УДК 37.013.75
DOI: 10.18384/2310-7219-2020-3-86-94

ПРИМЕНЕНИЕ АКСИОМАТИЧЕСКОГО МЕТОДА ДЛЯ ВВЕДЕНИЯ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ ПРИ ОБУЧЕНИИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Попов Н. И., Шустова Е. Н.
Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина
167001, Республика Коми, г. Сыктывкар, Октябрьский пр., д. 55, Российская Федерация

Аннотация
Цель. Анализ проблемы реализации аксиоматического метода построения теории элементарных функций при обучении студентов педагогических направлений подготовки в вузах.
Процедура и методы. В процессе исследования обобщены результаты ученых по рассматриваемой теме, описана методика использования аксиоматического подхода для введения экспоненциальной функции при подготовке будущих учителей математики.
Результаты. Анализ трудов отечественных и зарубежных исследований, опыт педагогической деятельности, результаты анкетирования и опроса обучаемых позволяют сделать вывод об эффективности предложенной методики для повышения уровня предметных и методических знаний, профессионально важных качеств будущего педагога.
Теоретическая и/или практическая значимость. Обоснованы применение аксиоматического подхода при обучении студентов педагогических направлений подготовки в вузе, внедрение в учебный процесс предложенного метода и исследована его эффективность для формирования методической компетентности будущих учителей математики.

Ключевые слова: обучение будущих учителей математики, методическая компетентность, аксиоматический метод, изучение элементарных функций, экспоненциальная функция

APPLICATION OF THE AXIOMATIC METHOD FOR INTRODUCING THE EXPONENTIAL FUNCTION IN TRAINING FUTURE TEACHERS OF MATHEMATICS

N. Popov, E. Shustova
Pitirim Sorokin Syktyvkar State University
55 Oktyabrskiy prosp., Syktyvkar 167001, Respublika Komi, Russian Federation

Abstract
Aim. To analyze the problem of implementing the axiomatic method of constructing the theory of elementary functions in teaching students of pedagogical directions of university preparation.
Methodology. In the course of the study the results of scientists on the subject of the work are generalized, the methodology for using the axiomatic method of introducing an exponential function in training future teachers of mathematics is described.
Results. The analysis of the works of domestic and foreign scientists, the experience of pedagogical activity, the results of questioning and interviewing trainees allow us to conclude that the proposed methodology is effective in raising the level of subject and methodological knowledge and professionally important qualities of a future teacher.

Research implications. The use of the axiomatic approach in teaching students of pedagogical directions of university preparation is substantiated; the introduction of the proposed method into educational process is described; its efficiency for formation of methodical competence of the future teachers of mathematics is studied.

Keywords: training of future teachers of mathematics, methodological competence, axiomatic method, study of elementary functions, exponential function

Введение

Изменения, происходящие в настоящее время в системе высшего педагогического образования Российской Федерации, касаются не только содержания и методов обучения, но также целевого компонента образовательного процесса. Оценка результатов обучения, согласно новым образовательным стандартам, ориентирована на анализ уровня сформированности компетенций выпускников вуза [10].

Основой педагогической компетентности, по мнению многих исследователей (Н. В. Кузьмина, Т. В. Сясина, Т. А. Загривная [4] и др.), является методическая компетентность, под которой будем понимать интегративную характеристику педагога, определяющую его готовность и способность к осуществлению методической деятельности в учебном процессе. Она должна отражать системный уровень методологических и методических знаний, умений, навыков, опыта действий, мотивации, способностей и готовности к творческой самореализации в педагогической деятельности [4; 8]. Основными структурными составляющими методической компетентности будущего учителя являются методические знания и умения, а также личностные качества педагога [13]. Значимой составляющей знаниевого компонента мы считаем готовность учителя к использованию в профессиональной деятельности важных методов научного познания, таких как методы математической индукции и обобщения, аксиоматический метод.

