УДК 539.23+539.216.1+537.311.31
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-2-74-82

ЛОКАЛЬНАЯ ПРОВОДИМОСТЬ СУБМИКРОННОГО МЕТАЛЛИЧЕСКОГО СЛОЯ С УЧЁТОМ ПОПРАВКИ К ЗАКОНУ ВИДЕМАНА-ФРАНЦА

Завитаев Э. В.[1], Русаков О. В.[1], Чухлеб Е. П.[2]

[1] *Государственный гуманитарно-технологический университет
142611, Московская обл., г. Орехово-Зуево, ул. Зелёная, д. 22, Российская Федерация*

[2] *Центр дополнительного образования «Малая академия наук Импульс»
142432, Московская обл., г. Черноголовка, Школьный бульвар, д. 1, Российская Федерация*

Аннотация. В статье впервые рассчитана проводимость субмикронного металлического слоя. Учитывается поправка к закону Видемана–Франца при наличии зеркально-диффузного отражения электронов.

Ключевые слова: тонкий слой, закон Видемана-Франца, локальная проводимость.

LOCAL CONDUCTIVITY OF A SUBMICRON METAL LAYER WITH ALLOWANCE FOR A CORRECTION TO THE WIEDEMANN-FRANZ LAW

E. Zavitaev[1], O. Rusakov[1], E. Chukhleb[2]

[1] *State University of Humanities and Technologies
ul. Zelenaya 22, 142611 Orekhovo-Zuyevo, Moscow Region, Russian Federation*

[2] *The Center of Additional Education "Junior Academy of Sciences Impulse"
Shkol'nyi bulv. 1, 142432 Chernogolovka, Moscow Region, Russian Federation*

Abstract. We have calculated for the first time the conductivity of a submicron metal layer. A correction to the Wiedemann–Franz law is taken into account in the presence of specular-diffuse reflection of electrons.

Keywords: thin layer, Wiedemann–Franz law, local conductivity.

Введение

Теоретические исследования электрических и магнитных свойств тонкого слоя из металла были начаты ещё в прошлом веке. По указанной тематике было опубликовано достаточно большое количество работ, ссылки на которые можно найти в современных электронных базах. Например, в работе [1] приведён расчёт проводимости металлического слоя в магнитном поле с учётом зеркально-диффузных граничных условий.

Однако несмотря на то, что с момента публикации указанной выше работы прошло более 60 лет, актуальность данной тематики не становится менее востребованной. В первую очередь это связано с необходимостью подробного изучения влияния поверхностного рассеяния носителей заряда на электромагнитные свойства малых проводящих объектов.

Так, в современных работах [2–4] учитывалось влияние коэффициентов зеркальности поверхности на электропроводность и постоянную Холла субмикронного проводящего слоя, а в работе [5] изучалось магнитное поле такого объекта.

Как известно из научной литературы, поправка к закону Видемана-Франца становится наиболее существенной при низких температурах [6; 7]. Новизна и актуальность данной работы как раз и заключаются в учёте подобного эффекта для субмикронного металлического слоя.

Математическая модель и расчёт

Рассматривается субмикронный металлический слой толщиной b, к которому приложено переменное напряжение частоты ω. Электрическое поле параллельно слою и направлено вдоль координатной оси Z, ось X перпендикулярна слою. Напряжённость поля E подчиняется закону:

$$E = E_0 \exp(-i\omega t), \tag{1}$$

где E_0 – вещественная амплитуда напряжённости электрического поля, i – мнимая единица, t – время протекания процесса.

Работа выполнена без учёта скин-эффекта, так как исследование этого явления нужно проводить отдельно (толщина слоя предполагается малой по сравнению с характерной глубиной скин-слоя).

Исходя из того, что возмущённая функция Ферми-Дирака $f(x,\mathbf{v}) = f_0(\varepsilon) + f_1(x,\mathbf{v})$ для электронов удовлетворяет уравнению Больцмана [7], имеем:

$$\mathrm{v}_x \frac{\partial f_1}{\partial x} + e\,\mathrm{v}_z E \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} - i\omega f_1 = -\frac{f_1}{\tau}, \tag{2}$$

где e – заряд электронов, v_z , v_x – соответствующие проекции вектора их скорости на координатные оси, τ – электронное время релаксации.

