

УДК 533 6.011

DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-65-76

ДОСТАТОЧНЫЕ УСЛОВИЯ И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ВЕЛИЧИНЫ ЭФФЕКТА ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ НЕРАВНОВЕСНОСТИ В УДАРНО-СЖАТЫХ ГАЗОВЫХ СМЕСЯХ

**Кузнецов М.М.^{1,2}, Молоствин Е.В.², Перов А.А.², Решетникова Ю.Г.²,
Смотрова Л.В.²**

¹ *Московский физико-технический институт (государственный университет)
141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский пер., д. 9,
Российская Федерация*

² *Московский государственный областной университет
141014, Московская область, г. Мытищи, ул. Веры Волошиной, д. 24,
Российская Федерация*

Аннотация. Представлены основные результаты численного исследования эффекта высокоскоростного перехлёста в ударно-сжатых газовых смесях. В параллель к ним изложены основные аналитические результаты авторов. Даны достаточные условия и аналитическая оценка величины этого эффекта.

Ключевые слова: кинетический, уравнение, неравновесный, смесь газов, ударная волна.

SUFFICIENT CONDITIONS AND ANALYTICAL ESTIMATES OF HIGH-SPEED NON-EQUILIBRIUM IN SHOCK-COMPRESSED GAS MIXTURES

M. Kuznetsov^{1,2}, E. Molostvin², A. Perov², Ju. Reschetnikova², L. Smotrova²

¹ *Moscow Institute of Physics and Technology (State University)
Institutskiy per. 9, 141701 Dolgoprudnyi, Moscow region, Russian Federation*

² *Moscow Region State University,
ul. Very Voloshinoi 24, 141014 Mytishchi, Moscow region, Russian Federation*

Abstract. We report the main results of numerical investigation of a high-speed overshoot effect in shock-compressed gas mixtures. Apart from these results, analytical results obtained are presented. Sufficient conditions and estimates of this effect are given.

Key words: kinetic, equation, nonequilibrium, gas mixture, shock wave.

Введение

В настоящее время идея о представлении движения газа в ударной волне в виде движения континуума с нелинейными законами трения и теплопередачи основана, в основном, на результатах статистического моделирования структу-

ры ударной волны методом Монте-Карло [1; 2]. Наиболее существенным результатом этих исследований является представление безразмерных величин направления трения и потока тепла в ударной волне в виде нелинейных универсальных зависимостей от двух аналогичных безразмерных величин, являющихся известными законами Ньютона и Фурье для линейного переноса импульса и энергии, соответственно. Для многих практических задач было бы существенным представить эти универсальные зависимости в аналитическом виде.

В работе рассмотрены также основные схемы корректного применения бимодальных распределений типа Тамма-Мотт-Смита, модифицированных для бинарных смесей многоатомных газов, сжимаемых в ударной волне [3; 4].

В рамках каждой из этих схем сформулированы необходимые и достаточные условия эффекта высокоскоростной поступательной неравновесности. Этот эффект был впервые установлен при численном моделировании структуры ударной волны статистическим методом Монте-Карло [5].

Аналитические свойства пороговых кинетических процессов в ударных волнах непосредственно связаны с так называемым эффектом высокоскоростной поступательной неравновесности [5]. Этот эффект, заключающийся в значительном превышении количества пар молекул, преодолевших энергетический порог химической реакции внутри фронта ударной волны, над соответствующим количеством пар молекул за её фронтом, был установлен ранее в работе [5] на основе численного моделирования методом Монте-Карло.

Основные физические факторы, ускоряющие протекание кинетических процессов в ударных волнах

В численных исследованиях ударной волны методом Монте-Карло были выявлены также все основные физические факторы, ускоряющие протекание кинетических процессов в ударных волнах:

– эффективное снижение порога химических реакций внутри фронта ударной волны вследствие «пучкового» характера бимодальной функции распределения Тамма-Мотт-Смита;

– снижение скорости равновесных химических реакций в «горячей» зоне за фронтом ударной волны вследствие сильного разбавления «релеевского» газа преобладающим лёгким носителем;

– снижение скорости равновесных высокопороговых химических реакций в «горячей» зоне за фронтом ударной волны вследствие энергетических затрат на диссоциацию (снижение равновесной статистической температуры по сравнению с кинетической внутри фронта ударной волны);

– ускорение скоростей высокопороговых химических реакций вследствие анизотропии поля кинетических температур внутри ударной волны.

