**THE SOLUTION OF DIFFUSION PROBLEM IN THE THEORY OF NONSTATIONARY DIFFUSIOPHORESIS OF LARGE NON-VOLATILE SOLID SPHERICAL PARTICLE**

**V. Efremov, M. Kuzmin**

*Moscow State Regional University*
*10a, Radio st., Moscow, 105005, Russia*

*Abstract.* The authors continue construction of the theory of nonstationary diffusiophoresis of large non-volatile solid spherical particle in a viscous gas medium. The solution of diffusion problem is carried out. This problem is divided into stationary and strictly nonstationary parts. Final formula for determining stationary diffusiophoresis velocity component of the particle was obtained. For determining nonstationary diffusiophoresis velocity component of this particle corresponding formula in the space of Laplace images was obtained. Dependence of nonstationary diffusiophoresis velocity component of the particle from strictly nonstationary concentration gradient at large and small values of time was obtained using theorems about limiting values from operational calculus.
*Keywords:* nonstationary diffusiophoresis, large spherical particle, diffusion problem, concentration gradient.

УДК 533.72

# ТЕОРИЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО ПРОЦЕССА ИСПАРЕНИЯ СФЕРИЧЕСКОЙ АЭРОЗОЛЬНОЙ КАПЛИ С УЧЕТОМ ЗАВИСИМОСТИ ДАВЛЕНИЯ НАСЫЩЕННОГО ПАРА ОТ КРИВИЗНЫ ЕЕ ПОВЕРХНОСТИ

**М.К. Кузьмин**

*Московский государственный областной университет*
*105005, Москва, ул. Радио, 10а*

*Аннотация.* Строится теория нестационарного процесса испарения неподвижной аэрозольной капли сферической формы, уделяя при этом основное внимание учету коэффициента поверхностного натяжения вещества капли. В работе проведен подробный анализ предельных выражений, полученных из найденной в ней формулы скорости изменения радиуса капли, справедливой для всех значений времени.
*Ключевые слова:* нестационарный процесс испарения, давление насыщенного пара, коэффициент поверхностного натяжения, предельные выражения, скорость изменения радиуса капли.

## ВВЕДЕНИЕ

При построении общей теории нестационарного процесса испарения и конденсационного роста аэрозольной капли важное значение приобретает учет наиболее существенных факторов, влияющих на рассматриваемый процесс. Для точности получаемых результатов необходима физически корректная постановка граничных условий на поверхности капля — внешняя среда с тщательным учетом взаимодействия молекул пара с поверхностью жидкой капли.

Неотъемлемой частью этой теории должно быть описание распределения концентрации пара и поля температуры в окружающей каплю среде, а также зависимости концентрации насыщенных паров на поверхности капли от времени.

Характеристикой рассматриваемых процессов может служить скорость нестационарного изменения радиуса капли.

В предлагаемой работе теория нестационарного процесса испарения неподвижной аэрозольной капли сферической формы строится с учетом теплоты фазового перехода вещества капли, а также коэффициентов испарения и поверхностного натяжения.

В статье [1] рассматривалась модель нестационарного процесса испарения аэрозольной капли с учетом первых двух из указанных выше факторов, уделяя при этом основное внимание исследованию влияния коэффициента испарения на скорость изменения радиуса испаряющейся капли. Учет последнего фактора, то есть поверхностного натяжения, приобретает особое значение с уменьшением радиуса (или то же самое с увеличением кривизны поверхности) сферической капли.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим нестационарный процесс испарения неподвижной сферической капли, находящейся в бинарной газовой смеси, первый компонент которой образован молекулами вещества капли, а второй компонент — молекулами несущего газа, неиспытывающего фазового перехода в рассматриваемом интервале температур. При этом, следуя Максвеллу [2, 3], концентрация пара у поверхности капли предполагается равной концентрации насыщенного пара при температуре ее поверхности, причем, будем полагать, что эта концентрация значительно меньше плотности вещества капли. Кроме того, полагаем, что радиус рассматриваемой капли $R$ таков, что невозможно пренебрегать влиянием слоя Кнудсена вокруг капли на рассматриваемый процесс.

