УДК 533.6.011.8

DOI: 10.18384/2310-7251-2021-4-43-53

ТЕПЛОВОЙ ПОТОК В КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ МИНИМАЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Горелов С. Л., Нгуен В. Л.

Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)

141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д. 9, Российская Федерация

Аннотация

Цель. Для тела вращения со степенной образующей и сферическим затуплением вычислить тепловой поток в критической точке.

Процедура и методы. Решением вариационной задачи определяется степень в образующей тела минимального сопротивления и радиус затупления в критической точке в зависимости от удлинения в широком диапазоне чисел Рейнольдса.

Результаты. Для тела вращения со степенной образующей и сферическим затуплением вычисляется сила сопротивления и тепловой поток в критической точке в гиперзвуковом потоке разреженного газа на основе нескольких локальных моделей.

Теоретическая и практическая значимость. Результаты, полученные в данной работе, имеют большое значение для оптимизации тела и создания летательных аппаратов в области авиакосмической промышленности.

Ключевые слова: гиперзвуковой поток, локальные модели, аэродинамическое сопротивление тела вращения, вариационная задача, тепловой поток

Благодарности. Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 20-08-00790

HEAT FLUX AT A CRITICAL POINT OF AXISYMMETRIC BODIES OF MINIMUM RESISTANCE

S. Gorelov, V. Nguyen

Moscow Institute of Physics and Technology

9 Institutskii pereulok, Dolgoprudnyi 141701, Moscow Region, Russian Federation

Abstract

Aim. For a blunt body of revolution with a power generatrix and spherical bluntness, we calculate the heat flux at a critical point.

Methodology. By solving the variational problem, we determine the degree of minimum resistance and the bluntness radius in the generatrix of the body as functions of the elongation in a wide range of Reynolds numbers.

Results. For a blunt body of revolution with a power generatrix and spherical bluntness, the drag force and heat flux at the critical point in a hypersonic rarefied gas flow are calculated based on several local models.

Research implications. The results obtained in this work are more important for the optimization of the body and the creation of aircrafts in the aerospace industry.

Keywords: hypersonic flow, local models, aerodynamic drag of a body of revolution, variational problem, heat flow

Acknowledgments. This work was supported by Russian Foundation for Basic Research (Grant No. 20-08-00790).

Введение

Важнейшей задачей прикладной аэротермодинамики больших сверхзвуковых скоростей является исследование теплообмена в окрестности критической точки, где реализуются максимальные величины тепловых потоков. Для расчёта тепловых потоков в режиме разреженного газа используется метод прямого статистического моделирования решения кинетического уравнения Больцмана (Монте-Карло) [1], в режиме сплошной среды широко применяются расчёты в рамках модели тонкого вязкого ударного слоя [2]. Отметим, что численные решения крайне сложны и для оценок тепловых потоков широко используются различные приближенные зависимости.

Практически во всех приближенных методах расчёта теплового потока на затупленных осесимметричных телах необходимо иметь достаточно простые и надёжные формулы для определения числа Стантона или коэффициента теплопередачи в критической точке.

Теплообмен тела в критической точке выражается через число Стантона St и коэффициент теплопередачи Ch . Эти величины для больших скоростей и малых температурных факторов [3] определяются формулами:

$$St = \frac{q}{\rho_{\infty} U_{\infty} C_p T_0 (1 - t_w)}, \quad Ch = \frac{2q}{\rho_{\infty} U_{\infty}^3} = St(1 - t_w), \quad (1)$$

где q – тепловой поток, ρ_{∞} , U_{∞} – плотность и скорость набегающего потока газа, $t_w = T_w/T_0$ – температурный фактор, T_w , T_0 – температура поверхности и температура торможения, C_p – молярная теплоёмкость при постоянном давлении.

