УДК 537.632

DOI: 10.18384/2310-7251-2021-1-27-38

ВРЕМЕННАЯ ЭВОЛЮЦИЯ БОЗЕ-КОНДЕНСИРОВАННЫХ АТОМОВ В ТРЁХЪЯМНОЙ СИММЕТРИЧНОЙ ЦЕПОЧНОЙ ЛОВУШКЕ

Васильева О. Ф., Зинган А. П.

*Приднестровский государственный университет имени Т. Г. Шевченко
МД 3300, г. Тирасполь, ул. 25 Октября, д. 128, Молдова*

Аннотация

Целью работы является изучение динамики бозе-конденсированных атомов в трёхъямной симметричной цепочной ловушке

Процедура и методы. Проведены теоретические исследования временной эволюции популяции атомов в ямах.

Результаты. Показано, что в условиях точного резонанса имеют место осцилляционные режимы эволюции атомов в ямах трёхъямной ловушки, а также покой системы.

Теоретическая значимость. Динамика туннелирования бозе-конденсированных атомов в трёхъямной ловушке определяется начальным количеством атомов в ямах и начальной фазой.

Ключевые слова: бозе-конденсированные атомы, трёхъямный потенциал, осцилляционный режим эволюции

TEMPORARY EVOLUTION OF BOSE-CONDENSED ATOMS IN A THREE- WELL SYMMETRIC CHAIN TRAP

O. Vasilieva, A. Zingan

*Pridnestrovian State University
ul. 25 Oktyabrya 128, 3300 Tiraspol, Moldova*

Abstract

Aim. The dynamics of Bose-condensed atoms in a three-well symmetric chain trap is studied.

Methodology. The temporal evolution of the population of atoms in the wells is investigated theoretically.

Results. It is shown that under conditions of exact resonance, there are oscillatory regimes of evolution of atoms in the wells of a three-well trap, as well as the rest of the system.

Research implications. The dynamics of tunneled Bose-condensed atoms in a three-well trap is determined by the initial number of atoms in the wells and the initial phase.

Keywords: Bose-condensed atoms, three-well potential, oscillatory regime of evolution.

Введение

С момента первой реализации атомных бозе-конденсатов наступает новая эпоха в изучении их динамических свойств с помощью уравнения Гросса-Питаевского и приближения среднего поля [1–5]. В [6] установлены методы детерминированного создания тёмных солитонов в отталкивающих взаимодействующих атомных бозе-эйнштейновских конденсатах, позволяющие получить стабильные солитонные вихри в сигарообразной (эллипсоподобной) системе БЭК. В [7; 8] была теоретически изучена временная эволюция атомов в двухъямной ловушке при учёте линейных и нелинейных взаимодействий. Получены различные режимы эволюции, в том числе и самозахват атомов одной из ловушек. В [9–11] было предложено, что бозе-конденсированные атомы, захваченные оптическими ловушками, могут использоваться для переноса квантовых вычислений.

В последние десятилетия начинается исследование квантового туннелирования атомов в тройной яме [12–16]. Показано, что динамика туннелирования атомов в тройной яме проявляет более интересное поведение атомов, чем в двухъямных ловушках. В [17] рассмотрено управление процессом туннелирования бозе-конденсированных бозонов в трёхъямной ловушке. Показано, что поток бозонов между первой и второй ямами можно контролировать с помощью увеличения или уменьшения населённости в третьей яме, таким образом, небольшая популяция бозонов, помещённая в третью яму, обеспечивает контроль дисбаланса между населённостью бозонов в первой и во второй ямах. В [12] были получены периодические режимы эволюции, наблюдались джозефсоновские колебания, а также самозахват либо в одной, либо в двух ловушках. Самозахват атомов в ловушках позволяет экспериментально реализовать ряд атомных оптических устройств, таких как атомные волноводы, светоделители [12; 18–20], интерферометры [21; 22], атомный транзистор в трёхъямной оптической ловушке [23], позволяющий управлять большим количеством атомов с помощью меньшего числа атомов. Атомный транзистор демонстрирует переключение, а также дифференциальное и абсолютное усиление, подобное поведению электронного транзистора.

Цель данной работы – изучение динамики туннелирования бозе-конденсированных атомов в трёхъямной симметричной ловушке, в трех ямах которой могут находиться бозе-конденсированные атомы. Ямы разделены потенциальным барьером, допускающим возможность туннелирования атомов между ямами.

