega)}(T)}{\left(1-\Gamma_1^{(\omega)}(T)\right)^2 + \left(\Gamma_2^{(\omega)}(T)\right)^2},$$

$$\mathrm{Im}\left[\hat{\varepsilon}^{(\omega;T)}\right]=\varepsilon_\infty\frac{\Gamma_2^{(\omega)}(T)}{\left(1-\Gamma_1^{(\omega)}(T)\right)^2+\left(\Gamma_2^{(\omega)}(T)\right)^2}. \qquad (1)$$

В (1) введены функции параметров ω, T [6]:

$$\Gamma_1^{(\omega)}(T)=\frac{8}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{\frac{\tau_n}{\tau_M}\sin^2\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n^2\left(1+\omega^2\tau_n^2\right)}\right],\ \Gamma_2^{(\omega)}(T)=\frac{8}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{\frac{\omega\tau_n^2}{\tau_M}\sin^2\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n^2\left(1+\omega^2{\tau_n}^2\right)}\right]. \qquad (2)$$

В продолжение работы [6] исследуем зависимости (2) более детально, определяя их предельные выражения для области *квантовой* поляризации (T < 100 K) [7] и *нелинейной объёмно-зарядовой* поляризации (T > 250 K) [1]. Одним из основных критериев является критическая температура $T_{cr,mov}=\frac{\hbar\sqrt{2U_0}}{\pi\delta_0 k_B\sqrt{m}}$ [7], разделяющая зоны туннельной (квантовой: $T<T_{cr,mov}$) и термически активируемой (классической: $T>T_{cr,mov}$) протонной релаксации. Здесь U_0 – энергия активации, δ_0 – ширина потенциального барьера; m – масса протона [7].

Используя формулы для коэффициентов диффузии $D_{diff}^{(0)}=a^2A^{(0)}$ и подвижности $\mu_{mob}^{(1)}=\frac{qa^2A^{(1)}}{k_BT}$ [7], представим диффузионное τ_D и максвелловское τ_M время релаксации [6] в виде $\tau_D=\left(\frac{d}{\pi a}\right)^2\cdot\tau^{(0)}$, $\tau_M=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_\infty k_BT}{q^2a^2n_0}\cdot\tau^{(1)}$, где $\tau^{(0)}=\left[A^{(0)}\right]^{-1}$, $\tau^{(1)}=\left[A^{(1)}\right]^{-1}$ есть, соответственно, времена релаксации нулевого и первого порядков по малому параметру $\zeta=\frac{qE(x;t)a}{2k_BT}$. Здесь n_0 – равновесная концентрация протонов в КВС, ε_∞ – высокочастотная диэлектрическая проницаемость [1; 6].

С помощью выражений $\frac{\tau_D}{\tau_M}=\frac{d^2qn_0\cdot\mu_{mob}^{(1)}(T)}{\pi^2\varepsilon_0\varepsilon_\infty\cdot D_{diff}^{(0)}(T)}$, $\frac{\mu_{mob}^{(1)}(T)}{D_{diff}^{(0)}(T)}=\frac{q}{k_BT}\cdot\frac{A^{(1)}(T)}{A^{(0)}(T)}$ [6] строим трансцендентное уравнение:

$$\frac{\exp\left(-\frac{U_0}{k_BT_{cr,mov}}\right)-\frac{T_{cr,relax}}{T_{cr,mov}}\exp\left(-\frac{U_0}{k_BT_{cr,relax}}\right)}{\exp\left(-\frac{U_0}{k_BT_{cr,mov}}\right)-\exp\left(-\frac{U_0}{k_BT_{cr,relax}}\right)}=\frac{d^2n_0q^2}{\pi^2\varepsilon_0\varepsilon_\infty k_BT_{cr,mov}}, \qquad (3)$$

для численного расчёта критической температуры $T_{cr,relax}$, разделяющей зоны диффузионной ($\tau_D < \tau_M$; $T < T_{cr,mov}$) и максвелловской ($\tau_M < \tau_D$; $T > T_{cr,mov}$) релаксации.

Дальнейшее исследование функций (1) представляет собой отдельную задачу, решение которой позволит более детально, совместно с выражениями (2), установить влияние нелинейных эффектов на спектры диэлектрических потерь в КВС в зависимости от особенностей макроскопического процесса во всем объёме диэлектрика и микроскопических процессов переходов протонов через потенциальный барьер. Выражения (1)–(2) в области диффузионной и максвелловской релаксации, вдали от критической температуры $T_{cr,relax}$, должны существенно различаться по виду температурной зависимости.

