

## НАУКИ О ЗЕМЛЕ. ЭКОЛОГИЯ

УДК 532.5

*Авербух Е.А., Куркин А.А.*

*Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексева*

*Куркина О.Е.*

*Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексева,*

*Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики"*

*(г. Нижний Новгород)*

### МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПЛЕНОК ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ В ПОЛЕ ЛИНЕЙНЫХ БЕГУЩИХ КРАЕВЫХ ВОЛН НА ШЕЛЬФЕ МОРЯ\*

*E. Averbukh, A. Kurkin*

*Nizhny Novgorod state technical university*

*O. Kurkina*

*Nizhny Novgorod state technical university*

*National research university "Higher school of Economics" (Nizhny Novgorod)*

### MODELING OF THE SURFACTANT DYNAMICS IN THE FIELD OF LINEAR TRAVELING EDGE WAVES ON SEA SHELF

*Аннотация.* В работе проведено численное исследование динамики пленки поверхностно – активных веществ в поле топографически захваченных длинных волн над цилиндрическим шельфом. В качестве основы моделирования используется уравнение баланса поверхностной концентрации. Рассматривается динамика примеси в рамках модели адвекции – диффузии – релаксации. Проведено сравнение для различных моделей шельфа: «бесконечный откос», «шельф - ступенька», вогнутый экспоненциальный шельф. Установлено, что поперечный рельеф дна существенно не влияет на геометрию распределения пленки, а оказывает влияние на количественные параметры концентрации. Исследовано влияние номера моды на уровень концентрации для различных моделей шельфа. С повышением номера моды увеличиваются экстремумы отклонения концентрации от равновесного уровня.

*Ключевые слова:* концентрация, топографические захваченные волны, уравнение баланса вещества, адвекция, диффузия, релаксация.

*Abstract.* In this paper the numerical simulation of surfactant dynamics in the topographically trapped long waves over a cylindrical shelf is described. Numerical modeling is based on the balance equation of the surface concentration. The dynamics of impurities was considered in the advection - diffusion - relaxation model. The comparison of different models of the shelf: "endless slope", "shelf - step" concave exponential shelf has been made. It was established that the transverse bottom topography does not significantly affect the geometry of the distribution of the pellicle, but it has an impact on the quantitative parameters of concentration. The influence of the number of mode on the concentration level for various models of the shelf was studied. The growth of the mode's number increases the derivative concentration extremes from the equilibrium level.

*Key words:* concentration, topographic trapped waves, the equation of material balance, advection, diffusion, relaxation.

За последнее десятилетие заметно возросла интенсивность использования прибрежных районов и шельфов российских морей, динамично развивается индустрия туризма, кото-

\* © Авербух Е.А., Куркин А.А., Куркина О.Е..

рая приводит к притокам населения и увеличению использования морских ресурсов. Перечисленные особенности ведут к распространению пленок различного рода поверхностно-активных веществ (ПАВ). Органические пленки биогенного и антропогенного происхождения могут покрывать до 20% поверхности Мирового океана. Особенно высок уровень концентрации ПАВ в шельфовой зоне. Биогенные пленки – результат жизнедеятельности морских организмов и растений, главным образом фито- и зоопланктона. Поверхностные пленки антропогенного происхождения в основном связаны с разливом нефти и нефтепродуктов и выбросом в море сточных вод [7]. Среди них выделяют синтетические ПАВ – СПАВ, которые поступают в морскую среду в значительных количествах с хозяйственно-бытовыми, сельскохозяйственными и промышленными стоками. Все эти загрязняющие вещества, скапливающиеся в поверхностном слое океанской воды, оказывают значительное влияние на биологические и химические процессы в океане, нарушается экологическое равновесие.

