

УДК533.6.011

DOI: 10.18384/2310-7251-2017-4-79-87

АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЭФФЕКТА ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ПЕРЕХЛЕСТА В УДАРНО СЖАТЫХ БИНАРНЫХ СМЕСЯХ ГАЗОВ¹

Кузнецов М.М., Матвеев С.В., Молоствин Е.В., Смотров Л.В.

*Московский государственный областной университет
105005, г. Москва, улица Радио, д. 10А, Российская Федерация*

Аннотация. Исследованы аналитические свойства эффекта высокоскоростного «перехлеста» в ударно сжатых бинарных смесях газов. Получены достаточные условия реализации этого эффекта для случая переменных аппроксимационных параметров в бимодальных распределениях для смеси газов.

Ключевые слова: кинетический, уравнение, неравновесный, смесь газов, ударная волна.

ANALYTICAL PROPERTIES OF THE HIGH-SPEED OVERSHOOT EFFECT IN A SHOCK-COMPRESSED BINARY GAS MIXTURE

M. Kuznetsov, S. Matveev, E. Molostvin, L. Smotrova

*Moscow Region State University
ul. Radio 10A, 105005 Moscow, Russian Federation*

Abstract. Analytical properties of the high-speed overshoot effect in a shock-compressed binary gas mixture are investigated. The sufficient conditions for realization of this effect by variable approximate parameters in bimodal distributions for gas mixtures are obtained.

Key words: kinetic, equation, nonequilibrium, gas mixture, shock wave.

1. Введение

Эффект высокоскоростного перехлёста в ударно сжатых смесях газов был установлен ранее в численных исследованиях структуры ударных волн методом статистического моделирования Монте-Карло. Этот эффект сводится к преобладанию числа N_{neq} высокоскоростных пар внутри фронта волны над числом N_{eq} в поступательно равновесной зоне за фронтом [1].

Аналитически данный эффект был получен в работе авторов [2].

При этом в работе [2] было также дополнительно установлено, что эффект имеет строгий максимум по величине N_{neq}/N_{eq} , зависящий от степени сжатия в сильной ударной волне.

¹ Работа выполнена в рамках гранта РФФИ № 17-07-00-945А / The work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (Grant No. 17-07-00-945A).

В численных исследованиях ударной волны методом Монте-Карло были выявлены также все основные физические факторы, ускоряющие протекание кинетических процессов в ударных волнах:

- эффективное снижение порога химических реакций внутри фронта ударной волны вследствие «пучкового» характера бимодальной функции распределения Тамма-Мотт-Смита;
- снижение скорости равновесных химических реакций в «горячей» зоне за фронтом ударной волны вследствие сильного разбавления «релеевского» газа преобладающим лёгким носителем;
- снижение скорости равновесных высокопороговых химических реакций в «горячей» зоне за фронтом ударной волны вследствие энергетических затрат на диссоциацию (снижение равновесной статистической температуры по сравнению с кинетической внутри фронта ударной волны);
- ускорение скоростей высокопороговых химических реакций вследствие анизотропии поля кинетических температур внутри ударной волны.

Следует отметить также, что относительный эффект высокоскоростного «перехлёста» растёт с увеличением энергетического порога неупругих столкновений пар молекул. Для констант скоростей пороговых химических реакций этот факт неоднократно подчёркивался в работах В.Ю. Великодного (см., например, [3]). В работах этого же автора, по-видимому, впервые был предложен аналитический подход к исследованию пороговых поступательно неравновесных процессов на основе бимодального распределения молекул в ударной волне. В его исследованиях основное внимание уделялось влиянию первого «пучкового» фактора на эффект «перехлёста» скоростей поступательно неравновесных пороговых химических реакций. Влияние анизотропии поля кинетических температур на величину этого эффекта было рассмотрено в работе [4].

Аналитический подход к исследованию эффекта пороговой поступательно неравновесности в ударной волне обладает рядом преимуществ принципиального характера (в смысле окончательности выводов) по сравнению с численным. Правда, это достигается за счёт значительного упрощения математической модели рассматриваемого эффекта. Так, используя эллипсоидальную функцию распределения молекул для компонентов смеси газов [4], можно показать определённую взаимозависимость всех четырёх определяющих физических факторов задачи. При этом, для учёта влияния этих факторов на коэффициенты скоростей поступательно неравновесных пороговых химических реакций можно предложить универсальную формулу [4].