Здесь $f_0'(\varepsilon) = -\delta(\varepsilon - \varepsilon_F)$, где δ – дельта-функция Дирака, ε_F – энергия Ферми, $\varepsilon = \dfrac{mv^2}{2}$ – кинетическая энергия электронов, v – модуль вектора скорости электронов $\mathbf{v}$, m – эффективная масса электронов.

Плотность высокочастотного тока j, вызванного приложенным напряжением, рассчитывается по формуле:

$$j = en\langle v\rangle = en\left[\int f_0 d^3\mathbf{v}\right]^{-1} \int f_1 \mathbf{v} d^3\mathbf{v}. \tag{3}$$

В этой формуле n – концентрация электронов проводимости, определяемая с помощью распределения Ферми-Дирака:

$$n = 2\left(\frac{m}{h}\right)^3 \int f_0 d^3\mathbf{v} = 2\left(\frac{m}{h}\right)^3 \frac{4\pi \mathrm{v}_F^3}{3},$$

где h – постоянная Планка, v_F – скорость Ферми.

При записи кинетического уравнения Больцмана в виде (2) содержание закона Видемана-Франца соответствует приближению времени релаксации τ, когда доминируют объёмные и поверхностные столкновения. Такой режим рассеяния электронов реализуется при наличии значительного количества примесей.

При низких температурах, в случае, когда степень чистоты металла достаточно высока, существенными оказываются электрон-электронные столкновения.

Для учёта электрон-электронных столкновений запишем кинетическое уравнение (2) в следующем виде [8]:

$$-i\omega f_1 + v_x \frac{\partial f_1}{\partial x} + e v_z E \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\frac{1}{\tau}\left(f_1 - \frac{3 g_0 m}{4\pi v_F^3} v_z \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \int v_z f_1 d^3\mathbf{v} \right), \qquad (4)$$

где g_0 – параметр $(0 \le g_0 \le 1)$, отвечающий за «проявление» закона Видемана-Франца [7]. Заметим, что при $g_0 = 0$ данный закон выполняется точно.

Подставим в уравнение (4) функцию

$$f\,(x,\mathbf{v}) = g(x,\mathbf{v})\,\delta(\varepsilon - \varepsilon\ \ )\exp\left(-i\,\omega\,t\right),$$

и получим новое уравнение

$$\nu g + v_x \frac{\partial g}{\partial x} - e v_z E_0 = -\frac{3 g_0 m}{4\pi v_F^3 \tau} v_z \int v_z\, g\, \delta(\varepsilon - \varepsilon_F)\, d^3\mathbf{v}, \qquad (5)$$

где $\nu = 1/\tau - i\omega$.

Решение уравнения (5) проведём с помощью моментного метода [7]:

$$g = a_1(x) v_z + a_2(x) v_z\, sign(v_x). \qquad (6)$$

С учётом (6) уравнение (5) может быть записано в виде:

$$\nu(a_1 v_z + a_2 v_z \mathrm{sign}(v_x)) + v_x v_z \frac{\partial a_1}{\partial x} + v_x v_z \mathrm{sign}(v_x) \frac{\partial a_2}{\partial x} - e v_z E_0 =$$

$$= -\frac{3 g_0 m}{4\pi v_F^3 \tau} v_z \int v_z\,(a_1 v_z + a_2 v_z\, sign(v_x))\,\delta(\varepsilon - \varepsilon_F)\, d^3\mathbf{v}. \qquad (7)$$

Для вычисления интеграла, стоящего в правой части уравнения (7), удобно перейти к цилиндрической системе координат $(v_\perp, \varphi, v_z)$ в пространстве скоростей.

Учитывая свойства дельта-функции Дирака и связи

$$v_x = v_\perp \cos\varphi, \qquad v_\perp^2 + v_z^2 = v_F^2,$$

имеем:

$$\left(\nu + \frac{g_0}{\tau}\right) a_1 \mathbf{v}_z + \nu a_2 \mathbf{v}_z\, sign(\mathbf{v}_x) + \mathbf{v}_x \mathbf{v}_z \frac{\partial a_1}{\partial x} + \mathbf{v}_x \mathbf{v}_z\, sign(\mathbf{v}_x) \frac{\partial a_2}{\partial x} - e E_0 \mathbf{v}_z = 0. \qquad (8)$$