Распределение (относительной) концентрации пара $c_1$ и температура парогазовой смеси $T$ удовлетворяют следующей системе уравнений с начальными и граничными условиями:

$$\frac{\partial c_1}{\partial t} = D\left(\frac{\partial^2 c_1}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial c_1}{\partial r}\right), \tag{1}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right), \tag{2}$$

$$c_1(r,t)_{|t=0} = c_{10}, \quad c_1(r,t)_{|r\to\infty} = c_{1\infty} = c_{10}, \tag{3}$$

$$T(r,t)_{|t=0} = T_0, \quad T(r,t)_{|r\to\infty} = T_\infty = T_0, \tag{4}$$

$$Dm_1 nq\frac{\partial c_1}{\partial r}_{|r=R} = -\kappa\frac{\partial T}{\partial r}_{|r=R}, \tag{5}$$

где $r$ — радиальная координата сферической системы координат с началом в центре капли, $t$ — время. В уравнения (1), (2) входят: $D = nm_2 D_{12} / \rho_e$, где $D_{12}$ — коэффициент взаимной диффузии компонентов бинарной смеси; $n = n_1 + n_2$; $n_1, m_1$ и $n_2$, $m_2$ — концентрация и масса молекул первого и второго компонентов соответственно, $\rho_e$ — плотность парогазовой смеси; $a$ — коэффициент температуропроводности бинарной смеси. Далее, в граничное условие (5) входят: $q$ — удельная теплота фазового перехода вещества капли, $\kappa$ — коэффициент теплопроводности парогазовой смеси.

Граничное условие, которое дает возможность учета влияния коэффициента испарения $\alpha$ на рассматриваемый процесс имеет вид

$$-D \frac{\partial c_1}{\partial r}_{|r=R} = \alpha \nu (c_{1s} - c_1)_{|r=R}, \tag{6}$$

здесь $\nu = \sqrt{kT_0 / 2\pi m_1}$ — одна четвертая средней абсолютной тепловой скорости молекул пара, где $k$ — постоянная Больцмана. Отметим, что условие (6) получено рассмотрением двух радиальных потоков первого компонента, а именно, диффузионного потока и определяемого по формуле Герца — Кнудсена [3, 4] потока, отводимого через слой Кнудсена с поверхности капли.

Следует заметить, что при учете выше указанных факторов в выбранной модели рассматриваемого процесса можно пренебречь влиянием поля температуры внутри капли. Ранее было установлено [5] , что это поле по существу не сказывается на величине скорости нестационарного изменения радиуса капли как при очень малых, так и очень больших значениях времени при указанной форме (6) учета влияния коэффициента испарения.

Приемлемую для исследования формулу, определяющую концентрацию насыщенных паров над сферической поверхностью капли, можно получить с использованием приближений уравнений Кельвина (Томсона) [6] и Клапейрона —Клаузиуса [7] соответственно:

$$c_{1s}(t) = \overline{c}_{1s}(t)\left(1 + \frac{k_\sigma}{R}\right), \tag{7}$$

$$\overline{c}_{1s}(t) = \overline{c}_{1s0}\left\{1 + k_q\left[T_s(t) - T_0\right]\right\}, \tag{8}$$

где черта над буквой указывает на концентрацию насыщенных паров вещества капли, имеющей достаточно малую кривизну, при температуре ее поверхности $T_s = T_s(t) = T_e(r,t)_{|r=R}$:

$$\overline{c}_{1s}(t) = c_1(T_s) = n_1(T_s)/n, \quad \overline{c}_{1s0} = \overline{c}_{1s}(t)_{|t=0} \;;$$

далее в этих формулах введены обозначения:

$$k_\sigma = \frac{2m_1\sigma}{kT_0\rho_i},\ k_q = \frac{qm_1 - kT_0}{kT_0^2},$$

в которые входят: $\rho_i$ — плотность вещества капли, $\sigma$ — коэффициент поверхностного натяжения.

Исключив из уравнений (7), (8) функцию $\overline{c}_{1s}(t)$, получим искомую формулу

$$c_{1s}(t) = c_{1s0}\left\{1 + k_q\left[T_s(t) - T_0\right]\right\}, \qquad (9)$$

где $c_{1s0} = \overline{c}_{1s0}\left(1 + \dfrac{k_\sigma}{R}\right)$.