Так, в области максвелловской релаксации ($\tau_M < \tau_{n,D}$; $T > T_{cr,mov}$) из (2):

$$\Gamma_{1,M}^{(\omega)}\left(T\right)=\frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{(1-(-1)^n)\cdot\left(\frac{\tau_M n^2}{\tau_D}+1\right)}{n^2\left(\left(\frac{\tau_M n^2}{\tau_D}+1\right)^2+\omega^2\tau_M{}^2\right)}\right],$$

$$\Gamma_{2,M}^{(\omega)}\left(T\right)=\frac{4}{\pi^2}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{(1-(-1)^n)\cdot\omega\tau_M}{n^2\left(\left(\frac{\tau_M n^2}{\tau_D}+1\right)^2+\omega^2\tau_M{}^2\right)}\right]. \tag{4}$$

При температурах много выше критической ($T >> T_{cr,mov}$; $\tau_M << \tau_{n,D}$), когда $\frac{\tau_M n^2}{\tau_D} << 1$, в силу тождества $\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{(1-(-1)^n)}{n^2}\right]=\frac{\pi^2}{4}$, принимая $\Gamma_{1,M}^{(\omega)} \approx \frac{1}{1+\omega^2\tau_M{}^2}$, $\Gamma_{2,M}^{(\omega)} \approx \frac{\omega\tau_M}{1+\omega^2\tau_M{}^2}$, преобразуем выражения (1) с учётом (4):

$$\left[\hat{\varepsilon}^{(\omega)}\right]_M^{/}=\varepsilon_\infty\frac{1-\Gamma_{1M}^{(\omega)}}{\left(1-\Gamma_{1M}^{(\omega)}\right)^2+\left(\Gamma_{2M}^{(\omega)}\right)^2}=\varepsilon_\infty,$$

$$\left[\hat{\varepsilon}^{(\omega)}\right]_M^{//}=\varepsilon_\infty\frac{\Gamma_{2M}^{(\omega)}}{\left(1-\Gamma_{1M}^{(\omega)}\right)^2+\left(\Gamma_{2M}^{(\omega)}\right)^2}=\frac{\varepsilon_\infty}{\omega\tau_M}. \tag{5.1}$$

Тангенс угла диэлектрических потерь [6] согласно (5.1) равен:

$$\left[tg\delta^{(\omega)}\left(T\right)\right]_M=\frac{\Gamma_{2,M}^{(\omega)}\left(T\right)}{1-\Gamma_{1,M}^{(\omega)}\left(T\right)}=\frac{1}{\omega\tau_M}=\frac{n_0\mu_{mob}^{(1)}q}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_\infty}. \tag{5.2}$$

Подставляя $\mu_{mob}^{(1)} = \dfrac{qa^2 A^{(1)}}{k_B T}$ в (5.2) и сравнивая с известным выражением для потерь проводимости $tg\delta = \dfrac{\sigma}{\omega\varepsilon_0\varepsilon_\infty}$ [23], находим коэффициент протонной электропроводности:

$$\sigma_{e,pr}\left(T\right) = \frac{n_0 q^2 a^2 A^{(1)}\left(T\right)}{k_B T}. \tag{6}$$

В области диффузионной релаксации ($\tau_D < \tau_M$; $T < T_{cr,mov}$) из (2):

$$\Gamma_{1,D}^{(\omega)} = \frac{4\tau_D}{\pi^2\tau_M}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{(1-(-1)^n)\cdot\left(n^2+\dfrac{\tau_D}{\tau_M}\right)}{n^2\left(\left(n^2+\dfrac{\tau_D}{\tau_M}\right)^2+\omega^2\tau_D{}^2\right)}\right],$$

$$\Gamma_{2,D}^{(\omega)} = \frac{4\tau_D}{\pi^2\tau_M}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{(1-(-1)^n)\cdot\omega\tau_D}{n^2\left(\left(n^2+\dfrac{\tau_D}{\tau_M}\right)^2+\omega^2\tau_D{}^2\right)}\right]. \tag{7}$$

При температурах много ниже критической ($T << T_{cr,relax}$; $\tau_D << \tau_M$), принимая $\dfrac{\tau_D}{n^2\tau_M} << 1,$ из (7) имеем:

$$\Gamma_{1,D}^{(\omega)} \approx \frac{4\tau_D}{\pi^2\tau_M}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{(1-(-1)^n)}{n^4+\omega^2\tau_D{}^2}\right],\ \Gamma_{2,D}^{(\omega)} \approx \frac{4\tau_D}{\pi^2\tau_M}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{(1-(-1)^n)\cdot\omega\tau_D}{n^2\left(n^4+\omega^2\tau_D{}^2\right)}\right]. \tag{7.1}$$