Постановка задачи. Получение основных уравнений и их анализ

Гамильтониан задачи в этом случае примет вид:

$$\hat{H}_{\text{int}} = \hbar\chi_{12}(\hat{a}_1^+\hat{a}_2^+ + \hat{a}_1\hat{a}_2) + \hbar\chi_{13}(\hat{a}_1^+\hat{a}_3^+ + \hat{a}_1\hat{a}_3) + \hbar\chi_{23}(\hat{a}_2^+\hat{a}_3^+ + \hat{a}_2\hat{a}_3), \quad (1)$$

где χ_{12} , χ_{13} и χ_{23} – постоянные взаимодействия между атомами в первой и второй, первой и третьей, и второй и третьей ямах. Из (1), пользуясь приближением среднего поля в условиях точного резонанса, получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} i\dot{a}_1 &= \chi_{12}a_2 + \chi_{13}a_3, \\ i\dot{a}_2 &= \chi_{12}a_1 + \chi_{23}a_3, \\ i\dot{a}_3 &= \chi_{13}a_1 + \chi_{23}a_2. \end{aligned} \quad (2)$$

В данной работе рассматриваем симметричный цепочный трёхъямный потенциал ловушки (рис. 1), в котором взаимодействие между атомами в первой и второй ямах равно взаимодействию атомов во второй и третьей ямах $\chi_{12} = \chi_{23} = \chi$, а $\chi_{13} = 0$. Решение системы уравнений (2) в этом случае представляется в виде:

$$\begin{aligned} a_1 &= a_{10} \cos^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) - a_{30} \sin^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) + i\sqrt{2}a_{20} \sin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) \cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right), \\ a_2 &= a_{20} \cos(\sqrt{2}\chi t) + i\frac{\sqrt{2}}{2}(a_{10} + a_{30})\sin(\sqrt{2}\chi t), \\ a_3 &= a_{30} \cos^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) - a_{10} \sin^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) + i\sqrt{2}a_{20} \sin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) \cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right). \end{aligned} \quad (3)$$

Рис. 1 / Fig. 1. Схема трёхъямного потенциала / Three-well potential diagram.

Источник: составлено авторами.

Если ввести в рассмотрение плотности атомов в первой, второй и третьей ямах, то из (3) можно получить выражения для плотностей частиц в ямах:

$$\begin{aligned}
 n_1 &= n_{10} \cos^4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) + n_{30} \sin^4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) + 2\left(n_{20} - \sqrt{n_{10}n_{30}} \cos(\varphi_{10} - \varphi_{30})\right) \times \\
 &\times \sin^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) \cos^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) - 2\sqrt{2}\sqrt{n_{10}n_{20}} \sin(\varphi_{10} - \varphi_{20}) \sin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) \times \\
 &\times \cos^3\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) + 2\sqrt{2}\sqrt{n_{20}n_{30}} \sin(\varphi_{20} - \varphi_{30}) \sin^3\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) \cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right), \\
 n_2 &= n_{20} \cos^2\left(\sqrt{2}\chi t\right) + \frac{1}{2}\left(n_{10} + n_{30} + 2\sqrt{n_{10}n_{30}} \cos(\varphi_{10} - \varphi_{30})\right) \sin^2\left(\sqrt{2}\chi t\right) + \\
 &+ \sqrt{2}\sqrt{n_{20}}\left(\sqrt{n_{30}} \sin(\varphi_{20} - \varphi_{30}) - \sqrt{n_{10}} \sin(\varphi_{10} - \varphi_{30})\right) \sin\left(\sqrt{2}\chi t\right) \cos\left(\sqrt{2}\chi t\right), \\
 n_3 &= n_{30} \cos^4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) + n_{10} \sin^4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) + 2\left(n_{20} - \sqrt{n_{10}n_{30}} \cos(\varphi_{10} - \varphi_{30})\right) \times \\
 &\times \sin^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) \cos^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) + 2\sqrt{2}\sqrt{n_{20}n_{30}} \sin(\varphi_{20} - \varphi_{30}) \sin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) \times \\
 &\times \cos^3\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) - 2\sqrt{2}\sqrt{n_{10}n_{20}} \sin(\varphi_{10} - \varphi_{20}) \sin^3\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) \cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right), \quad (4)
 \end{aligned}$$

где φ_{10} , φ_{20} и φ_{30} – начальные фазы. При этом в системе выполняется закон сохранения популяции атомов: $n_1 + n_2 + n_3 = n_{10} + n_{20} + n_{30}$.