Формирование методической компетентности как составляющей профессиональной компетентности педагога проходит поэтапно, через последовательное достижение следующих уровней её развития.

1. Интуитивный. Знания в предметной области и по методике преподавания дисциплин формируются на основе наблюдений.
2. Теоретический. Отмечается наличие методических знаний, полученных в процессе изучения педагогики, психологии, различных методических дисциплин; отсутствует опыт их применения.
3. Квазипрофессиональный (практико-имитирующий). Формируется во время педагогических практик и на начальных этапах профессиональной деятельности, характеризуется подражанием коллегам.
4. Профессиональный координируемый. Характеризуется возможностью самостоятельной работы при поддержке других учителей и методических работников.
5. Профессиональный. Предполагает овладение основными видами деятельности, обеспечивающими решение профессиональных задач учителя, характеризуется готовностью к выполнению профессиональной деятельности.
6. Научно-методический. Характеризуется разработкой авторских методик, учебно-методических пособий, высокой научно-публикационной активностью.

Студенты педагогических направлений подготовки вуза в процессе обучения достигают четвёртого и даже пятого уровня, однако важной задачей образовательного процесса является также и формирование потребности дальнейшего саморазвития, совершенствования методической компетентности будущего учителя математики. Для достижения указанной цели в учебном процессе вуза необходимо использовать разнообразные методики изучения разделов предметной области. Одним из значимых подходов является аксиоматический метод изложения математических теорий, позволяющий систематизировать знания обучаемых, раскрыть специфику разделов науки. Кроме того, он служит эвристическим средством познания новых закономерностей развития математического знания, позволяет расширить методы обучения, которые будущие учителя смогут применять в своей дальнейшей профессиональной деятельности.

Аксиоматический подход к введению экспоненциальной функции

В качестве одного из направлений построения математических теорий рассматривается формализация, выражающая содержание совокупности знаний с помощью некоторого искусственного языка. При этом в качестве способа формализации может быть использована аксиоматизация [6]. При таком подходе к изложению раздела математики ряд положений принимается без доказательства, а все остальные знания выводятся из этих утверждений по заранее фиксированным логическим правилам или законам [12; 16]. Предполагается, что исходная система положений должна удовлетворять требованиям непротиворечивости, независимости и полноты [14].

Аксиоматический метод в школьном курсе математики в основном представлен при изучении геометрии (см., напр., [7]). Некоторые педагоги-исследователи (Р. М. Рафикова, А. С. Рванова [11]) предлагают изучать аксиоматическое построение раздела алгебры «Числовые системы» на факультативных и элективных курсах в профильных классах. Тем не менее достаточно редко можно встретить в школе использование аксиоматического метода построения теории элементарных функций. Такая ситуация объясняется сложностью как самих аксиоматик, используемых для определения некоторых классов функций, так и средств вывода их свойств на основе исходных положений. Вышесказанное влияет и на применение аксиоматического метода в обучении студентов педагогических направлений подготовки в вузах. Будущие учителя изучают системы аксиом в геометрии (евклидовой и неевклидовых, например, в геометрии Н. И. Лобачевского), в теории чисел (аксиомы Пеано), теории вероятностей [17], математической логике (построение теории аристотелевых силлогизмов [5]), математическом анализе (построение канторовской теории множеств, введение элементарных функций).

При обучении педагогов-математиков В. А. Любецкий[1] предлагает определять базовые элементарные функции как непрерывный гомоморфизм f из группы X в группу Y, обладающий набором некоторых свойств. Такая аксиоматика обладает важным достоинством – единообразием, однако естественным образом возникает вопрос о её применимости в школе, так как она требует знаний из теории групп, а также из теории чисел. Л. М. Лихтарников[2] вводит элементарные функции как решения функциональных уравнений, удовлетворяющих определённым условиям, что подразумевает владение обучающимися специальными методами исследования такого рода уравнений. В. И. Гаврилов[3] определяет экспоненциальную функцию посредством функциональной последовательности $a_n(x) = (1 + \frac{x}{n})^n$, $n \in \mathrm{N}$, $x \in \mathrm{R}$. Авторы статьи предлагают использовать аксиоматический метод, описанный в работах [1; 2; 3; 15] и на протяжении многих лет реализуемый в Сыктывкарском государ-

1 Любецкий В. А. Основные понятия школьной математики: учеб. пособие для студентов пед. ин-тов. М., 1987. 400 с.