Аналитические свойства бимодального распределения пар молекул позволяют, в свою очередь, установить принципиальный факт наличия максимума для относительной величины эффекта «перехлёста» числа пар молекул внутри фронта ударной волны по сравнению с соответствующим числом пар молекул за ней. Более того, для оценки величины «перехлёста» пар молекул можно предложить универсальное аналитическое выражение, вывод которого не требует детального численного расчёта структуры фронта ударной волны. Для простого газа это было сделано в работе [4]. Для бинарной смеси газов наличие макси-

мума для величины соответствующего «перехлёста» было установлено в работе [5]. В настоящей работе приводится формула для её оценки. Показано также, что для известных аналитических аппроксимаций одночастичных функций распределения молекул вопрос о наличии или отсутствии эффекта высокоскоростного «перехлёста» в ударных волнах сводится к чисто алгебраической проблеме о приведении к каноническому виду функции распределения пар молекул.

2. Теоремы о необходимых и достаточных условиях эффекта высокоскоростного «перехлёста» внутри фронта ударной волны

В работе авторов [6], в которой были сформулированы аналогичные теоремы для однокомпонентного (простого) газа, отмечалось, что распространение их на случай бинарной ударно сжатой смеси газов сопряжено с преодолением ряда существенных трудностей.

Главной из них является то, что в смесях газов бимодальное распределение по скоростям молекул не может быть безоговорочно применено для расчёта структуры ударной волны, как это делалось в простом газе. Как правило, область применимости классического бимодального распределения Тамма-Мотт-Смита с постоянными параметрами в виде аппроксимационных макроскопических скоростей и кинетических температур групп молекул в сверхзвуковых и дозвуковых «крыльях» этого распределения ограничена малыми значениями концентраций одного из компонентов смеси [7]. Только в этом случае удаётся сохранить все преимущества бимодальной аппроксимации парциальной функции распределения, как и в случае ударных волн в простом газе, и получить простое аналитическое решение задачи.

В силу этого получение необходимых и достаточных условий высокоскоростной поступательной неравновесности для произвольных, в общем случае, значений концентрации компонентов смеси газов становится значительно более сложным.

В бинарных смесях газов с функциями распределения для лёгкого и тяжёлого компонентов можно составить три функции распределения пар молекул по модулю относительной скорости $G^{(\alpha,\beta)}$. Этими функциями являются: $G^{(l,l)}$ – функция распределения пар внутри лёгкого компонента ($\alpha = \beta = l$; l – light), вторая – $G^{(l,h)}$ – функция пар лёгкий-тяжёлый компонент ($\alpha = l$; $\beta = h$; h – heavy), третья – $G^{(h,h)}$ – функция пар тяжёлый-тяжёлый компонент ($\alpha = \beta = h$). Усреднение данных функций, умноженных на то или иное сечение химической реакции (зависящей также от модуля относительной скорости) даёт константу скорости этой реакции.

Функции пар молекул получают на основе интегрирования произведения двух одночастичных функций для компонентов бинарной смеси. Для формулировки искомого теорем используется аппроксимация Тамма-Мотт-Смита. Согласно этой аппроксимации, каждая из одночастичных функций представляет из себя линейную комбинацию (суперпозицию) «холодного» / «горячего» максвелловского распределения в ударной волне: на входе («холодного»), а на выходе («горячего»), соответственно.

Аналитические исследования, проведённые к настоящему моменту, показали, что в ударно сжатых смесях газов постоянство по толщине ударной волны макроскопических параметров, играющих роль температуры и скорости в «холодном» и «горячем» крыле Тамм-Мотт-Смитовской аппроксимации, в общем случае невозможно в рамках данной аппроксимации. Исключением является случай малой концентрации «лёгкого» (газ Лоренца) или «тяжёлого» (газ Релея) компонента, когда предположение о постоянстве частичных макроскоростей и концентраций, входящих в «холодные»/«горячие» части Тамм-Мотт-Смитовской аппроксимации функции распределения каждого компонента, остаётся справедливым (при исследовании структуры ударной волны).