Согласно (4) популяция атомов в ямах существенно зависит от начальных параметров системы: n_{10} , n_{20} , n_{30} , φ_{10} , φ_{20} и φ_{30} .

Рассмотрим динамику системы, когда $\varphi_{10} - \varphi_{30} = \varphi_{20} - \varphi_{30} = \frac{\pi}{2}$. Тогда система уравнений (4) примет вид:

$$\begin{aligned}
 n_1 &= n_{10} \cos^4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) + n_{30} \sin^4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) + 2n_{20} \sin^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) \cos^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) - \\
 &- 2\sqrt{2}\sqrt{n_{10}n_{30}} \sin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) \cos^3\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) + 2\sqrt{2}\sqrt{n_{20}n_{30}} \sin^3\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) \cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right), \\
 n_2 &= n_{20} \cos^2\left(\sqrt{2}\chi t\right) + \frac{1}{2}(n_{10} + n_{30}) \sin^2\left(\sqrt{2}\chi t\right) + \\
 &+ \sqrt{2}\sqrt{n_{20}}\left(\sqrt{n_{30}} - \sqrt{n_{10}}\right) \sin\left(\sqrt{2}\chi t\right) \cos\left(\sqrt{2}\chi t\right),
 \end{aligned}$$

$$n_3 = n_{30} \cos^4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) + n_{10} \sin^4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) + 2n_{20} \sin^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) \cos^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) + \\ + 2\sqrt{2}\sqrt{n_{20}n_{30}} \sin\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) \cos^3\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) - 2\sqrt{2}\sqrt{n_{10}n_{20}} \sin^3\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) \cos\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right). \quad (5)$$

Если в начальный момент времени популяции атомов в трёхъямной ловушке равны друг другу $n_{10} = n_{20} = n_{30}$, то из (5) и рис. 2 видно, что будет наблюдаться осцилляционный переход атомов из первой ямы во вторую, а затем из второй в третью и обратно. При этом плотность атомов во второй яме будет сохраняться: $n_2(t) = n_{20} = \text{const}$, а популяции атомов в первой и в третьей ямах будут антифазно изменяться с одинаковой амплитудой колебаний, однако полной перекачки атомов из одной ямы в другую не будет. В моменты времени $t = \frac{\pi n}{2\chi\sqrt{2}}$

($n = 0, 1, \dots$) популяции атомов во всех трёх ямах будут равны начальным плотностям $n_1(t) = n_2(t) = n_3(t) = n_{10} = n_{20} = n_{30}$, то есть система вернётся в начальное состояние.

Рис. 2 / Fig. 2. Популяции атомов в ямах в зависимости от времени при

$n_{10} = n_{20} = n_{30} = 0,4$ и $\varphi_{10} - \varphi_{30} = \varphi_{20} - \varphi_{30} = \frac{\pi}{2}$. Здесь $\tau = \chi t$, $\bar{n}_i$ – нормированные

популяции атомов / Populations of atoms in wells as a function of time at $n_{10} = n_{20} = n_{30} = 0,4$

and $\varphi_{10} - \varphi_{30} = \varphi_{20} - \varphi_{30} = \frac{\pi}{2}$. Here $\tau = \chi t$, $\bar{n}_i$ – the normalized populations of atoms.

Источник: составлено авторами.

Рассмотрим случай, когда $n_{10} \gg n_{20}, n_{30}$. Как видно из рис. 3 популяция атомов во второй яме будет осциллировать со временем с постоянной амплитудой, в то время как амплитуда колебаний атомов в первой и третьей ямах будет модули-

рованной функцией от времени. Популяция атомов в третьей яме существенно определяется начальной плотностью атомов в первой яме и достигает своего максимального значения, когда популяция атомов в первой яме минимальна. При этом в процессе эволюции системы не возникает состояния полного истощения атомов в ямах. Вторая яма в данном случае служит туннелем для перехода атомов из первой ямы в третью. Если в начальный момент времени $n_{30} \gg n_{20}, n_{10}$, то качественно эволюция системы не изменится.