2 Лихтарников Л. М. Элементарное введение в функциональные уравнения: книга для начинающих изучать функциональные уравнения и преподавателей. СПб., 1997. 158 с.

3 Гаврилов В. И. Математический анализ. Курс лекций. Ч. 2. Школа имени А. Н. Колмогорова. М., 1999. 80 с.

ственном университете имени Питирима Сорокина (СГУ) при обучении студентов педагогического направления подготовки (по профилю «Математика»).

В качестве основы изложения теории нетригонометрических элементарных функций (показательных, логарифмических, степенных) рассматривается функция $P(x) = \exp x$, определяемая системой аксиом:

$$\begin{cases} P(x)\cdot P(y) = P(x+y), \forall x, y \in \mathrm{R}, & (1) \\ P(x) \geq 1 + x, \forall x \in \mathrm{R}. & (2) \end{cases}$$

Предполагается, что решение приведённой системы существует, и в дальнейшем в статье указываются его свойства. Для упрощения изложения обозначим решение $P(x) = e^x$ и будем называть его натуральной показательной функцией или экспоненциальной функцией [15]. Опираясь на аксиомы (1) и (2), нетрудно получить основные свойства $P(x)$ [2]. Приведём их ниже, продемонстрировав доказательства только двух свойств[1].

Свойство 1. $P(0) = 1$. *Свойство 2.* $D(P) = \mathrm{R}$. *Свойство 3.* $P(x) > 0, \forall x \in \mathrm{R}$. *Свойство 4.* $P(-x) = \frac{1}{P(x)}, \forall x \in \mathrm{R}$.

Свойство 5. $P(x)$ непрерывна на R.

Доказательство. 1. Покажем непрерывность $P(x)$ при $x = 0$. Пусть $x < 1$, тогда $P(-x) \geq 1 - x > 0 \Rightarrow \frac{1}{P(-x)} \leq \frac{1}{1-x} \Leftrightarrow P(x) \leq \frac{1}{1-x}$. Из (2) следует $P(x) \geq 1 + x$, поэтому $\frac{1}{1-x} \geq P(x) \geq 1 + x$. По теореме о сжатой функции при $x \to 0$ получаем, что $\lim\limits_{x\to 0} P(x) = 1 = P(0)$, то есть $P(x)$ непрерывна в нуле.

2. Рассмотрим теперь произвольное значение $x_0 \in \mathrm{R}$, имеем $\lim\limits_{x\to x_0} P(x) = \lim\limits_{x\to x_0} P(x_0 + x - x_0) = \lim\limits_{x\to x_0} P(x_0)\cdot P(x - x_0) = P(x_0)\cdot 1 = P(x_0)$, что и требовалось доказать.

Свойство 6. $\lim\limits_{\Delta x\to 0} \frac{P(\Delta x) - 1}{\Delta x} = 1$. *Свойство 7.* $P'(x) = P(x)$. *Свойство 8.* $P(x)$ строго возрастает на R. *Свойство 9.* $P(x)$ вогнута (выпукла вниз) на R. *Свойство 10.* $\lim\limits_{x\to +\infty} P(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to -\infty} P(x) = 0$.

Свойство 11. $E(P) = (0; +\infty)$.