Для приближенной оценки коэффициента теплопередачи в критической точке осесимметричных тел используются эмпирические формулы [4], полученные на основе данных эксперимента и решения уравнений модели тонкого вязкого ударного слоя [2]:

$$St = \sqrt{\frac{St_{sm}^2 + (1 - St_{sm}^{0,1}) Re_{rs}^{0,1} + a^* (a_1 Re_{rs}^{1,5} + a_2 Re_{rs}^2)}{1 + a_0 Re_{rs}^{0,9}}}, \quad St_{sm} = \frac{1 - 2t_w(\gamma - 1)/\gamma}{1 - t_w} \quad (2)$$

где St_{sm} – значение числа Стантона в свободномолекулярном случае (при больших скоростях), $a_0 = 0,3$, $a_1 = (2 - t_w) \times 10^{-5}$, $a_2 = 0,5(1 - t_w) \times 10^{-5}$, $a^* = 2$ – коэффициенты, подобранные таким образом, чтобы при значительном разбросе имеющихся данных в переходной области удовлетворить им в среднем и при этом

учесть характерные особенности теплообмена. Число Re_{rs} вычислено по радиусу затупления r_s :

$$Re_{rs} = \frac{\rho_{\infty} U_{\infty} r_s}{\mu_0} = Re_0 \hat{r}_s. \quad (3)$$

Таким образом, одним из основных параметров для расчёта теплопередачи в критической точке осесимметричных тел является радиус затупления.

В данной работе оцениваются тепловые потоки в критической точке для осесимметричных тел минимального сопротивления в потоке разреженного газа. В классической аэродинамической задаче Ньютона осесимметричное тело минимального сопротивления имеет плоский торец [5; 6]. В этом случае радиус затупления бесконечен. Если образующая осесимметрического тела является степенной функцией [7; 8], радиус затупления в критической точке равен нулю. Для того, чтобы радиус затупления в критической точке был равен конечной величине предлагается тело вращения, образующая у которого состоит из двух частей: дуги окружности, плавно переходящей в степенную функцию.

Для оценочных расчётов сил, действующих на тело при его высокоскоростном движении в газе, широкое распространение получили формулы, найденные из локальных моделей. В основе этих моделей лежит предположение, что каждый элемент поверхности тела взаимодействует со средой независимо от других участков тела, и сила, действующая на него, зависит лишь от ориентации элемента относительно направления движения. Примерами такой зависимости является формула Ньютона, используемая в гиперзвуковой аэродинамике для оценочных расчётов распределения давления на поверхности тела, или зависимости, полученные из модели свободномолекулярного движения для сильно разреженных газов. Использование таких формул позволяет записать силы, действующие на тело, в виде интегралов по поверхности, которые методами вариационного исчисления могут быть исследованы на экстремум.

Классическая задача построения тела вращения минимального сопротивления с использованием формулы Ньютона решалась во многих работах [5–8]. Были разработаны эффективные численные методы решения таких задач [9]. В связи с развитием космической техники появился интерес к оптимальным задачам высокоскоростной аэродинамики на больших высотах в разреженном газе [10; 11]. Дальнейшее упрощение таких задач связано с использованием функций разного вида, зависящих от некоторого количества параметров, по которым и производится оптимизация. В частности, широкое распространение получила степенная функция [7; 8].

В данной работе использование образующей тела вращения в виде дуги сферы и степенной функции вместе с локальными методами [12; 13] – формулы свободно-молекулярной аэродинамики, формулы Ньютона, формулы локального метода гиперзвуковой аэродинамики (число Маха набегающего потока стремится к бесконечности) – позволило свести вариационную задачу минимизации функционала (сопротивление тела вращения) к задаче поиска экстремума функ-

ции от одной или двух переменных. Решаются задачи об определении формы затупленных тел вращения в гиперзвуковом потоке разреженного газа в широком диапазоне чисел Рейнольдса. Для тел вращения со сферическим затуплением определяется теплообмен в критической точке в широком диапазоне чисел Рейнольдса.