Рис. 3 / Fig. 3. Популяции атомов в ямах в зависимости от времени при $n_{10} = 1$, $n_{20} = 0,3$, $n_{30} = 0,4$ и $\varphi_{10} - \varphi_{30} = \varphi_{20} - \varphi_{30} = \frac{\pi}{2}$. Здесь $\tau = \chi t$, $\bar{n}_i$ – нормированные популяции атомов / Populations of atoms in wells as a function of time at $n_{10} = 1$, $n_{20} = 0,3$, $n_{30} = 0,4$ and $\varphi_{10} - \varphi_{30} = \varphi_{20} - \varphi_{30} = \frac{\pi}{2}$. Here $\tau = \chi t$, $\bar{n}_i$ – the normalized populations of atoms.

Источник: составлено авторами.

Если же $\varphi_{10} - \varphi_{30} = \varphi_{20} - \varphi_{30} = 0$, то (4) можно записать в виде:

$$\begin{aligned}
 n_1 &= n_{10} \cos^4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) + n_{30} \sin^4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) + 2(n_{20} - \sqrt{n_{10}n_{30}}) \sin^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) \cos^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right), \\
 n_2 &= n_{20} \cos^2(\sqrt{2}\chi t) + \frac{1}{2}(n_{10} + n_{30} + 2\sqrt{n_{10}n_{30}}) \sin^2(\sqrt{2}\chi t), \\
 n_3 &= n_{30} \cos^4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) + n_{10} \sin^4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) + 2(n_{20} - \sqrt{n_{10}n_{30}}) \sin^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right) \cos^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\chi t\right). \quad (6)
 \end{aligned}$$

Рассмотрим ситуацию начального равноваселения атомов в трёхъямной ловушке: $n_{10} = n_{20} = n_{30} = n_0$. Согласно (6) и рис. 4 популяции атомов в ямах будут

осциллировать со временем. В данном случае максимальная локализация атомов будет наблюдаться во второй яме, при этом популяция атомов во второй яме в процессе эволюции будет больше или равна n_0 . Амплитуды колебаний атомов в первой и третьей ямах будут равны, и изменяться со временем синфазно. Популяции атомов в первой и третьей ямах с течением времени будут меньше или равны n_0 . Равенство $n_1(t) = n_2(t) = n_3(t) = n_{10} = n_{20} = n_{30}$ будут наблюдаться в моменты времени $t = \frac{2\pi n}{\sqrt{2}\chi}$ ($n = 0, 1, \dots$).

Рис. 4 / Fig. 4. Популяции атомов в ямах в зависимости от времени при $n_0 = 0,4$ и $\varphi_{10} - \varphi_{30} = \varphi_{20} - \varphi_{30} = 0$. Здесь $\tau = \chi t$, $\bar{n}_i$ – нормированные популяции атомов / Populations of atoms in wells as a function of time at $n_0 = 0,4$ and $\varphi_{10} - \varphi_{30} = \varphi_{20} - \varphi_{30} = 0$. Here $\tau = \chi t$, $\bar{n}_i$ – the normalized populations of atoms.

Источник: составлено авторами.

Когда $n_{10} \gg n_{20}, n_{30}$, то, как видно из рис. 5, популяции атомов осциллируют с течением времени с различными амплитудами. В данном случае снова максимальная популяция атомов наблюдается во второй яме, причём минимальная плотность атомов во второй яме равна n_{20} . Таким образом, популяция атомов во второй яме увеличивается за счёт туннелирования атомов из первой и третьей ям. Амплитуды колебаний популяции атомов в первой и третьей ямах являются модулированными в пределах одного периода. Популяция атомов в первой яме в процессе эволюции не превосходит n_{10} ; таким образом, количество атомов, пришедших из второй ямы в первую, не превосходит количество атомов, покинувших первую яму. Популяция атомов в третьей яме в процессе эволюции может достигать своего максимального значения равного n_{10} .

Рис. 5 / Fig. 5. Популяции атомов в ямах в зависимости от времени при $n_{10} = 1$, $n_{20} = 0,3$, $n_{30} = 0,4$ и $\varphi_{10} - \varphi_{30} = \varphi_{20} - \varphi_{30} = 0$. Здесь $\tau = \chi t$, $\bar{n}_i$ – нормированные популяции атомов / Populations of atoms in wells depending on time at $n_{10} = 1$, $n_{20} = 0,3$, $n_{30} = 0,4$ and $\varphi_{10} - \varphi_{30} = \varphi_{20} - \varphi_{30} = 0$. Here $\tau = \chi t$, $\bar{n}_i$ – the normalized populations of atoms.