Умножим выражение (8) на проекцию скорости электронов v_z и проинтегрируем по всему пространству скоростей:

$$\left(\nu+\frac{g_0}{\tau}\right)a_1\int v_z^2 d^3\mathbf{v}+\nu a_2\int v_z^2 sign(v_x)d^3\mathbf{v}+\frac{\partial a_1}{\partial x}\int v_x v_z^2 d^3\mathbf{v}+$$

$$+\frac{\partial a_2}{\partial x}\int v_x\, v_z^2\, \mathrm{sign}(v_x)d^3\mathbf{v}-e\,E_0\int v_z^2\, d^3\mathbf{v}=0.$$

В результате приходим к уравнению:

$$\frac{4}{5}\left(\nu+\frac{g_0}{\tau}\right)a_1+\frac{\mathbf{v}_F}{4}\frac{\partial a_2}{\partial x}=\frac{4}{5}eE_0. \tag{9}$$

Теперь умножим выражение (8) на $v_z \mathrm{sign}(v_x)$ и снова проинтегрируем по пространству скоростей:

$$\left(\nu+\frac{g_0}{\tau}\right)a_1\int v_z^2 sign(v_x)d^3\mathbf{v}+\nu a_2\int v_z^2 sign^2(v_x)d^3\mathbf{v}+\frac{\partial a_1}{\partial x}\int v_x v_z^2 sign(v_x)d^3\mathbf{v}+$$

$$+\frac{\partial a_2}{\partial x}\int v_x\, v_z^2\, \mathrm{sign}^2(v_x)d^3\mathbf{v}-e\,E_0\int v_z^2\, \mathrm{sign}(v_x)d^3\mathbf{v}=0.$$

Таким образом, приходим ещё к одному уравнению:

$$\frac{4}{5}\nu a_2+\frac{v_F}{4}\frac{\partial a_1}{\partial x}=0. \tag{10}$$

Объединяя в систему выражения (9) и (10), получим:

$$\begin{cases}\dfrac{4}{5}\left(\nu+\dfrac{g_0}{\tau}\right)a_1+\dfrac{\mathbf{v}_F}{4}\dfrac{\partial a_2}{\partial x}=\dfrac{4}{5}eE_0\\ a_2=-\dfrac{5\mathbf{v}_F}{16\nu}\dfrac{\partial a_1}{\partial x}.\end{cases}$$

Отсюда следует, что

$$\frac{\partial^2 a_1}{\partial x^2}-\frac{16^2\nu^2}{5^2 v_F^2}\left(1+\frac{g_0}{\nu\tau}\right)a_1=-\frac{16^2\nu^2}{5^2 v_F^2}\frac{e\,E_0}{\nu}$$

или

$$\frac{\partial^2 a_1}{\partial x^2}-\lambda^2 a_1=-\lambda^2\frac{e\,E_0}{\nu\beta^2}, \tag{11}$$

где

$$\beta=\sqrt{1+\frac{g_0}{\nu\tau}}=\left|\nu\tau=1-i\omega\tau=1-i\Omega\frac{v_F\,\tau}{b}=1-i\frac{\Omega}{\Delta}=\frac{\Psi}{\Delta}\right|=\sqrt{1+\frac{\Delta}{\Psi}g_0},\ \ \lambda=\frac{16\nu\beta}{5v_F},$$

$\Psi = \Delta - i\Omega$ – безразмерная комплексная частота рассеяния электронов.

Моментный коэффициент $a_1(x)$ найдём, решая неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка (11):

$$a_1(x) = A_0 + C_1 \exp(\lambda x) + C_2 \exp(-\lambda x), \qquad (12)$$

где $A_0 = \dfrac{eE_0}{\nu\beta^2}$; C_1, C_2 – константы интегрирования.