Первый фактор связан с пучковым характером бимодального распределения. Он выражается в сдвиге по макроскопической скорости холодного крыла бимодального распределения относительно его горячего крыла. Под термином «крыло» понимается максвелловское распределение со своими аппроксимационными макроскопическими параметрами в каждом крыле. При этом, аппроксимационные

концентрации в каждом крыле в общем случае являются всегда переменными. Не так обстоит дело с аппроксимационными скоростями и температурами. В простых (однокомпонентных) газах эти скорости можно выбирать постоянными. При этом скорость в холодном крыле совпадает с макроскопической скоростью газа перед фронтом ударной волны, а скорость в горячем крыле – с макроскопической скоростью газа за фронтом волны. В бинарных смесях газов постоянство аппроксимационных скоростей возможно только в так называемых рэлеевских смесях. В таких смесях один из компонентов значительно превосходит по величине концентрации другой. Он является поэтому как бы носителем другого. В случае произвольных значений величин концентраций компонентов бинарной смеси газов постоянство скоростных аппроксимационных параметров невозможно. Иначе невозможно удовлетворить законам сохранения потоков массы, импульса и энергии в ударной волне. При переходе от одночастичного бимодального распределения к соответствующему распределению пар молекул и возникает сдвиг аппроксимационных скоростей одного крыла относительно другого. В простом газе это было получено в работе [6], а в бинарной смеси газов в работе [4]. При этом в работе [4] учитывалась также анизотропия аппроксимационных температур. Сдвиг аппроксимационных скоростей сохраняется также и при переходе от функции распределения пар молекул к коэффициентам скоростей поступательно неравновесных активированных бинарных соударений молекул. Этот переход осуществляется путём усреднения функции распределения пар молекул по относительной скорости их хаотического движения [4]. Однако впервые действие первого фактора аналитически было обнаружено в работе [3] без выделения функции распределения пар молекул. При этом использовалось интегрирование интеграла столкновений уравнения Больцмана по тепловым скоростям молекул. Чисто математически действие первого фактора выглядит очень значительно. Это выражается в том, что коэффициент скорости активированной поступательно неравновесной бинарной химической реакции экспоненциально зависит от квадрата разности между пороговой скоростью химической реакции и величиной сдвига аппроксимационных макроскопических скоростей крыльев бимодального распределения. В принципе, эту разность можно сделать равной нулю, что эквивалентно нулевому значению энергии активации.

Второй фактор действует только в сильно разбавленных лёгким компонентом рэлеевских смесях газов. Сильное разбавление бинарной смеси газов лёгким компонентом приводит к существенному понижению температуры равновесной смеси газов за фронтом ударной волны по сравнению с величиной температуры до разбавления. Снижение температуры за фронтом ударной волны приводит к последующему значительному понижению скорости равновесной химической реакции. Это понижение, согласно закону Аррениуса, определяется экспоненциальной зависимостью константы скорости реакции от величины T^{-1} , где T – равновесная температура.

Третий и четвёртый факторы могут быть корректно аналитически исследованы не на основе бимодального, а на основе эллипсоидального распределения частиц по скоростям молекул в ударной волне. Заметим, что под эллипсоидальным распределением по скоростям молекул обычно понимается максвеллиан с

тремя аппроксимационными параметрами помимо концентрации частиц [4]. К этим параметрам относятся: среднемассовая скорость движения газа (обычно в системе координат, связанной с фронтом ударной волны) и две кинетические температуры T^{\parallel} и T^{\perp} , параллельно и перпендикулярно к потоку газа в ударной волне, соответственно. Важно отметить, что эти кинетические температуры были с необходимостью введены при экспериментальном исследовании структуры фронта ударной волны. В теоретических исследованиях эти температуры были использованы в работах [4; 7].