Заметим, что в нашем исследовании эффекта высокоскоростного «перехлёста» функции распределения пар молекул интересен как раз случай не только малых значений концентраций тяжёлого компонента по сравнению с лёгким, но также и его ещё более частный вариант, когда m_1 намного превосходит m_2 . Именно в этих условиях, как показывают численные исследования, эффект «перехлёста» оказывается наиболее сильным.

Возвращаясь к общему случаю произвольных соотношений концентраций компонентов бинарной смеси и их масс, заметим, что в настоящее время в численных аналитических исследованиях структуры ударной волны в бинарных смесях на основе распределения Тамм-Мотт-Смита наиболее часто используются три схемы. Общей для всех трёх схем является переменность весовых множителей в виде концентраций «холодного» и «горячего» крыла Тамм-Мотт-Смитовского распределения для каждого компонента смеси. Переменность же остальных двух аппроксимационных параметров: макроскоростей пучков молекул и их кинетических температур различна в этих трёх схемах.

В наиболее общем случае переменными по толщине волны являются аппроксимационные кинетические температуры и скорости как в «холодном», так и в «горячем» крыльях одночастичных функций распределения.

Однако, иногда из-за большого числа искомых неизвестных макропараметров (в общем случае, не менее восьми) задачу часто существенно упрощают, сохраняя переменность минимального числа аппроксимационных макропараметров: концентрации, макроскорости и кинетической температуры только в «горячем» или только в «холодном» крыле Тамм-Мотт-Смитовского распределения.

В работе авторов [5] теоремы о необходимых и достаточных условиях эффекта высокоскоростного «перехлёста» относятся к случаю переменности аппроксимационных макропараметров только в «горячем» крыле бимодальных распределений смесей газов, что и составляет главную трудность при их формулировке. Численная же реализация соответствующего эффекта высокоскоростного «перехлёста» рассматривалась для частного случая малых концентраций тяжёлого компонента (релеевская смесь), где этот эффект наиболее заметен.

Заметим, что в рассмотренном ранее случае переменных аппроксимационных макропараметров в «горячем» крыле бимодальных распределений смесей газов [5] локальный эффект «перехлёста» состоит в выполнении неравенства:

$$\left(\tilde{G}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_1^{(\alpha,\beta)}\right) > 0, \quad (1)$$

где $\tilde{G}^{(\alpha,\beta)} = \frac{G^{(\alpha,\beta)}}{G_{1s}^{(\alpha,\beta)}}$, $\tilde{G}_1^{(\alpha,\beta)} = \frac{G_1^{(\alpha,\beta)}}{G_{1s}^{(\alpha,\beta)}}$, величины: $G^{(\alpha,\beta)}$, $G_1^{(\alpha,\beta)}$ – соответственно посту-

пательно неравновесная и поступательно равновесная функции распределения пар молекул внутри фронта ударной волны.

Величина $G_{1s}^{(\alpha,\beta)}$ отличается от $G_1^{(\alpha,\beta)}$ постоянством аппроксимационных макропараметров, рассчитываемых по соотношениям Ренкина – Люгонии [8]. В точном значении понятия эффекта «перехлёста» неравенство (1) следовало бы записать в виде:

$$\left(\tilde{G}^{(\alpha,\beta)} - 1\right) > 0. \quad (2)$$

Различие формул (1) и (2) как раз и обусловлено переменностью аппроксимационных макропараметров в «горячем» крыле бимодальных распределений смесей газов [5; 9].

Рассмотрим далее, при каких дополнительных условиях выполнение неравенства (1) оказывается достаточным и для выполнения неравенства (2).

Прежде всего заметим, что в простом (однокомпонентном) газе неравенства (1) и (2) просто совпадают [6]. Такое же совпадение имеет место и в так называемом рэлеевском газе, когда концентрация лёгкого компонента n_l значительно превосходит концентрацию тяжёлого компонента n_h , причём:

$$G_1^{(\alpha,\beta)} = G_{1s}^{(\alpha,\beta)}, \tilde{G}_1^{(\alpha,\beta)} = 1. \quad (3)$$

Нетрудно видеть, что при $G_1^{(\alpha,\beta)} > G_{1s}^{(\alpha,\beta)}$ неравенство (2) будет следовать из выполнения неравенства (1).