Тогда из (10) следует, что

$$a_2(x) = -\frac{5\mathrm{v}_F}{16\nu}\frac{\partial}{\partial x}\big(A_0 + C_1 \exp(\lambda x) + C_2 \exp(-\lambda x)\big) =$$

$$= -\frac{\beta}{\lambda}\big(\lambda C_1 \exp(\lambda x) - \lambda C_2 \exp(-\lambda x)\big) = \beta C_2 \exp(-\lambda x) - \beta C_1 \exp(\lambda x). \qquad (13)$$

Подставив (12) и (13) в (6), найдём общий вид решения уравнения (5):

$$g = (A_0 + C_1 \exp(\lambda x) + C_2 \exp(-\lambda x))\mathrm{v}_z +$$

$$+(\beta C_2 \exp(-\lambda x) - \beta C_1 \exp(\lambda x))\mathrm{v}_z \mathrm{sign}(\mathrm{v}_x). \qquad (14)$$

Применим граничные условия на верхней и нижней границах слоя для нахождения коэффициентов C_1 и C_2:

$$\begin{cases} g(v_x, x) = q_1 g(-v_x, x),\ v_x < 0 \\ g(v_x, x) = q_2 g(-v_x, x),\ v_x > 0, \end{cases}$$

где q_1 и q_2 – коэффициенты зеркальности его поверхностей.

С учётом (14), система граничных условий может быть представлена как:

$$\begin{cases} A_0 + C_1 \exp(\lambda b) + C_2 \exp(-\lambda b) + \beta C_1 \exp(\lambda b) - \beta C_2 \exp(-\lambda b) = \\ = q_1\left[A_0 + C_1 \exp(\lambda b) + C_2 \exp(-\lambda b) + \beta C_2 \exp(-\lambda b) - \beta C_1 \exp(\lambda b)\right] \\ A_0 + C_1 + C_2 + \beta C_2 - \beta C_1 = q_2\left[A_0 + C_1 + C_2 + \beta C_1 - \beta C_2\right] \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} A_0(1-q_1) + \exp(\lambda b)(1+\beta - q_1 + \beta q_1)C_1 = \exp(-\lambda b)(\beta q_1 + q_1 + \beta - 1)C_2 \\ C_2 = \dfrac{A_0(1-q_2) + (1-\beta - q_2 - \beta q_2)C_1}{q_2 - \beta q_2 - \beta - 1}. \end{cases}$$

Откуда

$$\begin{cases} C_1 = A_0 \dfrac{(1-q_1)(q_2 - \beta q_2 - \beta - 1) - \exp(-\lambda b)(1-q_2)(\beta q_1 + q_1 + \beta - 1)}{\exp(-\lambda b)(\beta q_1 + q_1 + \beta - 1)(1-\beta - q_2 - \beta q_2) - \exp(\lambda b)(1+\beta - q_1 + \beta q_1)(q_2 - \beta q_2 - \beta - 1)} \\ C_2 = A_0 \dfrac{(1-q_1)(1-\beta - q_2 - \beta q_2) - \exp(\lambda b)(1-q_2)(1+\beta - q_1 + \beta q_1)}{\exp(-\lambda b)(\beta q_1 + q_1 + \beta - 1)(1-\beta - q_2 - \beta q_2) - \exp(\lambda b)(1+\beta - q_1 + \beta q_1)(q_2 - \beta q_2 - \beta - 1)} \end{cases}$$

Введём новые обозначения:

$$D_1 = \frac{C_1}{A_0}, \quad D_2 = \frac{C_2}{A_0},$$

и запишем выражение (14) в следующем виде:

$$g = A_0[(1 + D_1 \exp(\lambda x) + D_2 \exp(-\lambda x))\mathrm{v}_z +$$

$$+ (\beta D_2 \exp(-\lambda x) - \beta D_1 \exp(\lambda x))\mathrm{v}_z \operatorname{sign}(\mathrm{v}_x)]. \tag{15}$$

Конкретизировав с помощью (15) вид функции $f_1(x,\mathbf{v})$, найдём проекцию плотности тока $\boldsymbol{j}$ внутри слоя на координатную ось Z. Применяя формулу (3), имеем:

$$j_z = \frac{ne}{m}\exp(-i\omega t)\, a_1(x).$$

Выражение для локальной электрической проводимости слоя σ получим как следствие закона Ома в дифференциальной форме:

$$\sigma = \frac{ne\, a_1(x)}{m E_0}.$$

Учитывая выражение (15), имеем

$$\sigma = \frac{ne A_0}{m E_0}\big(1 + D_1 \exp(\lambda x) + D_2 \exp(-\lambda x)\big) =$$

$$= \frac{ne^2}{m\nu\beta^2}\big(1 + D_1 \exp(\lambda x) + D_2 \exp(-\lambda x)\big) =$$

$$= \frac{ne^2\tau}{m\beta^2}\frac{\Delta}{\Psi}\big(1 + D_1 \exp(\lambda x) + D_2 \exp(-\lambda x)\big)$$