Причиной перехода от бимодального распределения к эллипсоидальному является то, что наиболее значительным эффектом высокоскоростного перехлёста становится в сильно диспергированных смесях газа. Такими смесями являются рэлеевские смеси, в которых молекулярная масса тяжёлого компонента значительно превышает молекулярную массу лёгкого. Таким образом, в рэлеевских смесях превосходство по величине концентрации лёгкого компонента сопровождается малостью его молекулярной массы по отношению к тяжёлому компоненту. Случай, когда отношение концентрации лёгкого компонента n_l к концентрации тяжёлого n_h в точности равнялось отношению молекулярной массы тяжёлого компонента m_h к молекулярной массе лёгкого m_l :

$$n_l / n_h = m_h / m_l \quad (1)$$

рассматривался ранее в работе [8]. В этой работе, посвящённой в основном численному исследованию эффекта перехлёста кинетических температур, величина (1) равнялась 10. В работах, посвящённых численному исследованию высокоскоростного перехлёста [5], величина отношения n_l/n_h менялась в диапазоне:

$$10 < n_l / n_h < 10^4. \quad (2)$$

В современных технологиях равенство (1) может оказаться численно справедливым и для правой границы неравенства (2). Это происходит в том случае, когда тяжёлым компонентом рэлеевской смеси газов становятся тяжёлые кластеры с числом молекул, содержащихся в них, порядка $10^2 - 10^4$ и более. Реально к такому случаю можно отнести начальную стадию процессов пиролиза тяжёлых кластеров углерода – фуллеренов C_{60} , C_{70} в ударной волне. К нему же относится так называемый кластерный термояд, когда число молекул N тяжёлой воды D_2O в кластере $(D_2O)_N$ меняется в диапазоне от 20 до 1000. Таким образом, в сильно диспергированных смесях возможно следующее соотношение:

$$10 < (n_l / n_h = m_h / m_l) < 10^4. \quad (3)$$

В таких смесях времена установления максвелловского равновесия (или длины среднего свободного пробега молекул) сильно различаются в тяжёлом и лёгком компонентах рэлеевской смеси газов. Отношение этих характерных времён поступательной релаксации также пропорционально отношению m_h/m_l . Поступательная релаксация тяжёлого компонента ввиду правой границы соотношения (3) вполне может сопровождаться релаксацией внутренних степеней свободы кластеров или многоатомных молекул этого компонента. В част-

ности, возможны пиролиз или даже диссоциация частиц тяжёлого компонента. Непосредственным следствием таких процессов является значительное понижение равновесной температуры за фронтом ударной волны, общей для обоих компонентов.

Точные численные расчёты структуры ударной волны, выполненные разными методами, показали, что в сильно диспергированных рэлеевских смесях газа функция распределения частиц тяжёлого компонента не является бимодальной. Более того, в работе [9] показано, что она хорошо аппроксимируется эллипсоидальным распределением.

Возбуждение внутренних степеней свободы тяжёлого компонента можно отнести к третьему фундаментальному фактору. Как видно из сказанного, по результирующему действию – снижению равновесной температуры за фронтом ударной волны, он эквивалентен второму фактору.

Четвёртый фундаментальный фактор эффекта высокоскоростного перехлёста эквивалентен по действию первому фактору. Оба приводят к значительному возрастанию числа пар молекул, преодолевших барьер энергетической активации внутри фронта ударной волны по сравнению с числом аналогичных по относительной кинетической энергии пар за фронтом волны. Кроме того, эффект перехлёста по значениям функции распределения пар молекул в микроскопическом описании газа обусловлен аналогичным эффектом по значениям кинетической температуры T^{\parallel} в макроскопическом описании.