В области $T << T_{cr,relax}$, в случае $\omega = 0$, $E_{pol}(t) = E_0$, согласно (7.1) с учётом тождества $\sum_{n=1}^{\infty}\left[\dfrac{(1-(-1)^n)}{n^4}\right] = \dfrac{\pi^4}{48}$, когда $\Gamma_{1,D}^{(\omega=0)} = \dfrac{4\tau_D}{\pi^2\tau_M}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\dfrac{(1-(-1)^n)}{n^4}\right] = \dfrac{\pi^2\tau_D}{12\tau_M}$, $\Gamma_{2,D}^{(\omega=0)} = 0,$ из (1) имеем:

$$\left[\hat{\varepsilon}^{(\omega=0)}\right]_D^{/} = \varepsilon_{S,D}\left(T\right) = \varepsilon_\infty\frac{1}{1-\Gamma_{1,D}^{(\omega=0)}} = \frac{\varepsilon_\infty}{1-\dfrac{\pi^2\tau_D}{12\tau_M}},\ \left[\hat{\varepsilon}^{(\omega=0)}\right]_D^{//} = 0. \tag{7.2}$$

Далее, при условии $\dfrac{\tau_D}{\tau_M} = \left(\dfrac{d}{r_D}\right)^2 << 1,$ то есть при значениях дебаевского радиуса экранирования $r_D >> d$ [6], принимая $\dfrac{\pi^2\tau_D}{12\tau_M} << 1,$ из (7.2) имеем:

$$\left[\hat{\varepsilon}^{(\omega=0)}\right]_D^{/} \approx \varepsilon_\infty\left(1+\frac{\pi^2\tau_D}{12\tau_M}\right)=\varepsilon_\infty\left(1+\frac{\pi^2 d^2}{12 r_D^2}\right). \qquad (7.3)$$

С учётом $\frac{\tau_D}{\tau_M}=\frac{d^2q^2n_0\cdot A^{(1)}(T)}{\pi^2\varepsilon_0\varepsilon_\infty k_BT\cdot A^{(0)}(T)}$ получаем асимптотическое приближение:

$$\varepsilon_{S,D}(T)\approx\varepsilon_\infty\left(1+\frac{d^2q^2n_0}{12\varepsilon_0\varepsilon_\infty k_BT}\cdot\left(\frac{\exp(-X)+\left\langle D^{(1)}\right\rangle}{\exp(-X)+\left\langle D^{(0)}\right\rangle}\right)\right). \qquad (7.4)$$

В(7.4) $\left\langle D^{(1)}\right\rangle=\frac{\Lambda\exp(-\Lambda)-X\exp(-X)}{X-\Lambda}$, $\left\langle D^{(0)}\right\rangle=X\frac{\exp(-\Lambda)-\exp(-X)}{X-\Lambda}$, $X=\frac{U_0}{k_BT}$, $\Lambda=\frac{\pi\delta_0\sqrt{mU_0}}{\hbar\sqrt{2}}$; ν_0 – линейная частота собственных колебаний протона в невозмущённой потенциальной яме [6]. В области туннельной диффузионной релаксации ($T \ll T_{cr,mov}$), когда $\frac{\Lambda}{X}\ll 1$, $\varepsilon_{S,D}(T)\to\varepsilon_{S,D,tunn}(T)\approx\varepsilon_\infty\left(1+\frac{d^2q^2n_0}{12\varepsilon_0\varepsilon_\infty k_BT}\cdot\frac{\left\langle D^{(1)}\right\rangle}{\left\langle D^{(0)}\right\rangle}\right)$ получаем:

$$\varepsilon_{S,D,tunn}(T)\approx\varepsilon_\infty\left(1+\frac{d^2q^2n_0}{12\varepsilon_0\varepsilon_\infty U_0}\cdot\frac{\Lambda\exp(-\Lambda)-X\exp(-X)}{\exp(-\Lambda)-\exp(-X)}\right), \qquad (7.4.1)$$

откуда, в случае чисто квантовых переходов: $\varepsilon_{S,D,tunn}(T)\approx\varepsilon_\infty\left(1+\frac{d^2q^2n_0}{12\varepsilon_0\varepsilon_\infty U_0}\right)$.

В области термически активируемой диффузионной релаксации ($T \gg T_{cr,mov}$), когда $\frac{\Lambda}{X}\gg 1$, (7.4) переходит в формулу, описывающую дипольную поляризацию:

$$\varepsilon_{S,D}(T)\to\varepsilon_{S,D,therm}(T)\approx\varepsilon_\infty\left(1+\frac{d^2q^2n_0}{12\varepsilon_0\varepsilon_\infty k_BT}\right). \qquad (7.4.2)$$