Источник: составлено авторами.

Если $n_{20} = 2n_{10} = 2n_{30}$, то в системе будет наблюдаться покой, атомы не будут туннелировать из одной ямы в другую: $n_1(t) = n_2(t) = n_3(t) = \text{const}$ (рис. 6). Однако, если $n_{20} < 2n_{10} = 2n_{30}$, то максимальное значение популяции атомов в первой яме равно n_{10} , а если $n_{20} > 2n_{10} = 2n_{30}$, то минимальное значение популяции атомов в первой яме равно n_{10} , таким образом, популяция атомов в первой яме будет обогащаться благодаря туннелированию атомов из второй ямы.

Рис. 6 / Fig. 6. Популяция атомов в первой яме в зависимости от времени и n_{20} при $n_{30} = 0,2$ и $\varphi_{10} - \varphi_{30} = \varphi_{20} - \varphi_{30} = 0$. Здесь $\tau = \chi t$, $\bar{n}_i$ – нормированная популяция атомов в первой ловушке / Population of atoms in the first well versus time and n_{20} at $n_{30} = 0,2$ and $\varphi_{10} - \varphi_{30} = \varphi_{20} - \varphi_{30} = 0$. Here $\tau = \chi t$, $\bar{n}_i$ – the normalized population of atoms in the first trap.

Источник: составлено авторами.

Заключение

Таким образом, задавая в цепочном симметричном трёхъямном потенциале с бозе-конденсированными атомами начальные разности фаз $\varphi_{10} - \varphi_{30}$, $\varphi_{20} - \varphi_{30}$, и начальные плотности атомов в ямах, можно получать различные режимы эволюции популяций атомов в ямах: максимальную и минимальную локализации атомов в одной из ям в ловушке, покой системы. Варьируя начальные параметры системы, можно получить модулированную эволюцию популяций атомов в первой и третьей ямах в пределах одного периода.

Статья поступила в редакцию 16.12.2020 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Li W., Haque M., Komineas S. Vortex dipole in a trapped two-dimensional Bose-Einstein condensate // *Physical Review A*. 2008. Vol. 77. Iss. 5. P. 053610. DOI: 10.1103/PhysRevA.77.053610.
2. Rogel-Salazar J. The Gross-Pitaevskii equation and Bose-Einstein condensate // *European Journal of Physics*. 2013. Vol. 34. No. 2. P. 247–257. DOI: 10.1088/0143-0807/34/2/247.
3. Complete Bose-Einstein condensation the Gross-Pitaevskii regime / Boccato C., Brennecke C., Cenatiempo S., Schlein B. // *Communications in Mathematical Physics*. 2018. Vol. 359. P. 975–1026. DOI: 10.1007/s00220-017-3016-5.
4. Metastable Bose-Einstein condensation in a strongly correlated optical lattice / McKay D., Ray U., Natu S. M., Russ P., Ceperley D., DeMarco B. // *Physical Review A*. 2015. Vol. 91. Iss. 2. P. 023625. DOI: 10.1103/PhysRevA.91.023625.
5. Li Y., Yuan J., Hemmerich A., Li X. Rotation-Symmetry-Enforced Coupling of Spin and Angular Momentum for p-Orbital Bosons // *Physical Review Letters*. 2018. Vol. 121. Iss. 9. P. 93401. DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.093401.
6. Creating solitons with controllable and near-zero velocity in Bose-Einstein condensates / Fritsch A. R., Lu M., Reid G. H., Pineiro A. M., Spielman I. B. // *Physical Review A*. 2020. Vol. 101. Iss. 5. P. 053629. DOI: 10.1103/PhysRevA.101.053629.
7. Васильева О. Ф., Зинган А. П. Динамика нелинейного туннелирования бозе-конденсированных атомов в двухъямной ловушке // *Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика*. 2019. № 2. С. 83–95. DOI: 10.18384-2310-7251-2019-2-83-95.
8. Khadzhi P. I., Vasilieva O. F. Coherent dynamics of Bose-condensed atoms in a double-well trap // *Journal of Nanoelectronics and Optoelectronics*. 2011. Vol. 6. No. 4. P. 433–451. DOI: 10.1166/jno.2011.1194.
9. Byrnes T., Wen K., Yamamoto Y. Macroscopic quantum computation using Bose-Einstein condensates // *Physical Review A*. 2012. Vol. 85. P. 040306(R). DOI: 10.1103/PhysRevA.85.040306.
10. Macroscopic quantum information processing using spin coherent states / Byrnes T., Rosseau D., Khosla M., Pyrkov A., Thomosen A., Mukai T., Koyama S., Abdelrahman A., Ilo-Okeke E. // *Optics Communication*. 2015. Vol. 337. P. 102–109. DOI: 10.1016/j.optcom.2014.08.017.
11. Quantum walk in momentum space with a Bose-Einstein condensate / Dadras S., Cresch A., Croiseau C., Wimberger S., Summy G. S. // *Physical Review Letters*. 2018. Vol. 121. Iss. 7. P. 70402. DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.070402.
12. Guiding neutral atoms on a chip / Dekker N. H., Lee C. S., Lorent V., Thywissen J. H.,