МЕТОД РЕШЕНИЯ

Решение поставленной задачи будем проводить методом интегральных преобразований Лапласа [8]. Как известно, преобразование Лапласа устанавливает связь между оригиналом $f(t)$ и его изображением $F(p)$:

$$F(r,p) = L\{f(r,t)\} = \int_0^\infty f(r,t)\exp(-pt)dt, \qquad (10)$$

где $p$ — комплексный параметр.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Введем обозначения:

$$S(r,p) = L\{c_1(r,t)\},\ \theta\,(r,p) = L\{T\,(r,t)\}.$$

Учитывая условия (3), (4), по формуле (10) находим соответствующие изображения уравнений (1) и (2)

$$DS'' + \frac{2D}{r}S' - pS + c_{10} = 0, \qquad (11)$$

$$a\,\theta'' + \frac{2a}{r}\theta' - p\theta + T_0 = 0, \qquad (12)$$

представляющие собой обыкновенные дифференциальные уравнения второго порядка для неизвестных функций $S(r,p)$, $\theta\,(r,p)$, где $r$ — независимая переменная, а $p$ играет роль параметра.

Общее решение каждого из уравнений (11), (12) соответственно имеет вид:

$$S(r,p)-\frac{c_{10}}{p}=\frac{A}{r}\exp\left(-\sqrt{\frac{p}{D}}\,r\right)+\frac{A'}{r}\exp\left(\sqrt{\frac{p}{D}}\,r\right), \tag{13}$$

$$\theta\,(r,p)-\frac{T_0}{p}=\frac{B}{r}\exp\left(-\sqrt{\frac{p}{a}}\,r\right)+\frac{B'}{r}\exp\left(\sqrt{\frac{p}{a}}\,r\right), \tag{14}$$

где $A, A', B$ , $B'$ — произвольные «постоянные», определяемые условиями задачи. Прежде всего, с учетом граничных условий (3), (4) находим:

$$A'=B'=0\,. \tag{15}$$

Теперь, введя обозначение

$$S_s(\,p)=L\{c_{1s}(t)\}\,,$$

запишем граничные условия (5), (6), (9) в пространстве изображений

$$\left.\begin{aligned}
&\gamma\, p_1 q_1 A+\kappa\ p_2 q_2 B\ =0,\\
&(Dp_1+\alpha\nu)q_1 A-\alpha\nu R\,S_s\ =-\frac{\alpha\nu c_{10}R}{p},\\
&c_{1s0}k_q q_2 B\ -R\,S_s\ =-\frac{c_{1s0}R}{p},
\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

где

$$\gamma=Dm_1nq,\quad p_1=\sqrt{\frac{p}{D}}+\frac{1}{R},\quad p_2=\sqrt{\frac{p}{a}}+\frac{1}{R},$$

$$q_1=\exp\left(-R\sqrt{\frac{p}{D}}\right),\quad q_2=\exp\left(-R\sqrt{\frac{p}{a}}\right).$$

Решая алгебраическую систему уравнений (16), находим:

$$A=-\frac{\varepsilon\ \kappa\ R\,p_2}{p\delta q_1},\quad B\ =\frac{\varepsilon\ \gamma R\,p_1}{p\delta q_2}, \tag{17}$$

$$S_s\ =\frac{c_{1s0}}{p}+\frac{\varepsilon\ \kappa_{q\sigma}p_1}{p\delta}, \tag{18}$$

где

$$\varepsilon\ =\alpha\nu(c_{10}-c_{1s0}),\quad \kappa_{q\sigma}=c_{1s0}k_q\gamma,$$

$$\delta = g_0 p + g_1\sqrt{p} + g_2,\ \ g_0 = \kappa\ \sqrt{D/a}\ ,$$
$$g_1 = \alpha\nu\left(\kappa\ \sqrt{D} + \kappa_{q\sigma}\sqrt{a}\ \right)/\sqrt{Da}\ + g_0\left(\sqrt{D} + \sqrt{a}\ \right)/R,$$
$$g_2 = \left[D\kappa\ + \alpha\nu R\left(\kappa\ + \kappa_{q\sigma}\right)\right]/R^2.$$

Обозначив $\sqrt{p}$ через $z$, рассмотрим квадратный трехчлен $\delta = g_0 z^2 + g_1 z + g_2$. Корни его $z_1$, $z_2$ действительны и различны, ибо

$$D_\delta = g_1^2 - 4g_0 g_2 = \left[g_0\left(\sqrt{D} - \sqrt{a}\ \right)/R + \alpha\nu\left(\kappa\ \sqrt{D} - \kappa_{q\sigma}\sqrt{a}\ \right)/\sqrt{Da}\ \right]^2 + 4(\alpha\nu)^2\kappa\ \kappa_{q\sigma}/\sqrt{Da}\ > 0\,.$$