Влияние анизотропии кинетических температур ($T^{\parallel} \neq T^{\perp}$) на аналитический вид функции распределения пар молекул

В работах авторов [4] было получено аналитическое выражение для функции распределения пар молекул внутри ударной волны. Были рассмотрены как однокомпонентный (простой газ), так и бинарная смесь газов. В бинарных смесях газов с функциями распределения для лёгкого и тяжёлого компонентов можно составить три функции распределения пар молекул по модулю относительной скорости $G^{(\alpha, \beta)}$. Этими функциями являются: $G^{(l, l)}$ – функция распределения пар внутри лёгкого компонента ($\alpha = \beta = l$; l – light), вторая – $G^{(l, h)}$ – функция пар лёгкий-тяжёлый компонент ($\alpha = l$; $\beta = h$; h – heavy), третья – $G^{(h, h)}$ – функция пар тяжёлый-тяжёлый компонент ($\alpha = \beta = h$). Каждая из этих функций, в свою очередь, может быть представлена в виде суперпозиции четырёх слагаемых $G_{0,0}^{(\alpha, \beta)}$, $G_{1,0}^{(\alpha, \beta)}$, $G_{0,1}^{(\alpha, \beta)}$, $G_{1,1}^{(\alpha, \beta)}$, т.е.

$$G^{(\alpha, \beta)} = \sum_{s, \tau} G_{s, \tau}^{(\alpha, \beta)}, \quad (4)$$

где нижние индексы s и τ в каждом из слагаемых $G_{s, \tau}^{(\alpha, \beta)}$ принимают значения 0 и 1.

В формуле (4) индексы 0 и 1 относятся, соответственно, к состояниям в «холодном» или «горячем» крыле бимодального распределения для каждого из компонентов α или β бинарной смеси газов. Эти состояния для однокомпонентно-

го (простого) газа или компонентов рэлеевской смеси газов являются локально равновесными. При этом из аппроксимационных параметров в крыльях бимодальных распределений внутри фронта ударной волны меняются только соответствующие концентрации. Для произвольных значений парциальных компонентов бинарной смеси газов, в частности, когда они одного порядка величины, переменными будут все аппроксимационные параметры.

Математически эффект локального высокоскоростного перехлёста для функции распределения пар молекул может быть записан в виде следующего неравенства:

$$\left(G^{(\alpha,\beta)} - G_{1,1}^{(\alpha,\beta)}\right) > 0. \quad (5)$$

Или в более удобных безразмерных обозначениях:

$$\left(\tilde{G} - \tilde{G}_{1,1}\right) > 0, \quad (6)$$

где $\tilde{G} = G^{(\alpha,\beta)} \cdot (G_1)^{-1}$, $\tilde{G}_{1,1} = G_{1,1}^{(\alpha,\beta)}(G_1)^{-1}$, G_1 – значение функции $G_{1,1}^{(\alpha,\beta)}$ за фронтом ударной волны.

Неравенства (5), (6) должны выполняться при произвольных значениях парциальных концентраций компонентов бинарной смеси газов. В этом случае функция $G_{1,1}$ внутри волны является локально равновесной. При этом все её аппроксимационные макропараметры оказываются внутри волны переменными. В силу этого, соотношения (5) и (6) математически выражают реализацию локального эффекта перехлёста. Однако в точном (глобальном) понимании эффекта высокоскоростного перехлёста функция $G^{(\alpha,\beta)}$ должна быть больше по величине функции G_1 .

В связи с этим неравенства (5), (6) изменятся следующим образом:

$$\left(G^{(\alpha,\beta)} - G_1\right) > 0 \quad (7)$$

$$\left(\tilde{G} - 1\right) > 0 \quad (8)$$

Рассмотрим далее при каких дополнительных условиях выполнение неравенств (5), (6) оказывается достаточным и для выполнения неравенств (7), (8).

Прежде всего заметим, что в простом (однокомпонентном) газе неравенства (5) и (7) просто совпадают [4]. Такое же совпадение имеет место и в рэлеевском газе.