- Smith S. P., Drndic M., Westervelt R. M., Prentiss M. // *Physical Review Letters*. 2000. Vol. 84. Iss. 6. P. 1124. DOI: 10.1103/PhysRevLett.84.1124.
13. Mossmann S., Jung C. Semiclassical approach to Bose-Einstein condensates in a triple well potential // *Physical Review A*. 2006. Vol. 74. Iss. 3. P. 033601. DOI: 10.1103/PhysRevA.74.033601.
14. Viscondi T. F., Furuya K. Dynamics of a Bose-Einstein condensate in a symmetric triple-well trap // *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. 2011. Vol. 44. No. 17. P. 175301. DOI: 10.1088/1751-8113/44/17/175301
15. Optimal conditions for spatial adiabatic passage of a Bose-Einstein condensate / Rubio J. L., Ahufinger V., Busch Th., Mompert J. // *Physical Review A*. 2016. Vol. 94. Iss. 5. P. 053606. DOI: 10.1103/PhysRevA.94.053606.
16. Self-trapping and tunneling of Bose-Einstein condensates in a cavity-mediated triple-well system / Wang B., Zhang H., Chen Y., Tan L. // *The European Physical Journal D*. 2017. Vol. 71. P. 56. DOI: 10.1140/epjd/e2017-70647-3.
17. Control of tunneling in a atomtronics switching device / Wilsmann K. W., Ymai L. H., Tonel A. P., Linkes J., Foerster A. // *Communications physics*. 2018. Vol. 1. P. 91. DOI: 10.1038/s42005-018-0089-1.
18. Guiding neutral atoms around curves with lithographically patterned current-carrying wires / Muller D., Anderson D. Z., Grow R. J., Schwindt P. D., Cornell E. A. // *Physical Review Letters*. 1999. Vol. 83. Iss. 25. P. 5194. DOI: 10.1103/PhysRevLett.83.5194.
19. Beam splitter for guided atoms / Cassettari D., Hessmo B., Folman R., Maier T., Schmiedmayer J. // *Physical Review Letters*. 2000. Vol. 85. Iss. 26. P. 5483. DOI: 10.1103/PhysRevLett.85.5483
20. Propagation of Bose-Einstein condensates in magnetic waveguide / Leanhardt A. E., Chikkovtur A. P., Kielpinski D., Shin Y., Gustavson T. L., Ketterle W., Pritchard D. E. // *Physical Review Letters*. 2002. Vol. 89. Iss. 4. P. 040401. DOI: 10.1103/PhysRevLett.89.040401.
21. Atom Michelson interferometer on a chip using a Bose-Einstein condensate / Wang Y.-J., Anderson D. Z., Bright V. M., Cornell E. A., Diot Q., Kishimoto T., Prentiss M., Saravanan R. A., Segal S. R., Wu S. // *Physical Review Letters*. 2005. Vol. 94. Iss. 9. P. 090405. DOI: 10.1103/PhysRevLett.94.090405.
22. Atom interferometry with Bose-Einstein condensates in a double-well potential / Shin Y., Saba M., Pasquini T. A., Ketterle W., Pritchard D. E., Leanhardt A. E. // *Physical Review Letters*. 2004. Vol. 92. Iss. 5. P. 050405. DOI: 10.1103/PhysRevLett.92.050405.
23. Stickney J. A., Anderson D. Z., Zozulya A. A. Transistorlike behavior of a Bose-Einstein condensate in a triple-well potential // *Physical Review Letters A*. 2007. Vol. 75. Iss. 1. P. 013608. DOI: 10.1103/PhysRevA.75.013608.