1. Локальный метод

Наибольшее распространения получила локальная модель из [12; 13], в которой коэффициенты давления и трения (отнесённые к скоростному напору $\rho_\infty V_\infty^2/2$) имеют вид:

$$Cp = p_0 \sin^2 \theta + p_1 \sin \theta, \quad C\tau = \tau_0 \cos \theta \sin \theta. \quad (4)$$

Функции p_0, p_1, τ_0 зависят от числа Re_0 , температурного фактора t_w и показателя степени адиабаты γ , θ – угол атаки элемента поверхности (в нашем случае угол между вектором скорости набегающего потока и касательной к образующей тела вращения, см. рис. 1). Здесь $t_w = T_w/T_0$ – температурный фактор, T_w – температура поверхности тела, T_0 – температура торможения, γ – показатель адиабаты, $Re_0 = \rho_\infty V_\infty R/\mu(T_0)$, $\rho_\infty, V_\infty, T_\infty$ – плотность, скорость и температура невозмущённого потока газа, R – радиус основания тела вращения, $\mu(T_0)$ – коэффициент вязкости в зависимости от температуры торможения.

Отличительной особенностью данной модели (кроме простоты) является то, что в предельных случаях изменения числа Рейнольдса она соответствует либо свободномолекулярной модели, либо модели Ньютона.

Так, для свободномолекулярной модели ($Re_0 \rightarrow 0$) [3]:

$$p_0 = \tau_0 = 2, \quad p_1 = \sqrt{\pi t_w (\gamma - 1) / \gamma}. \quad (5)$$

В случае модели Ньютона ($Re_0 \rightarrow 0$) [5]:

$$p_0 = 2, \quad p_1 = \tau_0 = 0. \quad (6)$$

В промежуточной области коэффициенты p_0, p_1, τ_0 аппроксимируются следующими формулами [13]:

$$p_0 = 2, \quad p_1 = z \exp \left[- (0,125 + 0,078 t_w) Re_0 \right], \quad z = \sqrt{\pi t_w (\gamma - 1) / \gamma} \\ \tau_0 = \frac{5,23}{\left[s + 6,88 \exp (0,0072 s - 0,000016 s^2) \right]^{1/2}}, \quad s = Re_0 \left(\frac{3}{4} t_w + \frac{1}{4} \right)^{-2/3}. \quad (7)$$

2. Тело вращения со сферическим затуплением

Рис. 1 / Fig. 1. Схема обтекания тела / Body streamline scheme.

Источник: по данным авторов.

Образующая тела вращения $x(r)$ (ось x – ось вращения) состоит из двух частей (см. рис. 1): 1) окружность радиуса r_s при $0 < r < r_0$; 2) степенная функция с показателем степени β при $r_0 < r < R$ (R – радиус основания). Расположим это тело таким образом, что $x(r) = 0$. Расстояние от оси r до основания тела обозначим L , а расстояние от оси r до критической точки обозначим δ . Введём безразмерные переменные:

$$\hat{r} = r / R; \quad \hat{r}_0 = r_0 / R; \quad \hat{r}_s = r_s / R; \quad \hat{\delta} = \delta / R; \quad \lambda = L / R.$$

Тогда уравнение для образующей будет иметь вид:

$$x(\hat{r}) = \begin{cases} x_1(\hat{r}) = \sqrt{\hat{r}_s^2 - \hat{r}_0^2} - \sqrt{\hat{r}_s^2 - \hat{r}^2}, & 0 < \hat{r} < \hat{r}_0 \\ x_2(\hat{r}) = \lambda \frac{\hat{r}^\beta - \hat{r}_0^\beta}{1 - \hat{r}_0^\beta}, & \hat{r}_0 < \hat{r} < 1. \end{cases} \quad (8)$$

Здесь, учитывая равенство производных в точке $\hat{r} = \hat{r}_0$, имеем:

$$\hat{r}_s = \frac{1}{\lambda \cdot \beta} \sqrt{\hat{r}_0^4 + \hat{r}_0^{4-2\beta} - 2\hat{r}_0^{4-\beta} + \hat{r}_0^2 \lambda^2 \beta^2}; \quad \hat{\delta} = \hat{r}_s - \sqrt{\hat{r}_s^2 - \hat{r}_0^2}; \quad \lambda_1 = \lambda + \hat{\delta}. \quad (9)$$