Обозначив $\beta_1 = -z_1 = \left(g_1 - \sqrt{D_\delta}\right)/2g_0$, $\beta_2 = -z_2 = \left(g_1 + \sqrt{D_\delta}\right)/2g_0$ — положительные величины, имеем

$$\delta = g_0\left(\sqrt{p} + \beta_1\right)\left(\sqrt{p} + \beta_2\right).$$

В силу соотношений (15), (17) находим следующие выражения для функций (13), (14):

$$S(r,p) = \frac{c_{10}}{p} - \frac{\varepsilon\ \kappa\ R}{r}\cdot\frac{p_2}{p\delta}\exp(-r_c\sqrt{p}), \tag{19}$$

$$\theta\ (r,p) = \frac{T_0}{p} + \frac{\varepsilon\ \gamma R}{r}\cdot\frac{p_1}{p\delta}\exp(-r_T\sqrt{p}), \tag{20}$$

где $r_c = (r-R)/\sqrt{D}$, $r_T = (r-R)/\sqrt{a}$ .

Введем следующие обозначения используемых в пространстве оригиналов функций:

$$\Phi(x,\beta,t) = erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{t}}\right) - \exp(\beta^2 t + x\beta)\,erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{t}} + \beta\sqrt{t}\right),$$

$$\varphi(\beta,t) = 1 - \Phi(0,\beta,t) = \exp(\beta^2 t)\,erfc\left(\beta\sqrt{t}\right),$$

где

$$erfc(z) = 1 - erf(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_z^\infty \exp(-u^2)\,du\ —$$

дополнительный интеграл вероятности.

Переходя в пространство оригиналов, по выражениям (19), (20) и (18) находим соответственно распределение концентрации пара и поле температуры в окружающей каплю среде, а также зависимость концентрации насыщенных паров на поверхности капли от времени:

$$c_1(r,t) = c_{10} - \frac{\varepsilon\ \kappa}{r\sqrt{a}} \sum_{j=1}^{2} A(\beta_j)\,\Phi(r_c, \beta_j, t), \tag{21}$$

$$T\ (r,t) = T_0 + \frac{\varepsilon\ \gamma}{r\sqrt{D}} \sum_{j=1}^{2} B(\beta_j)\,\Phi(r_T, \beta_j, t), \tag{22}$$

$$c_{1s}(t) = c_{1s0} + \frac{\varepsilon\ \kappa_{q\sigma}}{R\sqrt{D}} \left[ \frac{\sqrt{D}}{g_2} - \sum_{j=1}^{2} B(\beta_j)\,\varphi(\beta_j, t) \right], \tag{23}$$

где

$$A(\beta_j) = \frac{R\beta_j - \sqrt{a}}{g_0\beta_j^2 - g_2}, \quad B(\beta_j) = \frac{R\beta_j - \sqrt{D}}{g_0\beta_j^2 - g_2}.$$

До сих пор радиус капли $R$ полагался постоянной величиной, что допустимо только в случае, когда масса капли значительно больше массы вещества, испарившегося с поверхности капли за время рассматриваемого процесса [7].

Как известно [3], скорость нестационарного изменения радиуса капли определяется формулой

$$\frac{dR}{dt} = \frac{Dnm_1}{\rho_i} \cdot \frac{\partial c_1}{\partial r}_{|r=R}. \tag{24}$$

Определив выражение для $(\partial c_1 / \partial r)_{|r=R}$, исходя из соотношения (21), по формуле (24) получаем следующее выражение для скорости изменения радиуса капли

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^{(\sigma)} = \frac{\varepsilon D n m_1 \kappa}{\rho_i R^2} \left[ \frac{1}{g_2} + \frac{1}{\sqrt{Da}} \sum_{j=1}^{2} C(\beta_j)\,\varphi(\beta_j, t) \right], \tag{25}$$

где

$$C(\beta_j) = \frac{R^2\beta_j^2 - R(\sqrt{D} + \sqrt{a}\ )\beta_j + \sqrt{Da}}{g_0\beta_j^2 - g_2}.$$

Отметим, что символом $(\sigma)$ в формуле (25) отмечен факт учета поверхностного натяжения поверхности капли.