Действительно, в этом случае справедливо:

$$\left(\tilde{G}^{(\alpha,\beta)} - 1\right) > \left(\tilde{G}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_1^{(\alpha,\beta)}\right) > 0,$$

и из выполнения неравенства (1) для локального эффекта «перехлёста» следует выполнение неравенства (2) для глобального эффекта «перехлёста» в его исходном смысле.

Оставшийся случай:

$$G_1^{(\alpha,\beta)} < G_{1s}^{(\alpha,\beta)} \quad (4)$$

требует особого рассмотрения, которое мы проведём далее.

3. Достаточные условия эффекта высокоскоростного «перехлёста» при переменных аппроксимационных макропараметрах в «горячем» крыле бимодальных распределений смесей газов

Формула для эффекта локального «перехлёста» (1), как показано в работах [5; 9], может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned} & \tilde{G}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_1^{(\alpha,\beta)} = \\ & = \eta^{(\alpha)} (1 - \eta^{(\alpha)}) \left(\tilde{G}_{01}^{(\alpha,\beta)} + \tilde{G}_{10}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_1^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_0^{(\alpha,\beta)} \right) \chi \cdot \{-\chi + \chi_b\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\chi = \chi^{(\alpha)} + \chi^{(\beta)}, \quad \eta = \frac{\chi^{(\alpha)}}{\chi^{(\alpha)} + \chi^{(\beta)}},$$

$$\chi_b = \frac{\eta^{(\alpha)} (\tilde{G}_{01}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_1^{(\alpha,\beta)}) + (1 - \eta^{(\alpha)}) (\tilde{G}_{10}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_1^{(\alpha,\beta)})}{\eta^{(\alpha)} (1 - \eta^{(\alpha)}) (\tilde{G}_{01}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_1^{(\alpha,\beta)}) + (\tilde{G}_{10}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_1^{(\alpha,\beta)}) + (\tilde{G}_1^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_0^{(\alpha,\beta)})}.$$

Выражение во вторых круглых скобках формулы (5) можно представить через отдельные эффекты «перехлёста» для каждого из слагаемых в этих скобках:

$$\tilde{G}_{01}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_1^{(\alpha,\beta)} \equiv g_{01}^{(\alpha,\beta)} > 0, \quad (6)$$

$$\tilde{G}_{10}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_1^{(\alpha,\beta)} \equiv g_{10}^{(\alpha,\beta)} > 0, \quad (7)$$

$$\tilde{G}_1^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_0^{(\alpha,\beta)} \equiv g_1^{(\alpha,\beta)} > 0. \quad (8)$$

Как показано в работах [5; 9], неравенства (6)–(8) являются достаточными для локального эффекта «перехлёста» (1). Покажем далее, что для выполнения глобального эффекта «перехлёста» (2) требуется ещё одно дополнительное условие.

Равенство (5) перепишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} & \tilde{G}^{(\alpha,\beta)} - 1 = \\ & = \eta^{(\alpha)} (1 - \eta^{(\alpha)}) \left(\tilde{G}_{01}^{(\alpha,\beta)} + \tilde{G}_{10}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_1^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_0^{(\alpha,\beta)} \right) \chi \cdot \{-\chi + \chi_b\} - (1 - \tilde{G}_1^{(\alpha,\beta)}). \end{aligned} \quad (9)$$

Нетрудно видеть, что, если левая часть равенства (5) предназначена для исследования возможности локального эффекта «перехлёста» (1), то левая часть равенства (9) предназначена для исследования возможности глобального эффекта «перехлёста» (2).