Уровень концентрации ПАВ в океане, даже в естественных условиях, достаточен для изменения физических свойств водной поверхности. Поэтому образование сплошных пленок на море может влиять на многочисленные физические процессы взаимодействия между атмосферой и океаном: передачу энергии от ветра к волнам, характер волнения и механизмы формирования поверхностных волн [9], распределение температуры и характер конвекций над пленкой; пленки ПАВ не только ослабляют уже существующие высокочастотные гравитационно-капиллярные волны с длинами до 5 см и коротковолновые компоненты ветрового волнения, но и препятствуют их генерации. Изменения концентрации ПАВ, связанные с неоднородными и нестационарными течениями, вызывают существенную модуляцию поверхностных волн сантиметрового диапазона. Согласно работе Huhnerfuss H., Garrett W.D. [21], увеличение концентрации ПАВ до значения, достаточного для образования не-

растяжимой пленки на поверхности жидкости, может привести к увеличению почти на порядок минимальной скорости ветра, необходимой для генерации волн.

Однако видимое на радиолокационных изображениях (РЛИ) «сглаживание» поверхностного волнения может быть вызвано не только пленочными загрязнениями различной природы, но и другими причинами. Это, например, ослабление приповерхностного ветра, образование пленки цветущих водорослей, интенсивные осадки, различные формы льда и т. п. Подробный обзор пленочных образований, их отображения на РЛИ и проблем, связанных с идентификацией и классификацией загрязнений морской поверхности, дан в работе А.Ю. Иванова [2]. Однако для корректной интерпретации радиолокационных данных необходимо не только отличать пленки ПАВ от других пленочных образований, но и иметь представление о пленочных «образах» различных физических процессов и поверхностных проявлениях различных типов волн, поэтому изучение динамики пленок ПАВ в поле неоднородных и нестационарных течений различного генезиса является актуальной задачей.

Настоящая работа посвящена численному исследованию динамики ПАВ в поле краевых волн. Явления, связанные со сликообразованием ПАВ, активно изучались для ряда других процессов в океане и атмосфере, которые визуализируются за счет скопления ПАВ в зонах, индуцированных этими процессами поверхностных течений; среди них: циркуляции Ленгмюра, апвеллинг, внутренние волны, конвергентные зоны фронтов и вихревых структур [2]. Однако поверхностные проявления краевых волн, которые вызывают небольшие смещения морской поверхности, создают наиболее заметные возмущения именно в поле горизонтальной скорости, еще не рассматривались в литературе.

Краевыми волнами называются относительно высокочастотные волны, которые распространяются вдоль берега и фактически не чувствуют вращения Земли. Они достигают максимальной амплитуды на границе с сушей, быстро спадая с удалением от берега. Вся

энергия этих волн сосредоточена в узкой прибрежной зоне и фактически не может передаваться в открытый океан, так что происходит своеобразный “захват” волновой энергии. Захват краевых волн определяется в основном эффектом изменения глубины бассейна. Краевые волны, даже в длинноволновом пределе, обладают сильной дисперсией, обусловленной изменением рельефа в направлении, перпендикулярном движению волны.

Поперечная относительно берега структура баротропных захваченных волн в бассейне переменной глубины описана в работах ряда зарубежных и российских авторов: Ishii H., Abe K.; Ball F.K.; Evans D.V., McIver P.; Grimshaw R.; Munk W., Snodgrass F., Wimbush M.; Ursell F. [22;16; 18; 19; 27; 29]; Рабинович А.Б.; Ле Блон П., Майсек Л.; Полухиной О.Е. и др.; Куркина А.А. [11; 8; 10; 5]. Недавно были получены некоторые точные решения полнелинейных уравнений гидродинамики, описывающие волны во вращающемся океане над шельфом с постоянным уклоном [17]. Математически это достаточно сложная задача, поскольку краевая задача оказывается двумерной (относительно вертикальной и поперечной к берегу координат). Только в приближении мелкой воды краевая задача содержит одну переменную

(поперечную к берегу), при этом переменная глубина играет роль потенциала в уравнении Штурма - Лиувилля. Для этого случая достаточно подробно изучены свойства краевых волн над дном с произвольным профилем [11; 19; 27; 8]. Нелинейная теория длинных краевых волн также развивалась: были выведены уравнения Кортевега – де Вриза [20] и Шредингера для огибающей [13; 15; 32; 31], вычислены нелинейные поправки к фазовой скорости [30; 25; 26; 13], проанализированы нелинейные взаимодействия в триадах краевых волн [23; 24; 3; 12]. Отметим также исследование по нелинейной динамике длинных краевых волн над «бесконечным откосом» [1; 4] и слабодисперсионную модель краевых волн [28].