Заметим, что правая часть соотношения (25) прямо пропорциональна величине $\varepsilon$, знак которой при отрицательности или положительности соответственно определяет процесс испарения или конденсационного роста капли. Для определенности речи мы будем говорить о первом из этих процессов.

Важно подчеркнуть, что в этой формуле (25) переменная $t$ может принимать значения от 0 до + ∞, то есть эта формула справедлива для всех значений времени. Недостатком этой формулы является ее громоздкость для проведения численных расчетов. Поэтому представляет интерес рассмотрение асимптотических приближений выражения (25) при больших и малых значениях времени $t$, которые намного проще этого выражения.

## АНАЛИЗ ПРЕДЕЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ ДЛЯ СКОРОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ РАДИУСА КАПЛИ

Преобразуем правую часть выражения (25) к виду

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^{(\sigma)} = \frac{\varepsilon n m_1}{\rho_i}\left[\frac{D\kappa}{D\kappa + \alpha\nu R\left(\kappa + \kappa_{q\sigma}\right)} - \frac{g_0}{\sqrt{D_\delta}}\left(\beta_j - \frac{\sqrt{D}+\sqrt{a}}{R} + \frac{\sqrt{Da}}{R^2\beta_j}\right)\varphi(\beta_j, t)\right]. \quad (26)$$

Так как $\lim\limits_{t\to 0}\varphi(\beta_j, t) = 1$ , $\lim\limits_{t\to +\infty}\varphi(\beta_j, t) = 0$ , то по формуле (26) находим предельные выражения

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)_0^{(\sigma)} = \lim_{t\to 0}\left(\frac{dR}{dt}\right)^{(\sigma)} = \frac{\varepsilon n m_1}{\rho_i}, \quad (27)$$

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)_\infty^{(\sigma)} = \lim_{t\to +\infty}\left(\frac{dR}{dt}\right)^{(\sigma)} = \frac{\varepsilon n m_1}{\rho_i}\cdot\frac{D\kappa}{D\kappa + \alpha\nu R\left(\kappa + \kappa_{q\sigma}\right)}, \quad (28)$$

которые соответственно определяют начальное и конечное (предельные) значения скорости изменения радиуса аэрозольной капли.

Полученные выражения (27) и (28) показывают, какие из учитываемых факторов являются существенными при очень малых и достаточно больших значениях времени соответственно. Например, коэффициент диффузии не входит в выражение (27).

Правые части соотношений (27) и (28) являются функциями от $R$ — радиуса капли, окончательный вид которых определяется также выражениями $\varepsilon$, $\kappa_{q\sigma}$ , зависящими от $R$.

Рассматривая правую часть соотношения (27) как функцию от $R$, можно сказать, что чем больше кривизна сферической поверхности испаряющейся капли, тем выше абсолютная величина начальной скорости изменения ее радиуса.

Если рассматривать отношение $\left(dR/dt\right)_\infty^{(\sigma)} / \left(dR/dt\right)_0^{(\sigma)}$ как функцию от $R$, то можно сделать вывод о том, что это отношение с увеличением кривизны поверхности сферической капли возрастает до некоторой постоянной величины, причем

$$\left|\left(dR/dt\right)_\infty^{(\sigma)}\right| < \left|\left(dR/dt\right)_0^{(\sigma)}\right| . \quad (29)$$

Если же не учитывать силы поверхностного натяжения сферической капли, то вместо формул (27) и (28) получим более простые формулы

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)_0^{(0)} = \frac{\overline{\varepsilon} n m_1}{\rho_i}, \tag{30}$$

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)_\infty^{(0)} = \frac{\overline{\varepsilon} n m_1}{\rho_i} \cdot \frac{D\kappa}{D\kappa + \alpha v R\left(\kappa + \overline{\kappa}_{q\sigma}\right)}, \tag{31}$$

в которых $\overline{\varepsilon} = \alpha v (c_{10} - \overline{c}_{1s0})$, $\overline{\kappa}_{q\sigma} = \overline{c}_{1s0} k_q \gamma$ .

Отметим, что правые части формул (27), (28), (31) зависят от радиуса капли $R$, только в формуле (30) правая часть не зависит от $R$ .