Нетрудно видеть, что при $G_{1,1}^{(\alpha,\beta)} > G_1$ неравенство (7) будет следовать из выполнения неравенства (5). Действительно, в этом случае:

$$\left(\tilde{G}^{(\alpha,\beta)} - 1\right) > \left(\tilde{G}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_{1,1}^{(\alpha,\beta)}\right) > 0,$$

и из выполнения неравенства (5) для локального эффекта «перехлёста» следует выполнение неравенства (7) для глобального эффекта «перехлёста» в его исходном смысле. Оставшийся случай:

$$G_{1,1}^{(\alpha,\beta)} < G_1 \quad (9)$$

мы рассмотрим далее.

Заметим, что необходимые и достаточные условия, при которых выполняются неравенства (5), (6) были получены ранее в работах [4; 7]. Для практических приложений наиболее существенными являются достаточные условия. Они могут оказаться полезными при оценке реализации эффекта высокоскоростного перехлёста в аэродинамическом эксперименте. С целью удобства применения их целесообразно усилить следующим образом:

$$\tilde{G}_{1,0}^{(\alpha,\beta)} > \tilde{G}_{1,1}^{(\alpha,\beta)}, \quad \tilde{G}_{0,1}^{(\alpha,\beta)} > \tilde{G}_{1,1}^{(\alpha,\beta)}, \quad \tilde{G}_{1,1}^{(\alpha,\beta)} > \tilde{G}_{0,0}^{(\alpha,\beta)}, \quad (10)$$

где $\tilde{G}_{0,0}^{(\alpha,\beta)} = G_{0,0}^{(\alpha,\beta)}(G_1)^{-1}$.

В рэлеевских смесях газа, где эффект высокоскоростного перехлёста наиболее существен, достаточные условия (10) приобретут вид:

$$\tilde{G}_{1,0}^{(\alpha,\beta)} > 1, \quad \tilde{G}_{0,1}^{(\alpha,\beta)} > 1, \quad \tilde{G}_{1,1}^{(\alpha,\beta)} > \tilde{G}_{0,0}^{(\alpha,\beta)}. \quad (11)$$

Последние неравенства в формулах (10), (11) практически выполняются всегда. Это обусловлено тем, что функция $G_{1,1}^{(\alpha,\beta)}$ зависит от максвеллианов в «горячих» крыльях бимодальных распределений компонентов смеси, а $G_{0,0}^{(\alpha,\beta)}$ – в «холодных».

В случае однокомпонентного (простого) газа соответствующие достаточные условия следуют из неравенств (11) при $\alpha = \beta$.

Вернёмся к рассмотрению достаточных условий, при которых выполняется неравенство (9). Структура поступательно неравновесной функции распределения по относительным скоростям пар молекул $G^{(\alpha,\beta)}$ была получена ранее в работах [4; 7]. Для последующего изложения её удобно записать в следующем виде:

$$\tilde{G}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_{1,1}^{(\alpha,\beta)} = \eta^{(\alpha)} (1 - \eta^{(\alpha)}) \left(\Delta G_{s,\tau}^{(\alpha,\beta)} \right) \chi \cdot (\chi_b - \chi), \quad (12)$$

где

$$\Delta G_{s,\tau}^{(\alpha,\beta)} = \tilde{G}_{0,1}^{(\alpha,\beta)} + \tilde{G}_{1,0}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_{1,1}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_{0,0}^{(\alpha,\beta)},$$

$$\chi = \chi^{(\alpha)} + \chi^{(\beta)}, \quad \eta^{(\alpha)} = \chi^{(\alpha)} (\chi)^{-1}, \quad \chi^{(\alpha)} = n_0^{(\alpha)} (n^{(\alpha)})^{-1}, \quad \chi^{(\beta)} = n_0^{(\beta)} (n^{(\beta)})^{-1},$$

$$n^{(\alpha)} = n_0^{(\alpha)} + n_1^{(\alpha)}, \quad n^{(\beta)} = n_0^{(\beta)} + n_1^{(\beta)},$$

$$0 \leq \chi^{(\alpha)} \leq 1, \quad 0 \leq \chi^{(\beta)} \leq 1,$$

величины $n^{(\alpha)}, n^{(\beta)}$, – парциальные концентрации компонентов α и β ; величины $n_0^{(\alpha)}, n_0^{(\beta)}$ – аппроксимационные концентрации в «холодных» крыльях бимодальных распределений компонентов α и β , величины $n_1^{(\alpha)}, n_1^{(\beta)}$ – аппроксимационные концентрации в «горячих» крыльях соответствующих распределений; как парциальные, так и аппроксимационные концентрации являются функциями переменной χ ; χ^b – значение переменной χ , при котором эффект перехлёста $(\tilde{G}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_{1,1}^{(\alpha,\beta)})$ обращается в нуль.