3. Коэффициент сопротивления, действующий на тело вращения

Коэффициент сопротивления тела Cx складывается из сопротивления сферического затупления Cx_1 и поверхности вращения Cx_2 . Имея в виду формулы (4) – (7) и то, что площадь элемента поверхности равна $ds = \hat{r}\sqrt{1+x'^2}d\hat{r}d\varphi$ (φ – угол вращения вокруг оси, $x' = dx/dr$), получаем:

$$\begin{aligned} Cx_1 &= \tau_0 \cdot \hat{r}_0^2 + 2(p_0 - \tau_0) \int_0^{\hat{r}_0} \frac{\hat{r}d\hat{r}}{1+x_1'^2} + 2p_1 \int_0^{\hat{r}_0} \frac{\hat{r}d\hat{r}}{\sqrt{1+x_1'^2}} \\ Cx_2 &= \tau_0 \cdot (1 - \hat{r}_0^2) + 2(p_0 - \tau_0) \int_{\hat{r}_0}^1 \frac{\hat{r}d\hat{r}}{1+x_2'^2} + 2p_1 \int_{\hat{r}_0}^1 \frac{\hat{r}d\hat{r}}{\sqrt{1+x_2'^2}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Используя гипергеометрическую функцию $F[a, b, c, d]$, можно записать:

$$\begin{aligned} Cx &= Cx_1 + Cx_2 = \tau_0 + (p_0 - \tau_0) \frac{2\hat{r}_0^2\hat{r}_s^2 - \hat{r}_0^4}{2\hat{r}_s^2} + p_1 \frac{2}{3\hat{r}_s} \left[\hat{r}_s^3 - (\hat{r}_s^2 - \hat{r}_0^2)^{3/2} \right] + \\ &+ (p_0 - \tau_0) \left\{ F\left(1, \frac{1}{\beta-1}, \frac{\beta}{\beta-1}, -\left(\frac{\lambda \cdot \beta}{1-\hat{r}_0^\beta}\right)^2\right) - \hat{r}_0^2 F\left(1, \frac{1}{\beta-1}, \frac{\beta}{\beta-1}, -\left(\frac{\hat{r}_0^{\beta-1} \lambda \cdot \beta}{1-\hat{r}_0^\beta}\right)^2\right) \right\} + \\ &+ p_1 \left\{ F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{\beta-1}, \frac{\beta}{\beta-1}, -\left(\frac{\lambda \cdot \beta}{1-\hat{r}_0^\beta}\right)^2\right) - \hat{r}_0^2 F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{\beta-1}, \frac{\beta}{\beta-1}, -\left(\frac{\hat{r}_0^{\beta-1} \lambda \cdot \beta}{1-\hat{r}_0^\beta}\right)^2\right) \right\}. \end{aligned} \quad (11)$$

Таким образом, вариационная задача отыскания образующей тела вращения минимального сопротивления со сферическим затуплением в гиперзвуковом потоке разреженного газа сводится к решению задачи об отыскании минимума функции от двух переменных – степени в степенной образующей β и радиуса сферического затупления $\hat{r}_s$, если в качестве образующей тела вращения выбрать функцию (8). Будем считать, что свободномолекулярный случай реализуется при $Re_0 \rightarrow 0$, а случай $Re_0 \rightarrow \infty$ описывается формулой Ньютона. В табл. 1 представлены результаты решения такой задачи, то есть величины радиуса сферического затупления $\hat{r}_s$ и степени β в зависимости от отношения высоты тела к радиусу основания λ_1 для разных чисел Re_0 . Расчёты производились при температурном факторе $t_w = 0,1$ и отношении теплоёмкостей $\gamma = 1,4$. В табл. 1 также помещены величины коэффициентов сопротивления Cx .

При всех числах Re_0 показатель степени в образующей тела вращения минимального сопротивления увеличивается от величин порядка единицы (то есть конической поверхности) при малых удлинениях к своим предельным значениям в случаях больших удлинений. Так в свободномолекулярном случае ($Re_0 = 0$) показатель степени при больших удлинениях стремится к величине $\beta = 1,5$, а в ньютоновском случае ($Re_0 = \infty$) к $\beta = 1,333$ [8]. Значения радиуса сферического затупления уменьшается от сравнительно больших величин ($0,3 \div 0,5$) при малых удлинениях ($\lambda_1 = 2$) до нуля при больших λ_1 для всех Re_0 .