или

$$\sigma = \sigma_0 \frac{\Delta}{\beta^2\Psi}\big(1 + D_1 \exp(\lambda x) + D_2 \exp(-\lambda x)\big), \tag{16}$$

где

$$\lambda = \frac{16\nu\beta}{5\mathrm{v}_F} = \frac{16\nu\tau\beta}{5\mathrm{v}_F\,\tau} = \frac{16\beta}{5b}\Psi.$$

Введя безразмерную ширину слоя $\xi = x/b$, запишем выражение (16) для локальной проводимости в безразмерной форме:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{\Delta}{\beta^2\Psi}\left(1 + D_1 \exp\!\left(\frac{16\Psi\beta}{5}\xi\right) + D_2 \exp\!\left(-\frac{16\Psi\beta}{5}\xi\right)\right). \tag{17}$$

Обсуждение результатов

В таблице 1 представлены результаты численного расчёта относительной погрешности модуля безразмерной удельной электрической проводимости тонкого металлического слоя (17) в зависимости от числового параметра g_0, который характеризует степень отклонения от закона Видемана-Франца ($\xi = 0{,}5$; $\Omega = 1$; $q_1 = q_2 = 0{,}5$). При этом безразмерная обратная длина свободного пробега электронов в слое Δ принимает различные значения ($\Delta_1 = 1$; $\Delta_2 = 2$; $\Delta_3 = 3$).

Анализ содержания столбцов таблицы позволяет сделать вывод о том, что по мере роста Δ, то есть отношения толщины слоя b к средней длине свободного пробега электронов Λ, наблюдается тенденция заметного увеличения относительной погрешности расчёта модуля проводимости, выполненного с применением закона Видемана-Франца, по отношению к аналогичному расчёту, выполненному кинетическим методом. Отмеченная закономерность объясняется всё более существенным вкладом в проводимость электрон-электронных столкновений, которые позволяет учесть кинетический метод расчёта, в связи с увеличением объёма металла.

Поскольку увеличение толщины слоя приводит к сильному отклонению от указанного закона и может достигать почти 100 %, возникает необходимость применения рассмотренной теории к непосредственному расчёту электрической проводимости тонких слоёв из достаточно чистых металлов при низких температурах в практических и технических приложениях, например, при промышленном изготовлении интегральных микросхем.

Таблица 1. Относительная погрешность модуля безразмерной удельной электрической проводимости тонкого металлического слоя с учётом отклонения от закона Видемана-Франца

g_0	$\Delta_1 = 1$	$\Delta_2 = 2$	$\Delta_3 = 3$
0	0 %	0 %	0 %
0,1	6,8 %	8,9 %	9,5 %
0,2	13,7 %	17,8 %	19 %
0,3	20,6 %	26,7 %	28,5 %
0,4	27,5 %	35,7 %	38 %
0,5	34,4 %	44,6 %	47,6 %
0,6	41,4 %	53,6 %	57,1 %
0,7	48,4 %	62,6 %	66,6 %
0,8	55,3 %	71,6 %	76,1 %
0,9	62,4 %	80,6 %	85,7 %
1,0	69,4 %	89,5 %	95,2 %

Статья поступила в редакцию 01.04.2019 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sondheimer E. H. The influence of a transverse magnetic field on the conductivity of thin metallic films // Physical Review. 1950. Vol. 80. Iss. 3. P. 401–406.

2. Савенко О. В. Расчет высокочастотной электропроводности и постоянной Холла для тонкой металлической пленки // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2016. № 4. С. 43–55.
3. Расчёт высокочастотной электропроводности тонкого полупроводникового слоя в случае различных коэффициентов зеркальности его поверхностей / Кузнецова И. А., Романов Д. Н., Савенко О. В., Юшканов А. А. // Микроэлектроника. 2017. Т. 46. № 4. С. 275–283.
4. Кузнецова И. А., Савенко О. В., Юшканов А. А. Влияние граничных условий на электрические и гальваномагнитные свойства тонкой металлической пленки // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2017. № 11. С. 52–60.
5. Завитаев Э. В., Русаков О. В., Чухлеб Е. П. Магнитное поле тонкого металлического слоя // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2018. № 1. С. 63–72.
6. Моисеев И. О., Юшканов А. А., Яламов Ю. И. Использование двухпараметрического кинетического уравнения для вычисления электромагнитного поглощения мелкой металлической частицей // Оптика и спектроскопия. 2006. Т. 101. № 5. С. 846–850.
7. Завитаев Э. В., Русаков О. В., Юшканов А. А. К вопросу об отклонении от закона Видемана-Франца в тонкой цилиндрической проволоке из металла // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2012. № 2. С. 122–131.
8. De Gennaro S., Rettori A. The low-temperature electrical resistivity of potassium size effects and the role of normal electron-electron scattering // Journal of Physics F: Metal Physics. 1984. Vol. 14. No. 12. P. 237–242.