4. Переход к линейному приближению теории возмущений

Одним из критериев достоверности исследованных выше формул нелинейного приближения теории возмущений является их предельный переход к результатам линейной теории [1]. С этой целью упростим выражение для поляризации [6]:

$$P^{(\omega)}(t)=\frac{8aqn_0\gamma A^{(0)}}{\pi^2\left(1-\frac{8n_0\varphi\Lambda_0\gamma}{\pi^2}\right)}\times\sum_{n=1}^{+\infty}\left[\frac{\sin^2\left(\frac{\pi n}{2}\right)}{n^2\left(\frac{1}{\tau_n}+i\omega\right)}\right]\times\exp(i\omega t), \qquad (8)$$

где $\varphi=\frac{aq}{\varepsilon_0\varepsilon_\infty E_0}$, $\Lambda_0=A^{(0)}\sum_{s=1}^{\infty}\frac{\sin^2\left(\frac{\pi s}{2}\right)}{s^2\left(\frac{1}{\tau_s}+i\omega\right)}$, принимая $\frac{8\varphi n_0\Lambda_0\gamma}{\pi^2}<<1$,

$\frac{1}{1-\frac{8\varphi n_0\Lambda_0\gamma}{\pi^2}}\to 1$,

откуда получаем выражение:

$$P^{(\omega)}(t)\approx\frac{4aqn_0\gamma A^{(0)}}{\pi^2}\times\sum_{n=1}^{+\infty}\left[\frac{\left(1-(-1)^n\right)}{n^2\left(\frac{1}{\tau_n}+i\omega\right)}\right]\times\exp(i\omega t),$$

отвечающее, на основной частоте поля ω, первому приближению по параметру γ [1], где $P^{(\omega)}(t)\to\gamma P_1^{(\omega)}(\tau)=\hat{\alpha}_1^{(\omega)}\cdot E_{pol}(t)$. С учётом $\gamma P^{(\omega)}(t)=\varepsilon_0\left(\hat{\varepsilon}_1^{(\omega)}-\varepsilon_\infty\right)\cdot E_{pol}(t)$ [6] вычисляя $\hat{\alpha}_1^{(\omega)}=\varepsilon_0\varepsilon_\infty\left(\Gamma_1^{(\omega)}-i\Gamma_2^{(\omega)}\right)$; $\hat{\varepsilon}_1^{(\omega)}=\varepsilon_\infty\left(1+\Gamma_1^{(\omega)}-i\Gamma_2^{(\omega)}\right)$, находим:

$$\left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega)}\right]^{/}=\mathrm{Re}\left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega)}\right]=\varepsilon_\infty\left(1+\Gamma_1^{(\omega)}\right),\ \left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega)}\right]^{//}=\mathrm{Im}\left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega)}\right]=\varepsilon_\infty\Gamma_2^{(\omega)},$$

$$\left(tg\delta^{(\omega)}(T)\right)_1=\frac{\left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega)}\right]^{//}}{\left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega)}\right]^{/}}=\frac{\Gamma_2^{(\omega)}}{1+\Gamma_1^{(\omega)}}. \qquad (9)$$

В случае $T>>T_{cr,relax}$, $\tau_M<<\tau_D$, преобразуем (9) в виду:

$$\left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega)}\right]_M^{/}=\varepsilon_\infty\left(1+\frac{1}{1+\omega^2{\tau_M}^2}\right),\ \left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega)}\right]_M^{//}=\varepsilon_\infty\frac{\omega\tau_M}{1+\omega^2{\tau_M}^2},$$

$$\left(\mathrm{tg}\,\delta^{(\omega)}(T)\right)_{1,M}=\frac{\omega\tau_M}{2+\omega^2{\tau_M}^2}, \qquad (9.1)$$

откуда, в силу $\left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega=0)}\right]_M^{/}=\varepsilon_{S,M,1}(T)=\varepsilon_\infty\left(1+\Gamma_{1,M}^{(\omega=0)}\right)=2\varepsilon_\infty$, $\left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega=0)}\right]_M^{//}=0$, вводя обозначение $\varepsilon_{S,M,1}-\varepsilon_\infty=\varepsilon_\infty$, имеем:

$$\left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega)}\right]_M^{/} = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_{S,M,1} - \varepsilon_\infty}{1+\omega^2\tau_M{}^2},\ \left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega)}\right]_M^{//} = \frac{\left(\varepsilon_{S,M,1} - \varepsilon_\infty\right)\omega\tau_M}{1+\omega^2\tau_M{}^2}, \qquad (9.1.1)$$

$$\left(\operatorname{tg}\delta^{(\omega)}(T)\right)_{1,M} = \frac{\left(\varepsilon_{S,M,1} - \varepsilon_\infty\right)\cdot\omega\tau_M}{\varepsilon_{S,M,1} + \varepsilon_\infty\cdot\omega^2\tau_M{}^2},\ \left[\left(\operatorname{tg}\delta\right)_{1,M}\right]\Big|_{\omega\to 0} = 0,$$

$$\left[\left(\operatorname{tg}\delta\right)_{1,M}\right]\Big|_{\omega\to\infty} = 0, \qquad (9.1.2)$$

что согласуется с результатами линейной теории диэлектрических потерь [1] в температурной области $T >> T_{cr,relax}$.