Доказательство. Рассмотрим функцию $P(x)$ на промежутке $[x_1; x_2]$, где $x_1; x_2 \in \mathrm{R}$. Так как указанная функция строго монотонна (свойство 8) и определена для всех x из данного промежутка, то она достигает минимума и максимума на концах отрезка – в точках x_1 и x_2. Поскольку функция непрерывна на R (свойство 5), то по теореме Больцано-Коши о промежуточном значении она принимает все значения из отрезка $[P(x_1); P(x_2)]$. Переходя к пределам при $x_1 \to -\infty$ и $x_2 \to +\infty$, согласно свойству 10 получаем, что множеством значений $P(x)$ является интервал $(0; +\infty)$.

Нетрудно проверить, что сумма сходящегося на R степенного ряда $1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ удовлетворяет аксиомам (1) и (2), данный факт подробно описан в работе [2]; тем самым обосновывается существование функции $P(x)$. Используя вышеуказанное разложение в степенной ряд, можно оценить несколько значений функции $P(x)$ и затем, опираясь на её непрерывность и строгое возрастание, построить приблизительный график (рис. 1). В частности,

[1] Попов Н. И., Шустова Е. Н. Элементарные функции в школьном курсе математики: учебное пособие. Сыктывкар, 2020. 121 с.

$$e = P(1) = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \cdots \approx 2{,}71;$$

$$e^{0,5} = P(0{,}5) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{48} + \cdots \approx 1{,}65;$$

$$e^{-0,5} = P(-0{,}5) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{8} - \frac{1}{48} + \cdots \approx 0{,}6;$$

$$e^{1,5} = P(1{,}5) = 1 + 1{,}5 + \frac{9}{8} + \frac{9}{16} + \frac{27}{128} + \frac{81}{1280} + \ldots \approx 4{,}46.$$

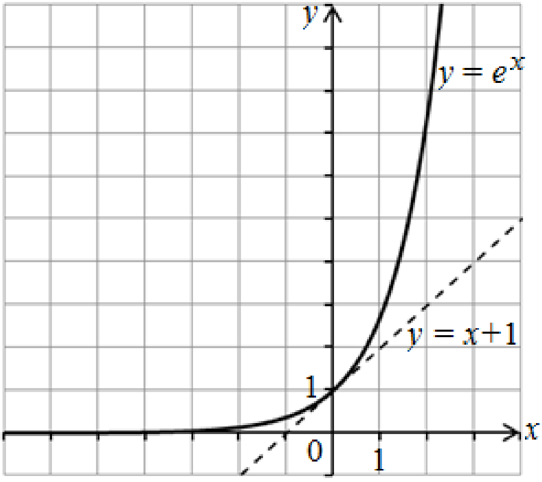

Рис. 1. / *Fig. 1.* График экспоненциальной функции / Graph of the exponential function

Используя приведённые ранее свойства, полезно найти касательную к графику рассматриваемой функции в точке (0; 1). Поскольку $P'(0) = P(0) = 1$, то уравнение касательной имеет вид $y = x + 1$. Следует отметить, что график функции $y = e^x$ пересекает ось ординат под углом 45°.

С помощью предложенного метода изучения экспоненты нетрудно ввести обратную к ней натуральную логарифмическую функцию $y = \ln x$, $x > 0$, исследовать её основные свойства и построить график. Следует заметить, что для натуральной логарифмической функции уравнение касательной в точке (1; 0) имеет вид $y = x - 1$, а график пересекает ось абсцисс под углом 45°.

Используя указанные взаимно обратные функции, несложно получить второй замечательный предел. Поскольку $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{P(\Delta x) - 1}{\Delta x} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$, то $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x}{e^x - 1} = 1$. Следовательно, $\lim\limits_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = \lim\limits_{n \to \infty} e^{\ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n} = \lim\limits_{n \to \infty} e^{n \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)}$. Применяя замены $y = \frac{1}{n}$, $y \to 0$ при $n \to \infty$ и $z = \ln(1 + y)$, $z \to 0$ при $y \to 0$, из правой части последнего равенства получим $\lim\limits_{y \to 0} e^{\frac{\ln(1+y)}{y}} = \lim\limits_{z \to 0} e^{\frac{z}{e^z - 1}} = e^1 = e$. Таким образом, $\lim\limits_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$. С помощью последнего предела легко получить, что $e^x = \lim\limits_{n \to \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$, поэтому можно сделать вывод о единственности функции $P(x)$. Таким образом, система аксиом (1) и (2) определяет функцию на R и притом единственную.