REFERENCES

1. Sondheimer E. H. The influence of a transverse magnetic field on the conductivity of thin metallic films. In: *Physical Review*, 1950, vol. 80, iss. 3, pp. 401–406.
2. Savenko O. V. [Calculation of high-frequency conductivity and Hall constant of a thin metal film]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-Matematika* [Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2016, no. 4, pp. 43–55.
3. Kuznetsova I. A., Romanov D. N., Savenko O. V., Yushkanov A. A. [Calculating the high-frequency electrical conductivity of a thin semiconductor film for different specular reflection coefficients of its surface]. In: *Mikroelektronika* [Russian Microelectronics], 2017, vol. 46, no. 4, pp. 275–283.
4. Kuznetsova I. A., Savenko O. V., Yushkanov A. A. [Influence of boundary conditions on the electric and galvanomagnetic properties of a thin metal film]. In: *Poverkhnost'. Rentgenovskie, sinkhrotronnye i neitronnye issledovaniya* [Journal of Surface Investigation. X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques], 2017, no. 11, pp. 52–60.
5. Zavitaev E. V., Rusakov O. V., Chukhleb E. P. [Magnetic field of a thin metal layer]. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-Matematika* [Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2018, no. 1, pp. 63–72.
6. Moiseev I. O., Yushkanov A. A., Yalamov Yu. I. [Calculation of the electromagnetic absorption by a small metal particle with a two-parameter kinetic equation]. In: *Optika i spektroskopiya* [Optics and Spectroscopy], 2006, vol. 101, no 5, pp. 846–850.
7. Zavitaev E. V., Rusakov O. V., Yushkanov A. A. [To the problem of deviation from the Wiedemann–Franz law in a thin cylindrical metal wire]. In: *Vestnik Moskovskogo*

gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-Matematika [Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics], 2012, no. 2, pp. 122–131.
8. De Gennaro S., Rettori A. The low-temperature electrical resistivity of potassium size effects and the role of normal electron-electron scattering. In: *Journal of Physics F: Metal Physics*,1984, vol. 14, iss. 12, pp. 237–242.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Завитаев Эдуард Валерьевич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры математики и физики Государственного гуманитарно-технологического университета;
e-mail: eduardzavitaev@yandex.ru;

Русаков Олег Владимирович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и физики Государственного гуманитарно-технологического университета;
e-mail: olegrusmail@mail.ru;

Чухлеб Екатерина Петровна – педагог дополнительного образования Центра дополнительного образования «Малая академия наук Импульс»;
e-mail: e.chuhleb@mail.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Eduard V. Zavitaev – Doctor in physical and mathematical sciences, professor at the Department of Mathematics and Physics, State University of Humanities and Technologies;
e-mail: eduardzavitaev@yandex.ru;

Oleg V. Rusakov – PhD in physical and mathematical sciences, associate professor at the Department of Mathematics and Physics, State University of Humanities and Technologies;
e-mail: olegrusmail@mail.ru;

Ekaterina P. Chukhleb – teacher of the additional education at the Center of Additional Education “Junior Academy of Sciences Impulse”;
e-mail: e.chuhleb@mail.ru.

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Завитаев Э. В., Русаков О. В., Чухлеб Е. П. Локальная проводимость субмикронного металлического слоя с учётом поправки к закону Видемана–Франца // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2019. № 2. С. 74–82.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-2-74-82

FOR CITATION

Zavitaev E. V, Rusakov O. V., Chukhleb E. P. Local conductivity of a submicron metal layer with allowance for a correction to the Wiedemann–Franz law. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*. 2019. no. 2. pp. 74–82.
DOI: 10.18384/2310-7251-2019-2-74-82