В случае $T << T_{cr,relax}$, $\tau_D << \tau_M$, переписывая (9) с учетом (7.1), имеем:

$$\left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega)}\right]_D^{/} = \varepsilon_\infty\left(1 + \frac{4\tau_D}{\pi^2\tau_M}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{(1-(-1)^n)}{n^4+\omega^2\tau_D{}^2}\right]\right),$$

$$\left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega)}\right]_D^{//} = \frac{4\tau_D\varepsilon_\infty}{\pi^2\tau_M}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{(1-(-1)^n)\cdot\omega\tau_D}{n^2\left(n^4+\omega^2\tau_D{}^2\right)}\right], \qquad (9.2)$$

откуда в силу $\left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega=0)}\right]_D^{/} = \varepsilon_{S,D,1}(T) = \varepsilon_\infty\left(1+\Gamma_{1,D}^{(\omega=0)}\right) = \varepsilon_\infty\left(1+\frac{\pi^2\tau_D}{12\tau_M}\right)$, $\left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega=0)}\right]_D^{//} = 0$, $\left[\hat{\varepsilon}_{11}^{(\omega=0)}\right]_M^{//} = 0$, вводя обозначение $\varepsilon_{S,D,1} - \varepsilon_\infty = \dfrac{\pi^2\tau_D\varepsilon_\infty}{12\tau_M}$ имеем:

$$\left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega)}\right]_D^{/} = \varepsilon_\infty + \frac{48}{\pi^4}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{\left(\varepsilon_{S,D,1}-\varepsilon_\infty\right)(1-(-1)^n)}{n^4+\omega^2\tau_D{}^2}\right],$$

$$\left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega)}\right]_D^{//} = \frac{48}{\pi^4}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{\left(\varepsilon_{S,D,1}-\varepsilon_\infty\right)(1-(-1)^n)\cdot\omega\tau_D}{n^2\left(n^4+\omega^2\tau_D{}^2\right)}\right],$$

$$\left(\operatorname{tg}\delta^{(\omega)}(T)\right)_{1,D} = \frac{\dfrac{48}{\pi^4}\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{\left(\varepsilon_{S,D,1}-\varepsilon_\infty\right)(1-(-1)^n)\cdot\omega\tau_D}{n^2\left(n^4+\omega^2\tau_D{}^2\right)}\right]}{\varepsilon_\infty + \dfrac{48}{\pi^4}\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{\left(\varepsilon_{S,D,1}-\varepsilon_\infty\right)(1-(-1)^n)}{n^4+\omega^2\tau_D{}^2}\right]}, \qquad (9.2.1)$$

$$\left[\left(\operatorname{tg}\delta\right)_{1,D}\right]\Big|_{\omega\to 0} = 0,\ \left[\left(\operatorname{tg}\delta\right)_{1,D}\right]\Big|_{\omega\to\infty} = 0, \qquad (9.2.2)$$

что также согласуется с результатами [1] в температурной области $T << T_{cr,relax}$.

Выводы

1. Выполнен детальный анализ частотно-температурных спектров (1),(2) комплексной диэлектрической проницаемости (КДП), вычисленной с учётом полного набора релаксационных мод, генерируемых на основной частоте переменного поля (первая частотная гармоника) в КВС, при блокирующих электродах (8). С помощью предельных выражений для безразмерных параметров (2), в области максвелловской релаксации (5.1) установлено, что при температурах много выше критической ($T >> T_{cr,relax}$) спектры тангенса угла диэлектрических потерь (5.2) описываются выражением tgδ при потерях проводимости.

2. Рассчитанные в *первом приближении теории возмущений* спектры для компонент КДП $\left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega)}\right]_D^{/}$, $\left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega)}\right]_D^{//}$ (9.2.1), являются частным случаем *обобщенных выражений* (1) при температурах *квантовой диффузионной релаксации* ($T << T_{cr,relax}$) [1], а выражения $\left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega)}\right]_M^{/}$, $\left[\hat{\varepsilon}_1^{(\omega)}\right]_M^{//}$ (9.1.1) являются частным случаем (1) при температурах *максвелловской релаксации* ($T >> T_{cr,relax}$) [1], что может рассматриваться в качестве одного из критериев достоверности формул (1), (2). Выражения (1), (2) ранее построены в [6] в бесконечном приближении теории возмущений на основной частоте поля (ω). В настоящей работе проведено их аналитическое исследование в функции переменных (ω; T), в диапазоне изменения температуры T = 1–1500 К.