Для дальнейшего выражение (9) удобно переписать в обозначениях, принятых в курсе высшей алгебры [10]:

$$\tilde{G}^{(\alpha,\beta)} - 1 = y, \quad (10)$$

$$-[\eta^{(\alpha)} (1 - \eta^{(\alpha)}) (\tilde{G}_{01}^{(\alpha,\beta)} + \tilde{G}_{10}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_1^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_0^{(\alpha,\beta)})] = a, \quad (11)$$

$$\left[\eta^{(\alpha)} (1 - \eta^{(\alpha)}) (\tilde{G}_{01}^{(\alpha,\beta)} + \tilde{G}_{10}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_1^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_0^{(\alpha,\beta)}) \right] \chi_b = b, \quad (12)$$

$$-(1 - \tilde{G}_1^{(\alpha,\beta)}) = c. \quad (13)$$

Формулу (9) с помощью обозначений (10)–(13) можно записать в следующих эквивалентных представлениях:

$$y = a\chi^2 + b\chi + c = a(\chi + b/2a)^2 - d/4a = a(\chi - \chi_1)(\chi - \chi_2), \quad (14)$$

здесь $d = b^2 - 4ac$ – дискриминант квадратного уравнения, χ_1, χ_2 – корни этого уравнения:

$$\chi_{1,2} = \left(-b \pm \sqrt{d}\right)(2a)^{-1}.$$

Известно, что при выполнении неравенств $d > 0$ и $a < 0$, квадратичная по χ функция (14) обязательно является положительной величиной для значения аргумента χ , заключенного в диапазоне между корнями χ_1 и χ_2 :

$$\chi_1 < \chi < \chi_2. \quad (15)$$

Выполнение неравенства $a < 0$ гарантировано выполнением достаточных условий глобального эффекта «перехлёста» (6)–(8), полученных ранее в работах [5; 9].

Искомое же дополнительное достаточное условие глобального эффекта «перехлёста» (2) заключается в неотрицательности величины дискриминанта $d > 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Генич А.П., Куликов С.В., Манелис Г.Б., Черешнев С.Л. Распределение молекулярных скоростей во фронте ударной волны в газовых смесях // Известия АН СССР. Механика жидкостей и газа. 1990. № 2. С. 144–150.
2. Кузнецов М.М., Кулешова Ю.Д., Смотров Л.В. Эффект высокоскоростной поступательной неравновесности в бимодальной ударной волне // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2012. № 2. С. 108–115.
3. Великодный В.Ю. Влияние средних парциальных параметров на кинетику химических реакций // Молекулярная газодинамика и механика неоднородных сред: сборник научных трудов. М.: Наука, 1990. С. 41–50.
4. Кузнецов М.М., Смотров Л.В. Аналитические свойства эффекта высокоскоростной поступательной неравновесности // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2013. № 3. С. 66–73.
5. Кузнецов М.М., Кулешова Ю.Д., Смотров Л.В., Решетникова Ю.Г. О максимуме эффекта высокоскоростной поступательной неравновесности в ударной волне // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2016. № 3. С. 84–92.
6. Кузнецов М.М., Матвеев С.В., Молостин Е.В., Решетникова Ю.Г., Смотров Л.В. Высокоскоростная поступательная неравновесность смеси газов в аналитической модели ударной волны [Электронный ресурс] // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2016. Т. 17. вып. 1. URL: <http://chemphys.edu.ru/issues/2016-17-1/articles/613/>
7. Oberai M.M. A Mott-Smith distribution to describe the structure of a plane shock wave in binary mixture // Physics of Fluids, 1966. Vol. 9. pp. 1634–1637.
8. Агафонов В.П., Вертушкин В.К., Гладков А.А., Полянский О.Ю. Неравновесные физико-химические процессы в газодинамике. М.: Машиностроение, 1972. 344 с.
9. Кузнецов М.М., Кулешова Ю.Д., Решетникова Ю.Г., Смотров Л.В. Условия возник-

новения и величина эффекта высокоскоростного перехлёста в ударно-сжатой смеси газов // Труды Московского авиационного института. 2017. № 95.
10. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. СПб.: Лань, 2013. 432 с.