Для пар выражений (30) и (31) очевидно, имеет место соотношение аналогичное (29), кроме того справедливо равенство

$$\lim_{R\to\infty}\left(\frac{dR}{dt}\right)_\infty^{(0)} = \left(\frac{dR}{dt}\right)_0^{(0)},$$

которому нет аналога для пар выражений (27), (28).

Проведем численный анализ выражений для скорости изменения радиуса капли (27), (28), (30) и (31). С этой целью будем рассматривать процесс нестационарного испарения ($\varepsilon < 0$, $\overline{\varepsilon} < 0$ ) одиночных капель воды в воздушную среду 50% влажности при двух значениях температуры 293 *K*, 323 *K*, когда давление среды *P* = 0,1 *МПа.* При этом, основываясь на данных, приведенных в книге [9] для коэффициента испарения воды, полагаем, что $\alpha = 0{,}034$ при *T* = 293 *K* и $\alpha = 0{,}026$ при *T* = 323 *K*. Заметим, что указанные значения $\alpha$ согласуются с результатами исследований зависимости коэффициента конденсации (испарения) некоторых веществ от температуры, проведенных методом молекулярной динамики [10]. Для всех других физических величин используем значения, приведенные в справочнике [11].

Рассмотрим полученные таким образом таблицы 1 и 2 численных значений.

Прежде всего, следует обратить внимание на существенную зависимость скорости изменения радиуса испаряющейся капли от температуры, при которой происходит ее испарение, как при расчете по формулам, учитывающим, так и не учитывающим силы поверхностного натяжения капли. Абсолютные величины как начальной, так и конечной скоростей изменения радиуса испаряющейся капли выше для более высоких температур. Причем, для выбранных нами значениях температуры имеем превосходство начальных скоростей в 3,8 — 3,9 раза, а конечных скоростей — превосходство в 2,0 — 3,9 раза (меньшее превосходство имеет место для более крупных капель).

Можно заметить, что численные значения первых двух строк табл. 1 мало отличаются от соответствующих значений табл. 2. Следовательно, для водяных капель достаточно больших размеров нет необходимости учета сил поверхностного натяжения.

Таблица 1.

| *T, K* | 293 | 323 |
|---|---|---|

| *R, м* | $10^4\left(\frac{dR}{dt}\right)_0^{(\sigma)}$ | $10^4\left(\frac{dR}{dt}\right)_\infty^{(\sigma)}$ | $10^4\left(\frac{dR}{dt}\right)_0^{(\sigma)}$ | $10^4\left(\frac{dR}{dt}\right)_\infty^{(\sigma)}$ |
|---|---|---|---|---|
| $10^{-5}$ | -0,4326 | -0,05538 | -1,6802 | -0,1104 |
| $10^{-6}$ | -0,4336 | -0,2578 | -1,6829 | -0,6944 |
| $10^{-7}$ | -0,4419 | -0,4135 | -1,7108 | -1,4963 |
| $10^{-8}$ | -0,5260 | -0,5222 | -1,9891 | -1,9589 |

Таблица 2.

| *T, K* | 293 | | 323 | |
|---|---|---|---|---|
| *R, м* | $10^4\left(\frac{dR}{dt}\right)_0^{(0)}$ | $10^4\left(\frac{dR}{dt}\right)_\infty^{(0)}$ | $10^4\left(\frac{dR}{dt}\right)_0^{(0)}$ | $10^4\left(\frac{dR}{dt}\right)_\infty^{(0)}$ |
| $10^{-5}$ | -0,4325 | -0,05537 | -1,6795 | -0,1103 |
| $10^{-6}$ | -0,4325 | -0,2573 | -1,6795 | -0,6933 |
| $10^{-7}$ | -0,4325 | -0,4049 | -1,6795 | -1,4704 |
| $10^{-8}$ | -0,4325 | -0,4296 | -1,6795 | -1,6560 |

Численные значения в табл. 1 и 2, полученные по выражениям (27), (28) и (31), показывают, что абсолютные величины скоростей изменения радиуса капли имеют большие значения для капель с большей кривизной сферической поверхности. Следовательно, при вычислении времени полного испарения достаточно крупных капель можно пренебречь временем испарения более мелких капель.