REFERENCES

1. Li W., Haque M., Komineas S. Vortex dipole in a trapped two-dimensional Bose-Einstein condensate. In: *Physical Review A*, 2008, vol. 77, iss. 5, pp. 053610. DOI: 10.1103/PhysRevA.77.053610.
2. Rogel-Salazar J. The Gross-Pitaevskii equation and Bose-Einstein condensate. In: *European Journal of Physics*, 2013, vol. 34, no. 2, pp. 247–257. DOI: 10.1088/0143-0807/34/2/247.
3. Boccato C., Brennecke C., Cenatiempo S., Schbein B. Complete Bose-Einstein condensation the Gross-Pitaevskii regime. In: *Communications in Mathematical Physics*, 2018, vol. 359, pp. 975–1026. DOI: 10.1007/s00220-017-3016-5.
4. McKay D., Ray U., Natu S. M., Russ P., Ceperley D., DeMarco B. Metastable Bose-Einstein condensation in a strongly correlated optical lattice. In: *Physical Review A*, 2015, vol. 91,

- iss. 2, pp. 023625. DOI: 10.1103/PhysRevA.91.023625.
5. Li Y., Yuan J., Hemmerich A., Li X. Rotation-Symmetry-Enforced Coupling of Spin and Angular Momentum for p-Orbital Bosons. In: *Physical Review Letters*, 2018, vol. 121, iss. 9, pp. 93401. DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.093401.
 6. Fritsch A. R., Lu M., Reid G. H., Pineiro A. M., Spielman I. B. Creating solitons with controllable and near-zero velocity in Bose-Einstein condensates. In: *Physical Review A*, 2020, vol. 101, iss. 5, pp. 053629. DOI: 10.1103/PhysRevA.101.053629.
 7. Vasilieva O. F., Zingan A. P. Dynamics of nonlinear tunneling of Bose-condensed atoms in a double-well trap. In: *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Fizika-Matematika* (Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics), 2019, no. 2, pp. 83–95. DOI: 10.18384-2310-7251-2019-2-83-95.
 8. Khadzhi P. I., Vasilieva O. F. Coherent dynamics of Bose-condensed atoms in a double-well trap. In: *Journal of Nanoelectronics and Optoelectronics*, 2011, vol. 6, no. 4, pp. 433–451. DOI: 10.1166/jno.2011.1194.
 9. Byrnes T., Wen K., Yamamoto Y. Macroscopic quantum computation using Bose-Einstein condensates. In: *Physical Review A*, 2012, vol. 85, pp. 040306(R). DOI: 10.1103/PhysRevA.85.040306.
 10. Byrnes T., Rosseau D., Khosla M., Pyrkov A., Thomosen A., Mukai T., Koyama S., Abdelrahman A., Ilo-Okeke E. Macroscopic quantum information processing using spin coherent states. In: *Optics Communication*, 2015, vol. 337, pp. 102–109. DOI: 10.1016/j.optcom.2014.08.017.
 11. Dadras S., Cresch A., Croiseau C., Wimberger S., Summy G. S. Quantum walk in momentum space with a Bose-Einstein condensate. In: *Physical Review Letters*, 2018, vol. 121, iss. 7, pp. 70402. DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.070402.
 12. Dekker N. H., Lee C. S., Lorent V., Thywissen J. H., Smith S. P., Drndic M., Westervelt R. M., Prentiss M. Guiding neutral atoms on a chip. In: *Physical Review Letters*, 2000, vol. 84, iss. 6, pp. 1124. DOI: 10.1103/PhysRevLett.84.1124.
 13. Mossmann S., Jung C. Semiclassical approach to Bose-Einstein condensates in a triple well potential. In: *Physical Review A*, 2006, vol. 74, iss. 3, pp. 033601. DOI: 10.1103/PhysRevA.74.033601.
 14. Viscondi T. F., Furuya K. Dynamics of a Bose-Einstein condensate in a symmetric triple-well trap. In: *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 2011, vol. 44, no. 17, pp. 175301. DOI: 10.1088/1751-8113/44/17/175301
 15. Rubio J. L., Ahufinger V., Busch Th., Mompert J. Optimal conditions for spatial adiabatic passage of a Bose-Einstein condensate. In: *Physical Review A*, 2016, vol. 94, iss. 5, pp. 053606. DOI: 10.1103/PhysRevA.94.053606.
 16. Wang B., Zhang H., Chen Y., Tan L. Self-trapping and tunneling of Bose-Einstein condensates in a cavity-mediated triple-well system. In: *The European Physical Journal D*, 2017, vol. 71, pp. 56. DOI: 10.1140/epjd/e2017-70647-3.
 17. Wilschmann K. W., Ymai L. H., Tonel A. P., Linkes J., Foerster A. Control of tunneling in an atomtronic switching device. In: *Communications physics*, 2018, vol. 1, pp. 91. DOI: 10.1038/s42005-018-0089-1.
 18. Muller D., Anderson D. Z., Grow R. J., Schwindt P. D., Cornell E. A. Guiding neutral atoms around curves with lithographically patterned current-carrying wires. In: *Physical Review Letters*, 1999, vol. 83, iss. 25, pp. 5194. DOI: 10.1103/PhysRevLett.83.5194.
 19. Cassettari D., Hessmo B., Folman R., Maier T., Schmiedmayer J. Beam splitter for guided atoms. In: *Physical Review Letters*, 2000, vol. 85, iss. 26, pp. 5483. DOI: 10.1103/PhysRevLett.85.5483