В настоящей работе, в качестве первого шага, проведено моделирование динамики пленок ПАВ в поле линейных бегущих краевых волн в пограничных областях океана в приближении цилиндрического рельефа дна в рамках модели адвекции, дополненной диффузионными и релаксационными слагаемыми.

В качестве основы исследования было использовано уравнение баланса поверхностной концентрации поверхностно-активных веществ  $\Gamma(x, y, t)$  для «двухмерной» (толщина порядка 300 ангстрем) пленки [14]:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \frac{\partial(u\Gamma)}{\partial x} + \frac{\partial(v\Gamma)}{\partial y} = D\left(\frac{\partial^2 \Gamma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial y^2}\right) + \frac{\Gamma_0 - \Gamma}{\tau}, \quad (1)$$

где  $u(x, y, t)$ ,  $v(x, y, t)$  – компоненты двухмерной (поверхностной) заданной скорости гидродинамического потока. Параметр  $D$  есть коэффициент горизонтальной (поверхностной) диффузии, а  $\tau$  – характерное время релаксации пленки, описывающее процессы обмена с более глубокими слоями воды,  $\Gamma_0$  – равновесная концентрация пленки на поверхности раздела (в отсутствие течения). Эта величина может зависеть от многих параметров, например, от скорости ветра над водой,

температуры, солености воды и др. Коэффициенты  $D$  и  $\tau$  являются эмпирическими. Они могут меняться в пространстве и во времени и также определяются различными физическими процессами в окрестности поверхности раздела.

Полям краевых волн определяются компоненты горизонтальной приповерхностной скорости, они записываются в следующем виде [11]:

$$\begin{aligned} u(x, y, t) &= \text{Re}\{U(y) \exp i(\omega t - kx)\} \\ v(x, y, t) &= \text{Re}\{V(y) \exp i(\omega t - kx)\} \end{aligned} \quad (2)$$

где  $U(y)$ ,  $V(y)$  – комплексные функции, описывающие распределение волновых полей по поперечной к берегу координате  $y$  (структура моды),  $\text{Re}$  – знак вещественной части получаемых выражений,  $\omega$  – частота,  $k$  – вдольбереговое волновое число. Компоненты скорости можно записать следующим образом:

$$U = \frac{gk}{\omega} F, \quad V = \frac{ig}{\omega} \frac{dF}{dy} \quad (3)$$

где  $F(y)$  – структура моды краевой волны, которая находится как решение линейной краевой задачи вида:

$$\frac{d^2 F}{dy^2} + \frac{1}{h} \frac{dh}{dy} \frac{dF}{dy} + \left( \frac{\omega^2}{gh} - k^2 \right) F = 0, \quad (4)$$

здесь  $h(y)$  задает форму профиля рельефа дна на цилиндрическом шельфе. На берегу ставится условие отсутствия потока массы через береговую границу. На бесконечности структура мод стремится к нулевому значению для захваченных волн.

Уравнение (1) было решено численно с помощью метода конечных разностей. Неявная схема решалась методом переменных направлений:

$$\begin{aligned} & \Gamma_{i-1,j}^{n+1/2} \left( -\frac{u_{i,j}^{n+1/2}}{2\Delta x} - \frac{D}{\Delta x^2} \right) + \Gamma_{i,j}^{n+1/2} \left( \frac{1}{\Delta t/2} + (u_x)_{i,j}^{n+1/2} + 2\frac{D}{\Delta x^2} \right) + \\ & + \Gamma_{i+1,j}^{n+1/2} \left( \frac{u_{i,j}^{n+1/2}}{2\Delta x} - \frac{D}{\Delta x^2} \right) = \Gamma_{i,j-1}^n \left( \frac{D}{\Delta y^2} + \frac{v_{i,j}^n}{2\Delta y} \right) + \\ & + \Gamma_{i,j}^n \left( \frac{1}{\Delta t/2} - 2\frac{D}{\Delta y^2} - (v_y)_{i,j}^n \right) + \Gamma_{i,j+1}^n \left( \frac{D}{\Delta y^2} - \frac{v_{i,j}^n}{2\Delta y} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \Gamma_{i,j-1}^{n+1} \left( -\frac{v_{i,j}^{n+1}}{2\Delta y} - \frac{D}{\Delta y^2} \right) + \Gamma_{i,j}^{n+1} \left( \frac{1}{\Delta t/2} + (v_y)_{i,j}^{n+1} + 2\frac{D}{\Delta y^2} + \frac{1}{\tau} \right) + \\ & + \Gamma_{i,j+1}^{n+1} \left( \frac{v_{i,j}^{n+1}}{2\Delta y} - \frac{D}{\Delta y^2} \right) = \Gamma_{i-1,j}^{n+1/2} \left( \frac{u_{i,j}^{n+1/2}}{2\Delta x} + \frac{D}{\Delta x^2} \right) + \\ & + \Gamma_{i,j}^{n+1/2} \left( \frac{1}{\Delta t/2} - 2\frac{D}{\Delta x^2} - (u_x)_{i,j}^{n+1/2} \right) + \Gamma_{i+1,j}^{n+1/2} \left( -\frac{u_{i,j}^{n+1/2}}{2\Delta x} + \frac{D}{\Delta x^2} \right) + \frac{\Gamma^0}{\tau} \end{aligned}$$

где в качестве граничных условий на берегу ставилось условие непротекания  $\frac{\partial \Gamma}{\partial n} = 0$ , а мористую границу области будем считать достаточно далекой, так, чтобы волновые возмущения не успевали доходить в эту область за время расчетов, т. е. концентрация там не изменялась и всегда оставалась равной начальной, или равновесной, концентрации  $\Gamma_0$  (рис.1).

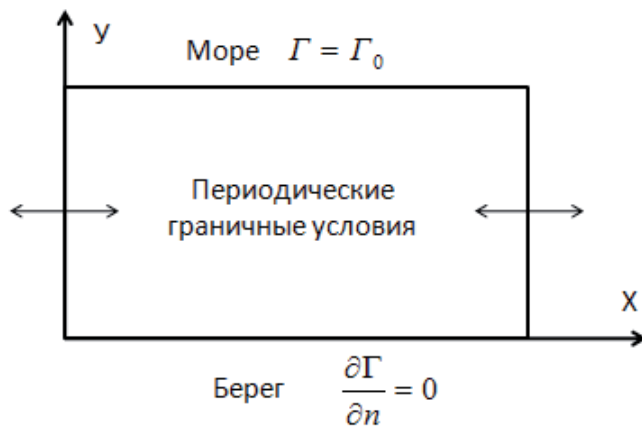


Рис.1. Постановка граничных условий

Периодические граничные условия на боковых границах задавались:

$$\Gamma_{1,j}^n = 2\Gamma_{N,j}^n - \Gamma_{N-1,j}^n, \quad \Gamma_{N,j}^n = 2\Gamma_{1,j}^n - \Gamma_{2,j}^n.$$

Вначале рассмотрим поведение концентрации пленки ПАВ при прохождении краевых волн над вогнутым экспоненциальным шельфом. Для аппроксимации рельефа дна в зоне шельфа – континентального склона экспоненциальными функциями применяется профиль глубины вида (рис. 2):

$$h(y) = H_0(1 - e^{-ay}), \quad (6)$$

где  $H_0$  – постоянная глубина на бесконечности,  $a^{-1}$  – характерная ширина шельфа.