Введём следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \Delta\tilde{G}^{(\alpha,\beta)} &= (\tilde{G}^{(\alpha,\beta)} - 1), \quad a = -\eta^{(\alpha)}(1 - \eta^{(\alpha)})\Delta G_{s,\tau}^{(\alpha,\beta)}, \quad b = -a\chi_b, \\ c &= -(1 - \tilde{G}_{1,1}^{(\alpha,\beta)}). \end{aligned} \quad (13)$$

В обозначениях (13) формулу (12) можно записать в трех эквивалентных формах:

$$\Delta\tilde{G}^{(\alpha,\beta)} = a\chi^2 + b\chi + c = a[\chi + b(2a)^{-1}]^2 - d(4a)^{-1} = a(\chi - \chi_1)(\chi - \chi_2) \quad (14)$$

Здесь d – так называемый дискриминант квадратного уравнения, χ_1, χ_2 – корни этого уравнения, причём:

$$d = b^2 - 4ac, \quad \chi_{1,2} = (-b \pm \sqrt{d})(2a)^{-1}.$$

Известно, что при выполнении неравенств $d > 0$ и $a < 0$, квадратичная по χ функция (14) обязательно является положительной величиной для значения аргумента χ , заключённого в диапазоне между корнями χ_1 и χ_2 :

$$\chi_1 < \chi < \chi_2. \quad (15)$$

Выполнение неравенства $a < 0$ гарантировано выполнением достаточных условий глобального эффекта «перехлёста» (7) – (8) полученных ранее в работах [4; 7].

Искомое же дополнительное достаточное условие глобального эффекта «перехлёста» (8) заключается в неотрицательности величины дискриминанта $d, d > 0$.

Из курса высшей алгебры известно также, что максимум квадратичной по χ функции (14) достигается при $\chi = -b/2a$ [10]. В силу этого, величина эффекта высокоскоростного перехлёста будет иметь максимум $(\Delta\tilde{G}^{(\alpha,\beta)})_{\max}$:

$$(\Delta\tilde{G}^{(\alpha,\beta)})_{\max} = -d(4a)^{-1}. \quad (16)$$

Используя обозначения (13), формулу (16) можно записать в более удобном для применения виде:

$$(\Delta\tilde{G}^{(\alpha,\beta)})_{max} = \eta^{(\alpha)}(1 - \eta^{(\alpha)})\Delta G_{s,\tau}^{(\alpha,\beta)}\chi_m^2, \quad (17)$$

где $\chi_m = -b/2a = 0,5\chi_b$.

Положительность величины (17) обусловлена неравенствами (11) и неравенством $0 < \eta < 1$.

Заметим, что перед фронтом ударной волны в сечении $\chi = 2$ функция распределения пар молекул (12) может быть вычислена непосредственно. При этом величина $(\Delta\tilde{G}^{(\alpha,\beta)})$ получается отрицательной:

$$(\Delta\tilde{G}^{(\alpha,\beta)}) = (\tilde{G}_{0,0}^{(\alpha,\beta)} - \tilde{G}_{1,1}^{(\alpha,\beta)}) < 0. \quad (18)$$

Таким образом, в диапазоне значений переменной χ : $0,5\chi_b \leq \chi \leq 2$ функция распределения пар молекул (12) меняет свой знак с отрицательного значения на положительное. По теоремам анализа о свойствах функций, непрерывных на отрезке, значение переменной $\chi = \chi_b$ будет содержаться в этом же диапазоне. Это позволяет оценить максимальную величину эффекта высокоскоростного перехлёста (17) следующим образом:

$$\Delta\tilde{G}_{max}^{(\alpha,\beta)} < 0,25\Delta G_{s,\tau}^{(\alpha,\beta)}. \quad (19)$$

Здесь при переходе от левой части равенства (17) к её оценке по неравенству (19) учтено, что $\eta^{(\alpha)}(1 - \eta^{(\alpha)}) < 0,25$; $\chi_m = 0,5\chi_b < 1$.