3. Построено трансцендентное уравнение (3), позволяющее численно рассчитать критическую температуру $T_{cr,relax}$ в случае релаксационного движения протона в поле параболического потенциального рельефа. Впервые доказано, что температура $T_{cr,relax}$ существенно зависит от температуры $T_{cr,mov}$ [7], разделяющей зоны (области) квантовой ($T << T_{cr,mov}$) и классической ($T >> T_{cr,mov}$) релаксации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тонконогов М.П. Диэлектрическая спектроскопия кристаллов с водородными связями. Протонная релаксация // Успехи физических наук. 1998. Т. 168. № 1. С. 29–54.
2. Калытка В.А., Коровкин М.В. Протонная проводимость. Монография: ISBN-13: 978-3-659-68923-9; ISBN-10: 3659689238; EBAN: 9783659689239; Germany. Издательский Дом: LAP LAMBERT Academic Publishing. 2015. 180 с.
3. Анненков Ю.М., Ивашутенко А.С., Власов И.В., Кабышев А.В. Электрические свойства корундо-циркониевой керамики // Известия Томского политехнического университета. 2005. Т. 308. № 7. С. 35–38.
4. Антонова А.М., Воробьев А.В., Ляликов Б.А. К выбору материалов для нетрадиционной тепловой изоляции оборудования ТЭС и АЭС // Энергетика: экология, надёжность, безопасность: Материалы XIV Всероссийской научно-технической конференции. Томск: Издательство ТПУ. 2008. 289 с.
5. Тонконогов М.П., Исмаилов Ж.Т., Тимохин В.М., Фазылов К.К., Калытка В.А., Баймуханов З.К. Нелинейная теория спектров термостимулированных токов в сложных кристаллах с водородными связями // Известия высших учебных заведений. Физика. 2002. № 10. С. 76–84.

6. Калытка В.А., Никонова Т.Ю. Нелинейные электрофизические свойства протонных полупроводников и диэлектриков // Труды XIII Международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы электронного приборостроения». Новосибирск. 2016. Т. 2. Электронно-физическая секция. С. 57–65.
7. Калытка В.А., Коровкин М.В. Дисперсионные соотношения для протонной релаксации в твёрдых диэлектриках // Известия высших учебных заведений. Физика. 2016. Т. 59. № 12. С. 150–159.
8. Reijers R., Haije W. Literature review on high temperature proton conducting materials // Energy research Centre of the Netherlands. 2008. ECN-E-08-091.
9. Glöckner R., Neiman A., Larring Y., Norby T. Protons in $Sr_3(Sr_{1+x}Nb_{2-x})O_{9-1,5x}$ perovskite // Solid State Ionics. 1999. Vol. 125. P. 369–376.
10. Моделирование протонного транспорта в ортоиодной и ортотеллуровой кислотах и их солях / Зюбина Т.С., Шилов Г.В., Добровольский Ю.А., Леонова Л.С., Мебель А.М. // Электрохимия. 2003. Т. 39. № 4. С. 414–424.
11. Анимица И.Е. Высокотемпературные протонные проводники со структурным разупорядочением кислородной подрешётки // Электрохимия. 2009. Т. 45. № 6. С. 712–721.
12. Ярославцев А.Б. Основные направления разработки и исследования твердых электролитов // Успехи химии. 2016. Т. 85. С. 1255.
13. Ярославцев А.Б. Протонная проводимость неорганических гидратов // Успехи химии. 1994. Т. 63. С. 449.
14. Запороцкова И.В., Лебедев Н.Г., Запороцков П.А. Протонная проводимость однослойных углеродных нанотрубок: полуэмпирические исследования // Физика твёрдого тела. 2006. Т. 48. № 4. С. 756–760.
15. Иванченко П.А., Лебедев Н.Г. Проводимость углеродных нанотрубок, обусловленная миграцией протонов по их поверхности // Физика твердого тела. 2009. Т. 51. № 11. С. 2281–2286.
16. Анненков Ю.М., Калытка В.А., Коровкин М.В. Квантовые эффекты при миграционной поляризации в нанометровых слоях протонных полупроводников и диэлектриков при сверхнизких температурах // Известия вузов. Физика. 2015. Т. 58. № 1. С. 31–37.
17. Калытка В.А., Коровкин М.В. Квантовые эффекты при протонной релаксации в области низких температур // Известия вузов. Физика. 2016. Т. 59. № 7. С. 74–79.
18. Белоненко М.Б. Особенности нелинейной динамики лазерного импульса в фоторефрактивном сегнетоэлектрике с водородными связями // Квантовая электроника. 1998. Т. 25. № 3. С. 255–258.
19. Левин А.А., Долин С.П., Зайцев А.Р. Распределение заряда, поляризация и свойства сегнетоэлектриков типа KH2P04 (KDP) // Химическая физика. 1996. Т. 15. С. 84.
20. Лебедев Н.Г., Белоненко М.Б. Строение и электронная структура сегнетоэлектриков KDP-типа // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия: Математика, физика. 1997. № 2. С. 79–81.
21. Лебедев Н.Г., Литинский А.О. Модель ионно-встроенного стехиометрического кластера для расчёта электронного строения ионных кристаллов // Физика твёрдого тела. 1996. Т. 38. № 3. С. 959–962.
22. Кулагин И.А., Ганеев Р.А., Тугушев Р.И., Ряснянский А.И, Усманов Т.Б. Компоненты тензора нелинейных восприимчивостей третьего порядка нелинейно-оптических кристаллов KDP, DKDP и $LiNbO_3$ // Квантовая электроника. 2004. Т. 34. № 7. С. 657–662.
23. Губкин А.Н. Физика диэлектриков. Теория диэлектрической поляризации в постоянном и переменном электрическом поле. М.: Высшая школа. 1971. 272 с.