20. Leanhardt A. E., Chikkovtur A. P., Kielpinski D., Shin Y., Gustavson T. L., Ketterle W., Pritchard D. E. Propagation of Bose-Einstein condensates in magnetic waveguide. In: *Physical Review Letters*, 2002, vol. 89, iss. 4, pp. 040401. DOI: 10.1103/PhysRevLett.89.040401.
21. Wang Y.-J., Anderson D. Z., Bright V. M., Cornell E. A., Diot Q., Kishimoto T., Prentiss M., Saravanan R. A., Segal S. R., Wu S. Atom Michelson interferometer on a chip using a Bose-Einstein condensate. In: *Physical Review Letters*, 2005, vol. 94, iss. 9, pp. 090405. DOI: 10.1103/PhysRevLett.94.090405.
22. Shin Y., Saba M., Pasquini T. A., Ketterle W., Pritchard D. E., Leanhardt A. E. Atom interferometry with Bose-Einstein condensates in a double-well potential. In: *Physical Review Letters*, 2004, vol. 92, iss. 5, pp. 050405. DOI: 10.1103/PhysRevLett.92.050405.
23. Stickney J. A., Anderson D. Z., Zozulya A. A. Transistorlike behavior of a Bose-Einstein condensate in a triple-well potential. In: *Physical Review Letters A*, 2007, vol. 75, iss. 1, pp. 013608. DOI: 10.1103/PhysRevA.75.013608.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Васильева Ольга Федоровна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры квантовой радиофизики и систем связи Приднестровского государственного университета имени Т. Г. Шевченко;
e-mail: florina_of@mail.ru;

Зинган Анна Петровна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры квантовой радиофизики и систем связи Приднестровского государственного университета имени Т. Г. Шевченко;
e-mail: zingan.anna@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Olga F. Vasilieva – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Department of Quantum Radiophysics and Communication Systems, Pridnestrovian State University;
e-mail: florina_of@mail.ru;

Anna P. Zingan – Cand. Sci. (Phys.-Math.), Assoc. Prof., Department of Quantum Radiophysics and Communication Systems, Pridnestrovian State University;
e-mail: zingan.anna@mail.ru

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Васильева О. Ф., Зинган А. П. Временная эволюция бозе-конденсированных атомов в трехъямной симметричной цепочной ловушке // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-Математика. 2021. № 1. С. 27–38.
DOI: 10.18384/2310-7251-2021-1-27-38

FOR CITATION

Vasilieva O. F., Zingan A. P. Temporary evolution of Bose-condensed atoms in a three-well symmetric chain trap. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics-Mathematics*, 2021, no. 1, pp. 27–38.
DOI: 10.18384/2310-7251-2021-1-27-38