В рэлеевской смеси газов, где эффект высокоскоростного перехлёста, согласно численным расчётам, достаточно велик [10], правая часть неравенства (19) вычисляется наиболее просто. При этом аппроксимационные температуры и скорости в крыльях бимодальных распределений компонентов бинарной смеси газов остаются постоянными.

Заключение

В работе представлены результаты аналитических исследований эффекта высокоскоростного перехлёста в ударно сжатой смеси газов. Приведены в аналитической форме достаточные условия для реализации этого эффекта. Они могут оказаться полезными при проведении аэродинамического эксперимента в ударных трубах. К таким экспериментам можно отнести исследование начальной стадии поступательно неравновесных процессов пиролиза.

БЛАГОДАРНОСТИ / ACKNOWLEDGMENTS

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 17-07-00-945А.

This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, Grant No. 17-07-00-945A.

Статья поступила в редакцию 19.07.2018 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Yen Sh.–M., Ng W. Shock-wave structure and intermolecular collisions laws // *Journal of Fluid Mechanics*. 1974. Vol. 65. Iss. 1. P. 127–144.
2. Ерофеев А.И., Фридлиндер О.Г. Перенос импульса и энергии в ударной волне // *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*. 2002. № 4. С. 120–130.
3. Башлыков А.М., Великодный В.Ю. Структура ударной волны в газовой смеси // *Журнал технической физики*. 1991. Т. 61. Вып. 8. С. 33–42.
4. О максимуме эффекта высокоскоростной поступательной неравновесности в ударной волне / Кузнецов М.М., Кулешова Ю.Д., Смотров Л.В., Решетникова Ю.Г. // *Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика*. 2016. № 3. С. 84–94.
5. Распределение молекулярных скоростей во фронте ударной волны в газовых смесях / Генич А.П., Куликов С.В., Манелис Г.Б., Черешнев С.Л. // *Известия Академии наук СССР. Механика жидкости и газа*. 1990. № 2. С. 144–150.
6. Великодный В.Ю. Влияние средних параметров на кинетику химических реакций // *Молекулярная газодинамика и механика неоднородных сред: сборник научных трудов*. М.: Наука, 1990. С. 41–50.
7. Аналитические свойства эффекта высокоскоростного перехлёста в ударно сжатых бинарных смесях газов / Кузнецов М.М., Матвеев С.В., Молостин Е.В., Смотров Л.В. // *Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика*. 2017. № 4. С. 79–87.
8. G.A. Bird. Shock wave structure in Gas Mixtures // *Proceedings of the 14-th. International Symposium on Rarefied Gas Dynamics* / ed. by H. Oguchi. 1985. Vol. 1. P. 175–182.
9. Dodulad O.I., Kloss Yu.Yu., Tseremissine F.G. Computations of shock wave structure in gas mixture on the base of the boltzmann equation [Электронный ресурс] // *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*. 2013. Vol. 14. Iss. 1. URL: <http://chemphys.edu.ru/media/published/5.pdf> (дата обращения: 30.08.2018).
10. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1968, 432 с.