REFERENCES

1. Tonkonogov M.P. [Dielectric spectroscopy of crystals with hydrogen bonds. Proton relaxation] In: *Uspekhi Fizicheskikh Nauk* [Advances in Physical Sciences], 1998, vol. 168, no. 1, pp. 29–54.
2. Kalytka V.A., Korovkin M.V. *Protonnaya provodimost'* [The proton conductivity]. Germany, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2015. 180 p.
3. Annenkov YU.M., Ivashutenko A.S., Vlasov I.V., Kabyshev A.V. [Electrical properties of corondo-zirconium ceramics] In: *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of the Tomsk Polytechnic University], 2005, vol. 308, no. 7, pp. 35–38.
4. Antonova A.M., Vorob'ev A.V., Lyalikov B.A. [The choice of non-traditional materials for thermal insulation for equipment thermal and nuclear power plants]. In: *Energetika: ekologiya, nadezhnost', bezopasnost': Materialy XIV Vserossiiskoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii* [Power engineering: ecology, reliability, security: Materials of XIV all-Russian scientific-technical conference], Tomsk, TPU Publ., 2008. 289 p.
5. Tonkonogov M.P., Ismailov ZH.T., Timokhin V.M., Fazylov K.K., Kalytka V.A., Baimukhanov Z.K. [Nonlinear theory of the spectra of thermally stimulated currents in complex crystals with hydrogen bonds] In: *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Fizika* [Russian Physics Journal], 2002, no. 10, pp. 76–84.
6. Kalytka V.A., Nikonova T.YU. [Nonlinear electrical properties of proton semiconductors and dielectrics]. In: *Trudy XIII Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii «Aktual'nye problemy elektronnogo priborostroeniya».* [Proceedings of the XIII International scientific-practical conference "Actual problems of electronic instrument engineering". Electronic and physical section], Novosibirsk, 2016, vol. 2, pp. 57–65.
7. Kalytka V.A., Korovkin M.V. [Dispersion relations for proton relaxation in solid dielectrics] In*: Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Fizika* [Russian Physics Journal], 2016, vol. 59, no. 12, pp. 150–159.
8. Reijers R., Haije W. [Literature review on high temperature proton conducting materials]. In: *Energy research Centre of the Netherlands*. 2008. ECN-E-08-091.
9. Glöckner R., Neiman A., Larring Y., Norby T. [Protons in $Sr_3(Sr_{1+x}Nb_{2-x})O_{9-1,5x}$ perovskite]. In: *Solid State Ionics*, 1999, vol. 125, pp. 369–376.
10. Zyubina T.S., Shilov G.V., Dobrovol'skii YU.A., Leonova L.S., Mebel' A.M. [Modeling proton transport in orthomodel and ochoterenai acids and their salts]. In: *Elektrokhimiya* [Russian Journal of Electrochemistry], 2003, vol. 39, no. 4, pp. 414–424.
11. Animitsa I.E. [High temperature proton conductors with structural disordering of the oxygen sublattice] In: *Elektrokhimiya [Russian Journal of Electrochemistry],* 2009. vol. 45, no. 6, pp. 712–721.
12. Yaroslavtsev A.B. [The main directions of development and research of solid electrolytes]. In: *Uspekhi khimii* [Russian Chemical Reviews], 2016, vol. 85, pp. 1255.
13. Yaroslavtsev A.B. [Proton conductivity of inorganic hydrates]. In: *Uspekhi khimii* [Russian Chemical Reviews], 1994, vol. 63, pp. 449.
14. Zaporotskova I.V., Lebedev N.G., Zaporotskov P.A. [Proton conductivity of single-walled carbon nanotubes: a semiempirical study] In: *Fizika tverdogo tela* [Solid State Physics], 2006, vol. 48, no. 4, pp. 756–760.
15. Ivanchenko P.A, Lebedev N.G. [The conductivity of carbon nanotubes caused by migration of protons on the surface] In: *Fizika tverdogo tela* [Solid State Physics], 2009, vol. 51, no. 11, pp. 2281–2286.