Таблица 1 / Table 1

Величина радиуса сферического затушения $\hat{r}_s$, степени β и коэффициентов сопротивления тела вращения минимального сопротивления в зависимости от отношения высоты тела к радиусу основания λ_1 для разных чисел Re_0 / The value of the radius of spherical bluntness $\hat{r}_s$, the degree β and coefficients of resistance of the body of rotation of the minimum resistance, depending on the ratio of the height of the body to the radius of the base λ_1 for different numbers Re_0

λ_1	2	3	4	5	6	10	20	50	100
$Re_0 = 0$									
β	1,01	1,412	1,471	1,499	1,49	1,5	1,5	1,5	1,5
$\hat{r}_s$	0,5334	0,3102	0,1929	0,1303	0,09295	0,03474	0,008937	0,001441	0,000361
Cx	2,119	2,084	2,064	2,052	2,044	2,027	2,013	2,005	2,003
$Re_0 = 1$									
β	1,119	1,386	1,457	1,47	1,467	1,465	1,476	1,488	1,493
$\hat{r}_s$	0,4468	0,222	0,1261	0,07899	0,05371	0,0182	0,004237	0,000643	0,000158
Cx	1,887	1,834	1,807	1,792	1,782	1,763	1,75	1,743	1,74
$Re_0 = 10$									
β	1,168	1,345	1,385	1,386	1,378	1,372	1,385	1,417	1,443
$\hat{r}_s$	0,3676	0,1538	0,07314	0,03922	0,0243	0,006721	0,00108	0,000116	0,000026
Cx	1,178	1,079	1,037	1,016	1,005	0,9864	0,9763	0,9724	0,9714
$Re_0 = 100$									
β	1,173	1,336	1,37	1,368	1,357	1,341	1,335	1,334	1,333
$\hat{r}_s$	0,3552	0,144	0,06612	0,03411	0,02055	0,005071	0,000649	0,0000042	0,0
Cx	0,6287	0,4858	0,4267	0,3985	0,3836	0,3604	0,3501	0,3472	0,3467
$Re_0 = \infty$									
β	1,173	1,378	1,379	1,351	1,348	1,341	1,335	1,334	1,333
$\hat{r}_s$	0,3548	0,1469	0,06966	0,0372	0,02253	0,005005	0,0000891	0,000058	0,0
Cx	0,341	0,1666	0,09748	0,06465	0,04562	0,01668	0,004206	0,000675	0,000169

Источник: составлено авторами.

4. Тепловой поток в критической точке

На рис. 2 нанесены зависимости коэффициентов теплопередачи Ch в критической точке для затупленных по сфере тел вращения минимального сопротивления к значению в свободномолекулярном случае Ch_0 , полученных из формул (1) и (2) и табл. 1.

Рис. 2 / Fig. 2. Отношение коэффициента теплопередачи к его свободномолекулярному значению в зависимости от числа Рейнольдса для разных удлинений λ_1 , $t_w = 0,1$, $\gamma = 1,4$ / The ratio of the coefficient of heat transfer to its free-molecular value depending on the number of Reynolds for different elongations λ_1 , $t_w = 0,1$, $\gamma = 1,4$.

Источник: по данным авторов.

Отметим монотонное уменьшение коэффициента теплопередачи по числам Re_0 для любого удлинения. Причём для малых удлинений ($\lambda_1 = 2$ соответствует случаю, когда длина тела равна диаметру основания) коэффициент теплопередачи уменьшается существенно быстрее по сравнению с большими удлинениями.

Этот момент интересен тем, что при больших удлинениях величина коэффициента теплопередачи остаётся близкой к его значению в свободномолекулярном течении в широком диапазоне чисел Рейнольдса. Так, при $\lambda_1 = 50$ коэффициент теплопередачи остаётся близким к свободномолекулярному значению вплоть до чисел $Re_0 \approx 10^3$.

Заключение

Для тела вращения со степенной образующей и сферическим затуплением вычисляется сила сопротивления и тепловой поток в критической точке в гиперзвуковом потоке разреженного газа на основе нескольких локальных моделей.

Решением вариационной задачи определяется степень в образующей тела минимального сопротивления и радиус затупления в критической точке в зависимости от удлинения в широком диапазоне чисел Рейнольдса.