REFERENCES

1. Yen Sh.–M., Ng W. Shock-wave structure and intermolecular collisions laws. In: *Journal of Fluid Mechanics*, 1974, vol. 65, iss. 1, pp. 127–144.
2. Erofeev A.I., Fridlender O.G. [The transfer of momentum and energy in a shock wave]. In: *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid Dynamics], 2002, no. 4, pp. 120–130.
3. Bashlykov A.M., Velikodnyi V.Yu. [Shock wave structure in a gas mixture]. In: *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki* [Journal of Technical Physics], 1991, vol. 61, no. 8, pp. 33–42.
4. Kuznetsov M.M., Kuleshova Yu.D., Smotrova L.V., Reshetnikova Yu.G. [On the maximum effect of high translational nonequilibrium in a shock wave]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-Matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2016, no. 3, pp. 84–94.
5. Genich A.P., Kulikov S.V., Manelis G.B., Chereshev S.L. [The distribution of molecular speeds in the shock wave front in gas mixtures]. In: *Izvestiya Akademii nauk SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid Dynamics], 1990, no. 2, pp. 144–150.
6. Velikodnyi V.Yu. [Influence of medium parameters on the kinetics of chemical reactions]. In: *Molekulyarnaya gazodinamika i mekhanika neodnorodnykh sred: sbornik nauchnykh trudov* [Molecular gas dynamics and the mechanics of inhomogeneous media: a collection of scientific papers]. Moscow, Nauka Publ., 1990. pp. 41–50.

7. Kuznetsov M.M., Matveev S.V., Molostvin E.V., Smotrova L.V. [Analytical properties of the high-speed overshoot effect in a shock-compressed binary gas mixture]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-Matematika* [Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2017, no. 4, pp. 79–87.
8. Bird G.A. Shock wave structure in gas mixtures. In: Oguchi H., ed. *Proceedings of the 14-th. International Symposium on Rarefied Gas Dynamics*, 1985, vol. 1, pp. 175–182.
9. Dodulad O.I., Kloss Yu.Yu., Tceremissine F.G. Computations of shock wave structure in gas mixture on the base of the Boltzmann equation. In: *Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics*, 2013, vol. 14, iss. 1. Available at: <http://chemphys.edu.ru/media/published/5.pdf> (accessed: 30.08.2018).
10. Kurosh A.G. *Kurs vysshei algebry* [Course of higher algebra]. Moscow, Nauka Publ., 1968, 432 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Кузнецов Михаил Михайлович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета; доцент кафедры общей физики Московского физико-технического института (государственного университета);
e-mail: kuznets-omn@yandex.ru;

Молоствин Евгений Владимирович – аспирант кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета;
e-mail: evgenij-molostvin@yandex.ru;

Перов Александр Алексеевич – аспирант кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета;
e-mail: xok91.91@mail.ru;

Решетникова Юлия Геннадьевна – аспирант кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета;
e-mail: gau1972@mail.ru;

Смотрова Лилия Владимировна – аспирант кафедры теоретической физики Московского государственного областного университета;
e-mail: lilysmotrova@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Mihail M. Kuznetsov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor at the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University; Associate Professor at the Department of General Physics, Moscow Institute of Physics and Technology (State University);
e-mail: kuznets-omn@yandex.ru;

Eugenij V. Molostvin – postgraduate student at the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University;
e-mail: evgenij-molostvin@yandex.ru;

Aleksandr A. Perov – postgraduate student at the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University;
e-mail: xok91.91@mail.ru;

Julia G. Reschetnikova – postgraduate student at the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University;
e-mail: gau1972@mail.ru;

Liliya V. Smotrova – postgraduate student at the Department of Theoretical Physics, Moscow Region State University;
e-mail: lilysmotrova@mail.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Достаточные условия и аналитическая оценка величины эффекта высокоскоростной неравновесности в ударно-сжатых газовых смесях / Кузнецов М.М., Молоствин Е.В., Перов А.А., Решетникова Ю.Г., Смотров Л.В. // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика- математика. 2018. № 3. С. 65–76.

DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-65-76

FOR CITATION

Kuznetsov M.M., Molostvin E.V., Perov A.A., Reshetnicova J.G., Smotrova L.V. Sufficient conditions and analytical estimates of high-speed non-equilibrium in shock-compressed gas mixtures. In: *Bulletin of Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*, 2018, no. 3, pp. 65–76.

DOI: 10.18384-2310-7251-2018-3-65-76