REFERENCES

1. Genich A.P., Kulikov S.V., Manelis G.B., Chereshev S.L. [The distribution of molecular speeds in the shock wave front in gas mixtures]. In: *Izvestiya AN SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid Dynamics], 1990, no. 2, pp. 144–150.
2. Kuznetsov M.M., Kuleshova Y.D., Smotrova L.V. [Effect of high-speed translational nonequilibrium in bimodal shock wave]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2012, no. 2, pp. 108–115.
3. Velikodnyi V.YU. [Influence of the average partial parameters on the kinetics of chemical reactions]. In: *Molekulyarnaya gazodinamika i mekhanika neodnorodnykh sred: sbornik nauchnykh trudov* [Molecular gas dynamics and the mechanics of inhomogeneous media: a collection of scientific papers]. Moscow, Nauka Publ., 1990. pp. 41–50
4. Kuznetsov M.M., Smotrova L.V. [Analytical properties of high-speed effect of translational nonequilibrium] In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2013, no. 3, pp. 66–73.
5. Kuznetsov M.M., Kuleshova YU.D., Smotrova L.V., Reshetnikova YU.G. [About the maximum effect of high-speed translational nonequilibrium in the shock wave] In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2016, no. 3, pp. 84–92.
6. Kuznetsov M.M., Matveev S.V., Molostvin E.V., Reshetnikova YU.G., Smotrova L.V. [High-speed translational nonequilibrium of gas mixture in the analytical model of the shock wave]. In: *Fiziko-khimicheskaya kinetika v gazovoi dinamike* [Physico-chemical kinetics in gas dynamics], 2016, vol. 17, iss. 1. Available at: <http://chemphys.edu.ru/issues/2016-17-1/articles/613/>
7. Oberai M.M. [A Mott-Smith distribution to describe the structure of a plane shock wave in binary mixture]. In: *Physics of Fluids*, 1966. Vol. 9. pp. 1634–1637.
8. Agafonov V.P., Vertushkin V.K., Gladkov A.A., Polyanskii O.YU. *Neravnovesnye fiziko-khimicheskie protsessy v gazodinamike* [Nonequilibrium physico-chemical processes in gas dynamics]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1972. 344 p.
9. Kuznetsov M.M., Kuleshova YU.D., Reshetnikova YU.G., Smotrova L.V. [The conditions of occurrence and the magnitude of the effect of high-speed overlap of shock-compressed mixture of gases] In: *Trudy Moskovskogo aviatsionnogo instituta* [Trudy MAI], 2017, no. 95.
10. Kurosh A.G. *Kurs vysshei algebrы* [Course of higher algebra]. St. Petersburg, Lan' Publ., 2013. 432 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Кузнецов Михаил Михайлович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета;
e-mail: kuznets-omn@yandex.ru;

Матвеев Сергей Владимирович – аспирант, Московский государственный областной университет;
e-mail: seriyyolkodav@mail.ru;

Молоствин Евгений Владимирович – аспирант, Московский государственный областной университет;
e-mail: evgenij-molostvin@yandex.ru;

Смотрова Лилия Владимировна – аспирант, Московский государственный областной университет;
e-mail: lilysmotrova@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTORS

Mikhail M. Kuznetsov – Doctor in Physico-mathematical sciences, professor, Moscow Region State University;
e-mail: kuznets-omn@yandex.ru;

Sergei V. Matveev – postgraduate student, Moscow Region State University;
e-mail: seriyvolkodav@mail.ru;

Evgenii V. Molostvin – postgraduate student, Moscow Region State University;
e-mail: evgenij-molostvin@yandex.ru;

Liliya V. Smotrova – postgraduate student, Moscow Region State University;
e-mail: lilysmotrova@mail.ru.

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Кузнецов М.М., Матвеев С.В., Молоствин Е.В., Смотрова Л.В. Аналитические свойства эффекта высокоскоростного перехлёста в ударно сжатых бинарных смесях газов // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2017. № 4. С. 79–87.

DOI: 10.18384/2310-7251-2017-4-79-87

FOR CITATION

Kuznetsov M.M., Matveev S.V., Molostvin E.V., Smotrova L.V. Analytical properties of the high-speed overshoot effect in a shock-compressed binary gas mixture. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*. 2017. no. 4. pp. 79–87.

DOI: 10.18384/2310-7251-2017-4-79-87