Отметим монотонное уменьшение коэффициента теплопередачи с увеличением числа Рейнольдса Re_0 по радиусу основания тела вращения для любого удлинения. Особенно, при $\lambda_1 = 2$, коэффициент теплопередачи уменьшается существенно быстрее по сравнению со случаем больших удлинений. Более того, при $\lambda_1 = 50$ коэффициент теплопередачи остаётся близким к свободномолекулярному значению вплоть до чисел $Re_0 \approx 10^3$.

Статья поступила в редакцию 10.12.2021 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Горелов С. Л., Русаков С. В. Физико-химическая модель гиперзвукового обтекания тел разреженным газом // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2002. № 3. С. 131–144.
2. Теплообмен в окрестности пространственной критической точки неравновесного вязкого ударного слоя при произвольной каталитической активности поверхности / Ботин А. В., Провоторов В. П., Рябов В. В., Степанов Э. А. // Труды ЦАГИ. 1999. Вып. 2514. С. 13–22.
3. Коган М. Н. Динамика разреженного газа. М: Наука, 1967. 440 с.
4. Провоторов В. П., Степанов Э. А. Приближенные зависимости для расчета теплообмена на теле, обтекаемом гиперзвуковым потоком газа // Ученые записки ЦАГИ. 1992. Т. 23. № 2. С. 25–29.
5. Ньютон И. Математические начала натуральной философии. М: Наука, 1989. 688 с.
6. Черный Г. Г. Течение газа с большой сверхзвуковой скоростью. М: Физматгиз, 1959. 220 с.
7. Благосклонов В. И., Гродзовский Г. Л. Осесимметричное обтекание тел вращения степенной формы при сверхзвуковых скоростях набегающего потока // Ученые записки ЦАГИ. 1974. Т. 5. № 6. С. 16–22.
8. Горелов С. Л., Нгуен Ван Лам. Тело вращения минимального аэродинамического сопротивления в гиперзвуковом потоке разреженного газа // Труды МАИ (сетевое научное издание). 2020. № 113. URL: <http://www.trudymai.ru/published.php?ID=117962> (дата обращения: 06.07.2021). DOI: 10.34759/trd-2020-113-4.
9. Черноусько Ф. Л., Баничук Н. В. Вариационные задачи механики и управления. М: Наука, 1973. 240 с.
10. Бунимович А. И., Якунина Г. Е. Исследование форм поперечного контура конического пространственного тела минимального сопротивления, движущегося в разреженном газе // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1986. № 5. С. 112–117.
11. Перминов В. Д., Солодкин Е. Е. Осесимметричные тела с минимальным сопротивлением при заданном тепловом потоке к поверхности // Ученые записки ЦАГИ. 1971. Т. 2. № 6. С. 32–40.
12. Теоретические и экспериментальные исследования обтекания тел простой формы гиперзвуковым потоком разреженного газа / Гусев В. Н., Ерофеев А. И., Климова Т. В., Перепухов В. А., Рябов В. В., Толстых А. И. // Труды ЦАГИ. 1977. Вып. 1855. С. 43.
13. Галкин В. С., Ерофеев А. И., Толстых А. И. Приближенный метод расчета аэродинамических характеристик тел в гиперзвуковом потоке разреженного газа // Труды ЦАГИ. 1977. Вып. 1833. С. 6–10.