Основываясь на введённой функции $P(x)$ (с помощью композиции функций), сформулируем следующее определение общей степенной функции: $y = x^a = e^{a \ln x}$, $x > 0$. Изучение её свойств можно проводить с помощью сравнения с известными степенными функциями (с натуральными, целыми отрицательными показателями, радикалами) [1]. Легко доказать некоторые свойства степеней, например, формулу $(x^{\alpha})^{\beta} = e^{\beta \ln x^{\alpha}} = e^{\beta\alpha \ln x} = x^{\beta\alpha} = x^{\alpha\beta}$.

Показательную функцию с произвольным положительным основанием, отличным от 1 (отбрасывается как тривиальное), можно определить как $y = a^x = e^{x \ln a}$, $a > 0$, $a \neq 1$, а логарифмическую функцию с произвольным основанием рассмотреть как обратную к показательной функции. Отметим, что аналогично с помощью системы аксиом, определяющей две функции $C(x)$ и $S(x)$, можно ввести и изучить тригонометрические и обратные тригонометрические функции [3].

Обучение студентов педагогических направлений подготовки вуза применению аксиоматического метода введения элементарных функций в профильной школе

Предложенную методику целесообразно использовать не только в вузе, но и в образовательном процессе учащихся старших классов профильной школы, физико-математических лицеев и гимназий. Реализация аксиоматического подхода при изучении экспоненциальной функции может быть осуществлена как на уроках алгебры и математического анализа, так и на занятиях элективных курсов. В работах педагогов [1; 9] отражено, что учащиеся профильных классов, как правило, проявляют интерес к новым формам изложения математических теорий и показывают при этом более высокий уровень освоения программы. Тематика использования аксиоматических методов в математике может быть реализована в проектной деятельности школьников, позволяющей повысить познавательный интерес учащихся к предмету и сформировать исследовательские навыки.

Как было отмечено ранее, указанная методика аксиоматического введения элементарных функций применяется нами в профессиональной подготовке будущих учителей математики в СГУ [9]. Одним из авторов статьи на практических занятиях со студентами проводятся имитационные уроки, связанные с детальной разработкой и изложением учебного материала с использованием аксиоматического подхода. Кроме того, при прохождении педагогической практики будущими учителями математики в Физико-математическом лицее-интернате и в профильных классах школ г. Сыктывкара методика аксиоматического введения элементарных функций успешно применялась и показала свою эффективность. Тем самым, опыт внедрения в учебный процесс вуза рассматриваемого метода подтверждает его значимость для формирования методической компетентности будущих педагогов.

После изучения предложенного методического подхода в процессе освоения дисциплины «Элементарные функции в школьном курсе математики» в 2018–2019 учебном году был проведён опрос студентов академической группы 1415 с помощью анкеты самооценки результатов обучения, в которой предлагалось оценить по пятибалльной шкале следующие положения.

1. Какова, по Вашему мнению, была степень научности изложения материала при введении элементарных функций с помощью аксиоматического подхода?
2. Насколько сложным для усвоения был аксиоматический метод введения элементарных функций?
3. Считаете ли Вы полезным изучение аксиоматических методов построения математических теорий для будущей профессиональной деятельности?
4. Как Вы оцениваете (в качестве будущего педагога) возможность реализации аксиоматического подхода для введения элементарных функций при обучении школьников в профильных классах?
5. Оцените степень своего интереса к дальнейшему изучению использования

аксиоматического метода построения математических теорий.