16. Annenkov YU.M., Kalytka V.A., Korovkin M.V. [Quantum effects in the migration polarization in nanometer layers of proton semiconductors and dielectrics at very low temperatures] In: *Izvestiya vuzov. Fizika* [Russian Physics Journal], 2015, vol. 58, no. 1, pp. 31–37.
17. Kalytka V.A., Korovkin M.V. [Quantum effects in the proton relaxation in the low temperature region] In: *Izvestiya vuzov. Fizika*. [Russian Physics Journal], 2016, vol. 59, no. 7, pp. 74–79.
18. Belonenko M.B. [The peculiarities of nonlinear dynamics of a laser pulse in a photorefractive ferroelectric with hydrogen bonds] In: *Kvantovaya elektronika* [Quantum Electronics], 1998, vol. 25, no. 3, pp. 255–258.
19. Levin A.A., Dolin S.P., Zaitsev A.R. [The distribution of charge and polarization properties of the ferroelectric material of the type KH2P04 (KDP)]. In: *Khimicheskaya fizika* [Russian Journal of Physical Chemistry B: Focus on Physics], 1996, vol. 15, pp. 84.
20. Lebedev N.G., Belonenko M.B. [The structure and electronic structure of ferroelectric KDP-type] In: *Vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Matematika, fizika* [The Science Journal of Volgograd State University. Mathematics], 1997, no. 2, pp. 79–81.
21. Lebedev N.G., Litinskii A.O. [Model of ion-embedded stoichiometric cluster to calculate the electronic structure of ionic crystals] In: *Fizika tverdogo tela* [Solid State Physics], 1996, vol. 38, no. 3, pp. 959–962.
22. Kulagin I.A., Ganeev R.A., Tugushev R.I., Ryasnyanskii A.I, Usmanov T.B [The components of the tensor of nonlinear vospriimchivosti third order non-linear optical crystals KDP, DKDP and $LiNbO_3$] In: *Kvantovaya elektronika*. [Quantum Electronics], 2004, vol. 34, no. 7, pp. 657–662.
23. Gubkin A.N. *Fizika dielektrikov. Teoriya dielektricheskoi polyarizatsii v postoyannom i peremennom elektricheskom pole* [Physics of dielectrics. Theory of dielectric polarization in DC and AC electric field]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1971. 272 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Калытка Валерий Александрович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Энергетические системы» Карагандинского государственного технического университета;
e-mail: kalytka@mail.ru;

Коровкин Михаил Владимирович – доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, исполняющий обязанности заведующего кафедрой геологии и разработки нефтяных месторождений Национального исследовательского Томского политехнического университета;
e-mail: mvk@tpu.ru;

Мехтиев Али Джаванширович – кандидат технических наук, заведующий кафедрой «Энергетические системы» Карагандинского государственного технического университета;
e-mail: barton.kz@mail.ru;

Алькина Алия Даулетхановна – старший преподаватель кафедры «Измерительная техника и приборостроение» Карагандинского государственного технического университета;
e-mail: alika_1308@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Valerii A. Kalytka – PhD in Physico-mathematical sciences, associate professor at the Department of Power systems, Karaganda State Technical University;
e-mail: kalytka@mail.ru;

Mikhail V. Korovkin – Doctor in Physico-mathematical sciences, senior researcher, acting head of the Department of Geology and Development of Oil Fields, Tomsk Polytechnic University;
e-mail: mvk@tpu.ru;

Ali Dz. Mekhtiev – PhD in Engineering sciences, head of the Department of Power systems, Karaganda State Technical University;
e-mail: barton.kz@mail.ru;

Aliya D. Alkina – senior lecturer at the Department of Measuring Equipment and Instrument Making; Karaganda State Technical University;
e-mail: alika_1308@mail.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Калытка В.А., Коровкин М.В., Мехтиев А.Д., Алькина А.Д. Детальный анализ нелинейных диэлектрических потерь в протонных полупроводниках и диэлектриках // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2017. № 4. С. 39–54.
DOI: 10.18384/2310-7251-2017-4-39-54

FOR CITATION

V. Kalytka, M. Korovkin, A. Mekhtiev, A. Alkina. Detailed analysis the non-linear of dielectric losses in proton semiconductors and dielectrics. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*. 2017. no. 4. pp. 39–54.
DOI: 10.18384/2310-7251-2017-4-39-54