REFERENCES

1. Gorelov S. L., Rusakov S. V. [Physico-chemical model of hypersonic flow of bodies rarefied gas]. In: *Izvestiya Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid Dynamics], 2002, no. 3, pp. 131–144.
2. Botin A. V., Provotorov V. P., Ryabov V. V., Stepanov E. A. [Heat exchange in the vicinity of the spatial critical point of a nonequilibrium viscous shock layer with arbitrary catalytic surface activity]. In: *Trudy TSAGI* [Proceedings of Central Aerohydrodynamic Institute], 1999, no. 2514, pp. 13–22.
3. Kogan M. N. *Dinamika razrezhennogo gaza* [Rarefied gas dynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1967. 440 p.
4. Provotorov V. P., Stepanov E. A. [Approximate dependences for calculating the heat transfer on the body, a flowing hypersonic flow of gas]. In: *Uchenye zapiski TSAGI* [Scientific Notes of Central Aerohydrodynamic Institute], 1992, vol. 23, no. 2, pp. 25–29.
5. Newton I. *Matematicheskie nachala natural'noi filosofii* [Mathematical principles of natural philosophy]. Moscow, Nauka Publ., 1989. 688 p.
6. Chernyi G. G. *Techenie gaza s bol'shoi sverkhzvukovoi skorost'yu* [Gas flow at high supersonic speed]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1959. 220 p.
7. Blagosklonov V. I., Grodzovskii G. L. [Oximetrating flow of power of the power of a power form with supersonic raw flow rates]. In: *Uchenye zapiski TSAGI* [Scientific Notes of Central Aerohydrodynamic Institute], 1974, vol. 5, no. 6, pp. 16–22.
8. Gorelov S. L., Nguyen Van Lam [Rotation body of minimal aerodynamic drag in hypersonic rarefied gas flow]. In: *Trudy MAI (setevoe nauchnoe izdanie)* [Trudy MAI (Network scientific periodic publication)], 2020, no. 113. Available at: <http://www.trudymai.ru/published.php?ID=117962> (accessed: 06.07.2021). DOI: 10.34759 / trd-2020-113-4.
9. Chernous'ko F. L., Banichuk N. V. *Variatsionnye zadachi mekhaniki i upravleniya* [Variational problems of mechanics and control]. Moscow, Nauka Publ., 1973. 240 p.
10. Bunimovich A. I., Yakunina G. E. [Investigation of the forms of the transverse contour of the conical spatial body of the minimum resistance moving in a sparse gas]. In: *Izvestiya AN SSSR. Mekhanika zhidkosti i gaza* [Fluid Dynamics], 1986, no. 5, pp. 112–117.
11. Perminov V. D., Solodkin E. E. [Oxisymmetric bodies with minimal resistance at a given thermal stream to the surface]. In: *Uchenye zapiski TSAGI* [Scientific Notes of Central Aerohydrodynamic Institute], 1971, vol. 2, no. 6, pp. 32–40.
12. Gusev V. N., Erofeev A. I., Klimova T. V., Perepukhov V. A., Ryabov V. V., Tolstykh A. I. [Theoretical and experimental studies of a hypersonic rarefied gas flow around bodies of simple shape]. In: *Trudy TSAGI* [Proceedings of Central Aerohydrodynamic Institute], 1977, no. 1855, P. 43.
13. Galkin V. S., Erofeev A. I., Tolstykh A. I. [Approximate method for calculating the aerodynamic characteristics of the bodies in the hypersonic stream of sparse gas]. In: *Trudy TSAGI* [Proceedings of Central Aerohydrodynamic Institute], 1977, no. 1833, pp. 6–10.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Горелов Сергей Львович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры компьютерного моделирования МФТИ Московского физико-технического института (национального исследовательского университета);
e-mail: gorelovsl@yandex.ru

Нгуен Ван Лам – аспирант кафедры компьютерного моделирования МФТИ Московского физико-технического института (национального исследовательского университета);
e-mail: lamvqtc1990@gmail.com

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Sergey L. Gorelov – Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof., Department of Computer Modeling of MIPT, Moscow Institute of Physics and Technology;

e-mail: gorelovsl@yandex.ru;

Van Lam Nguyen – Postgraduate Student, Department of Computer Modeling of MIPT, Moscow Institute of Physics and Technology;

e-mail: lamvqtc1990@gmail.com.

ПРАВИЛЬНАЯ ССЫЛКА НА СТАТЬЮ

Горелов С. Л., Нгуен В. Л. Тепловой поток в критической точке осесимметричных тел минимального сопротивления // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Физика-математика. 2021. № 4. С. 43–53.

DOI: 10.18384/2310-7251-2021-4-43-53.

FOR CITATION

Gorelov S. L., Nguyen V. L. Heat flux at a critical point of axisymmetric bodies of minimum resistance. In: *Bulletin of the Moscow Region State University. Series: Physics and Mathematics*. 2021. no. 4. pp. 43–53.

DOI: 10.18384/2310-7251-2021-4-43-53.