Результаты анкетирования проиллюстрированы на рисунке 2 и позволяют сделать вывод, что студенты высоко оценивают степень научности изложения материала и полезность аксиоматических методов построения математических теорий и, несмотря на сложность усвоения данного подхода, проявляют интерес к дальнейшему изучению его применения.

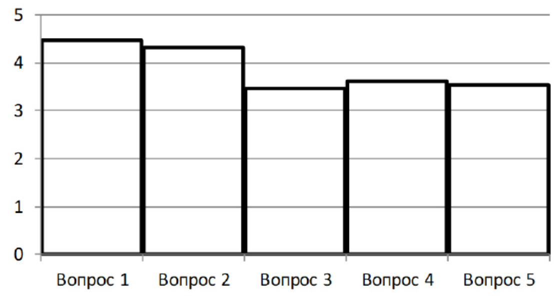

Рис. 2. / Fig. 2. Результаты анкетирования студентов педагогического направления подготовки СГУ (профиль «Математика») в 2018–2019 учебном году / Results of the survey of students of the pedagogical direction of training of SSU (profile "Mathematics") in the 2018–2019 academic year

Заключение

При построении и структурировании системы научных знаний одним из наиболее распространённых является аксиоматический подход. На наш взгляд, использование аксиоматического метода построения теории элементарных функций позволяет упорядочивать математические знания, устраняет противоречия и неоднозначные трактовки, облегчает процесс выстраивания целостной системы научных знаний. Проведённые исследования и опыт внедрения в учебный процесс вуза предложенного метода подтверждают его эффективность для формирования методической компетентности будущих учителей математики.

Дальнейшее развитие исследований в данном направлении позволит получить более детальное теоретико-познавательное истолкование рассматриваемого метода и внести необходимые уточнения в решение проблемы выделения наибольшей области его применимости.

Статья поступила в редакцию 24.03.2020.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алексюк В. Н., Исаков В. Н., Шустова Е. Н. Функциональный подход к изучению степени, экспоненты и логарифма как средство развития мышления школьников и студентов // Развивающий потенциал математики и его реализация в обучении : сост. И. В. Фролов. Арзамас, 2002. С. 233–235.
2. Алексюк В. Н., Шустова Е. Н. Элементарные функции. 1. Сыктывкар, 2010. 13 с.
3. Алексюк В. Н., Шустова Е. Н. Элементарные функции. 2. Сыктывкар, 2010. 12 с.
4. Загривная Т. А. Становление научно-методической компетентности педагогов в процессе профессиональной деятельности: дис. … канд. пед. наук. СПб., 2006. 256 с.
5. Игошин В. И. Профессионально-ориентированная методическая система обучения основам математической логики и теории алгоритмов учителей математики в педагогических вузах: дис. ... докт. пед. наук. Саратов, 2002. 366 с.
6. Масалова С. И. Роль аксиоматизации в процессе построения математической теории // Вестник Дагестанского государственного технического университета. 2007. № 3. С. 71–77.
7. Орлов В. В. Построение основного курса геометрии общеобразовательной школы в концепции личностно ориентированного обучения: дис. ... докт. пед. наук. СПб., 2000. 384 с.