Представляет интерес анализ таблицы 3 численных значений, полученной рассмотрением отношений $\left(dR/dt\right)_0^{(\sigma)}/\left(dR/dt\right)_\infty^{(\sigma)}$, $\left(dR/dt\right)_0^{(0)}/\left(dR/dt\right)_\infty^{(0)}$ при указанных значениях температуры для испаряющихся капель различных радиусов.

Таблица 3.

| *T, K* | 293 | | 323 | |
|---|---|---|---|---|
| *R, м* | $\frac{\left(dR/dt\right)_0^{(\sigma)}}{\left(dR/dt\right)_\infty^{(\sigma)}}$ | $\frac{\left(dR/dt\right)_0^{(0)}}{\left(dR/dt\right)_\infty^{(0)}}$ | $\frac{\left(dR/dt\right)_0^{(\sigma)}}{\left(dR/dt\right)_\infty^{(\sigma)}}$ | $\frac{\left(dR/dt\right)_0^{(0)}}{\left(dR/dt\right)_\infty^{(0)}}$ |
| $10^{-5}$ | 7,811 | 7,811 | 15,219 | 15,227 |
| $10^{-6}$ | 1,682 | 1,681 | 2,424 | 2,422 |
| $10^{-7}$ | 1,069 | 1,068 | 1,143 | 1,142 |
| $10^{-8}$ | 1,007 | 1,007 | 1,015 | 1,014 |

Численные значения первых двух строк табл.3 показывают, что имеют место большие расхождения между начальной и конечной скоростями изменения радиуса капли, а из последних двух строк таблицы видим незначительные расхождения между этими скоростями. Следовательно, для вычисления времени полного испарения достаточно мелких капель воды, радиусы которых находятся в пределах от $10^{-7}$ до $10^{-8}$ , можно использовать формулу (27), являющуюся довольно простой, содержащую при этом коэффициент поверхностного натяжения.

ЛИТЕРАТУРА


1. *Яламов Ю.И., Кузьмин М.К.* Влияние коэффициента испарения на нестационарный процесс изменения размера аэрозольной капли // Докл. АН. 2005. — Т. 402, № 41. — С. 484 – 487.
2. *Maxwell J.C.* Collected Scientific Papers. — Cambridge: 1890, **11**, 625.
3. *Фукс Н.А.* Испарение и рост капель в газообразной среде. — М.: Изд-во АН СССР, 1958. — 91 с.
4. *Хирс Д., Паунд Г.* Испарение и конденсация. — М.: Металлургия, 1966. — 196 с.
5. *Яламов Ю.И., Кузьмин М.К.* Об учете изменения температуры внутри аэрозольной капли при ее нестационарном испарении // Вестник МГОУ. Труды Центра фундаментальных научных иссл. Физика, 2007. — № 1. — С. 5 — 18.
6. *Сивухин Д.В.* Термодинамика и молекулярная физика. — М.: ФИЗМАТЛИТ; Изд-во МФТИ, 2003. — 276 с.
7. *Nix N., Fukuta N.* Nonsteady-state theory of droplet growth //J. Chem. Phys., 1972. — V. 58, N 4. — P.p. 1735—1740.
8. *Деч Г.* Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования — М.: Наука, 1971. — 288 с.
9. *Амелин А.Г.* Теоретические основы образования тумана при конденсации пара. — М.: Химия, 1972. — 304 с.
10. *Zunjing W., Min C., Zengyuan G.* // Xi`an jiaotong daxue xuebao / J. Xi`an Jiaotong Univ., 2001, **35**, N 11, 1126—1130.
11. *Варгафтик Н.Б.* Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. — М.: Наука, 1972. — 720 с.


## THE THEORY OF NONSTATIONARY EVAPORATION OF SPHERICAL AEROSOL DROP IN VIEW OF DEPENDENCE OF SATURATED STEAM PRESSURE FROM CURVATURE OF ITS SURFACE

**M. Kuzmin**

*Moscow State Regional University*
*10a, Radio st., Moscow, 105005, Russia*

*Abstract.* The theory of nonstationary evaporation of spherical aerosol fixed drop is constructed paying attention to accounting of the surface tension coefficient of drop agent. Detailed analysis of limiting formulas obtained from the formula of rate of drop radius change, which is valid for all values of time, was carried out.
*Keywords:* nonstationary evaporation, saturated steam pressure, surface tension coefficient, limiting formulas, rate of drop radius change.