8. Попов Н. И., Калимова А. В. Выявление специальных способностей будущих учителей математики, физики и информатики // Известия Саратовского университета. Новая серия. Акмеология образования. Психология развития. 2019. Т. 8. Вып. 1 (29). С. 12–18. DOI: 10.18500/2304-9790-2019-8-1-12-18
9. Попов Н. И., Шустова Е. Н. Об эффективности использования методических подходов при изучении элементарных функций будущими учителями математики // Вестник Омского государственного педагогического университета. Гуманитарные исследования. 2018. № 1 (18). С. 139–144.
10. Попов Н. И., Яковлева Е. В., Губарь Л. Н. О реализации национального проекта «Образование» при подготовке математических кадров в вузе // Russian Digital Libraries Journal. 2019. Vol. 22. No. 5. P. 432–439.
11. Рванова А. С. Проектирование и реализация целевого и содержательного компонентов элективных курсов для классов математического профиля на основе локальной аксиоматизации: дис. ... канд. пед. наук. Омск, 2006. 200 с.
12. Садовский В. Н. Аксиоматический метод построения научного знания // Философские вопросы современной формальной логики. М., 1962. С. 215–262.
13. Усольцева И. В. Совершенствование методической компетенции педагогов общеобразовательных организаций в период введения новых стандартов: дис. … канд. пед. наук. Сургут, 2016. 229 с.
14. Успенский В. А. Что такое аксиоматический метод? Ижевск, 2001. 96 с.
15. Шустова Е. Н. Методика изложения курса «Теория элементарных функций» // Вестник Коми государственного педагогического института. 2010. С. 268–270.
16. Cellucci C. Is Mathematics Problem Solving or Theorem Proving? // Foundations of Science. 2015. Vol. 22 (1). P. 183–199.
17. Zhu K. On the Teaching of Axiomatic Probability for Students of Science and Engineering // Education, Economics and Management Research (ICEEMR 2019). 2020. P. 309–313.

REFERENCES

1. Aleksyuk V. N., Isakov V. N., Shustova E. N. [Functional approach to the study of degree, exponent and logarithm as a means of developing schoolchildren's and students' thinking]. In: *Razvivayushchii potentsial matematiki i ego realizatsiya v obuchenii: sbornik nauchnykh i metodicheskikh rabot, predstavlennykh na regional'noi nauchno-prakticheskoi konferentsii.* [The developing potential of mathematics and its implementation in teaching: Collection of scientific and methodological works presented at the regional scientific and practical conference / Comp .: I. V. Frolov et al.]. Arzamas, 2002, pp. 233–235.
2. Aleksyuk V. N., Shustova E. N. *Elementarnye funktsii. 1* [Elementary functions. 1]. Syktyvkar, 2010, 13 p.
3. Aleksyuk V. N., Shustova E. N. *Elementarnye funktsii. 2* [Elementary functions. 2]. Syktyvkar, 2010. 12 p.
4. Zagrivnaya T. A. *Stanovlenie nauchno-metodicheskoi kompetentnosti pedagogov v protsesse professional'noi deyatel'nosti: dis. … kand. ped. nauk* [Formation of scientific and methodological competence of teachers in the process of professional activity: PhD thesis in Pedagogic sciences]. Saint Petersburg, 2006, 256 p.
5. Igoshin V. I. *Professional'no-orientirovannaya metodicheskaya sistema obucheniya osnovam matematicheskoi logiki i teorii algoritmov uchitelei matematiki v pedagogicheskikh vuzakh: dis. ... dokt. ped. nauk* [Professionally-oriented methodical system of teaching the basics of mathematical logic and the theory of algorithms for teachers of mathematics in pedagogical universities: D. thesis in Pedagogic sciences]. Saratov, 2002, 366 p.
6. Masalova C. I. [The role of axiomatization in the process of constructing a mathematical theory]. In: *Vestnik Dagestanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Bulletin of Dagestan State Technical University], 2007, no. 3, pp. 71–77.
7. Orlov V. V. *Postroenie osnovnogo kursa geometrii obshcheobrazovatel'noi shkoly v kontseptsii lichnostno orientirovannogo obucheniya: dis. ... dokt. ped. nauk* [Construction of the main course of geometry of comprehensive school in the concept of student-centered learning: D. thesis in Pedagogic sciences]. Saint Petersburg, 2000. 384 p.
8. Popov N. I., Kalimova A. V. [Revealing special abilities of future teachers of mathematics, physics and computer science]. In: *Izvestiya Saratovskogo universiteta. Novaya seriya. Akmeologiya obrazovaniya. Psikhologiya razvitiya* [Saratov University Bulletin. New series. Acmeology of education. Developmental psychology.], 2019, vol. 8, iss. 1 (29), pp. 12–18.
9. Popov N. I., Shustova E. N. [On the effectiveness of using methodological approaches in the study of elementary functions by future teachers of mathematics]. In: *Vestnik Omskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta. Gumanitarnye issledovaniya* [Bulletin of Omsk State Pedagogical University. Humanities research], 2018, no. 1 (18), pp. 139–144.
10. Popov N. I., Yakovleva E. V., Gubar' L. N. [On the implementation of the national project "Education"

in the preparation of mathematical personnel at the university]. In: *Russian Digital Libraries Journal*, 2019, vol. 22, no. 5, pp. 432–439.
11. Rvanova A. S. *Proektirovanie i realizatsiya tselevogo i soderzhatel'nogo komponentov elektivnykh kursov dlya klassov matematicheskogo profilya na osnove local'noi aksiomatizatsii: dis. ... kand. ped. nauk* [Design and implementation of target and content components of elective courses for classes of mathematical profile based on local axiomatization: PhD thesis in Pedagogic sciences]. Omsk, 2006. 200 p.
12. Sadovskii V. N. [Axiomatic method for constructing scientific knowledge]. In: *Filosofskie voprosy sovremennoi formal'noi logiki* [Philosophical issues of modern formal logic]. Moscow, 1962, pp. 215–262.
13. Usol'tseva I. V. *Sovershenstvovanie metodicheskoi kompetentsii pedagogov obshcheobrazovatel'nykh organizatsii v period vvedeniya novykh standartov: dis. … kand. ped. nauk* [Improving the methodological competence of teachers of educational organizations during the new standards introduction: PhD thesis in Pedagogic sciences]. Surgut, 2016, 229 p.
14. Uspenskii V. A. Chto takoe aksiomaticheskii metod? [What is an axiomatic method?]. Izhevsk, 2001. 96 p.
15. Shustova E. N. [Methodology for presenting the course "Theory of elementary functions"]. In: *Vestnik Komi gosudarstvennogo pedagogicheskogo instituta* [Bulletin of Komi State Pedagogical Institute]. 2010, pp. 268–270.
16. Cellucci C. Is Mathematics Problem Solving or Theorem Proving? In: *Foundations of Science*, 2015, vol. 22 (1), pp. 183–199.
17. Zhu K. On the Teaching of Axiomatic Probability for Students of Science and Engineering. In: E*ducation, Economics and Management Research (ICEEMR 2019)*, 2020, pp. 309–313.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Попов Николай Иванович – доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой физико-математического и информационного образования Сыктывкарского государственного университета им. Питирима Сорокина;
e-mail: popovnikolay@yandex.ru

Шустова Елена Николаевна – старший преподаватель кафедры физико-математического и информационного образования Сыктывкарского государственного университета им. Питирима Сорокина;
e-mail: shustovaen@yandex.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Nikolai I. Popov – Dr. Sci. (Education), Cand. Sci. (Physics and Mathematics), Assoc. Prof., Head of the Chair of Physico-Mathematical and Information Education;
e-mail: popovnikolay@yandex.ru

Elena N. Shustova – Senior Lecturer, Chair of Physico-Mathematical and Information Education;
e-mail: shustovaen@yandex.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Попов Н. И., Шустова Е. Н. Применение аксиоматического метода для введения экспоненциальной функции при обучении будущих учителей математики // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Педагогика. 2020. № 3. С. 86−94.
DOI: 10.18384/2310-7219-2020-3-86-94

FOR CITATION

Popov N. I., Shustova E. N. Application of the Axiomatic Method for Introducing the Exponential Function in Training Future Teachers of Mathematics. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Pedagogics,* 2020, no. 3, pp. 86−94.
DOI: 10.18384/2310-7219-2020-3-86-94