Рис. 2. Модель вогнутого экспоненциального шельфа

Профиль (6) позволяет достаточно хорошо описывать рельеф прибрежной зоны для многих районов Мирового океана. Модальная структура краевых волн для данного профиля глубины имеет вид [10]:

$$F(y) = \exp(-apy) \frac{\Gamma(2p+1)}{\Gamma(2p+n+1)} \cdot \sum_{j=0}^n \frac{n!}{j!(n-j)!} \frac{\Gamma(2p+n+j+1)}{\Gamma(2p+j+1)} (-1)^j \exp(-ajy) \quad (7)$$

где  $\Gamma(z)$  – гамма – функция, а  $p = \frac{1}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{4k^2}{a^2}} - (2n+1) \right) > 0$ .

Дисперсионное уравнение для данной аппроксимации шельфа имеет вид

$$\omega_n^2 = \frac{gH_0 a^2}{2} \left( (2n+1) \sqrt{1 + \frac{4k^2}{a^2}} - (2n^2 + 2n + 1) \right). \quad (8)$$

На рис.3 приведено распределение скоростей для низшей моды краевых волн.

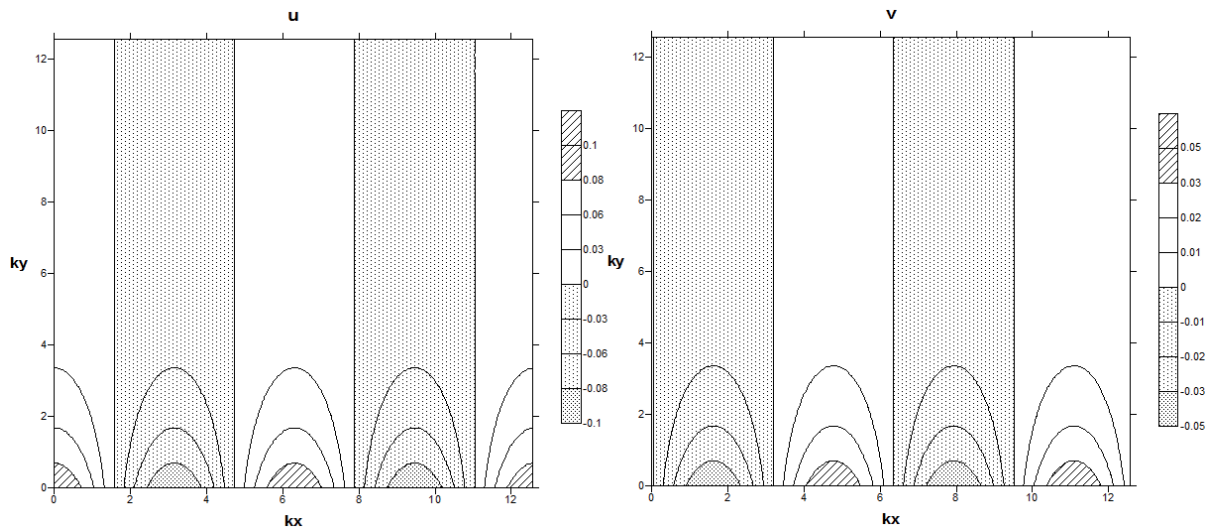


Рис. 3 Поле скоростей для краевых волн над вогнутым экспоненциальным шельфом

Расчетная область представляла собой квадрат со стороной в 800 м. Рассматривалась слабая диссипация ( $D=5$  [m<sup>2</sup>/с],  $\tau=0.5$ ч). Параметры волновой группы:  $k=0.0157$ , частота  $\omega=0.05$ .

Диффузия и релаксация морской пленки приводят к постепенному затуханию изменения концентрации, которое легко заметить по рис.4, 5.

Влияние профиля дна на концентрацию пленки изучалось в рамках модели адвекции ( $D=0$ ,  $\tau=\infty$ ), так как структура моды оказывает свое влияние только на дисперсионное соотношение и распределение скоростей. Были рассмотрены несколько профилей дна:

1. Модель «бесконечного откоса». Изменения глубины происходит по линейному закону:

$$h(y) = \text{tg}(\beta) \cdot y, \quad (9)$$

где  $\beta$  – угол наклона дна. Решение ограничено на берегу и на бесконечности, выражается в полиномах Лагерра  $L_n$ .

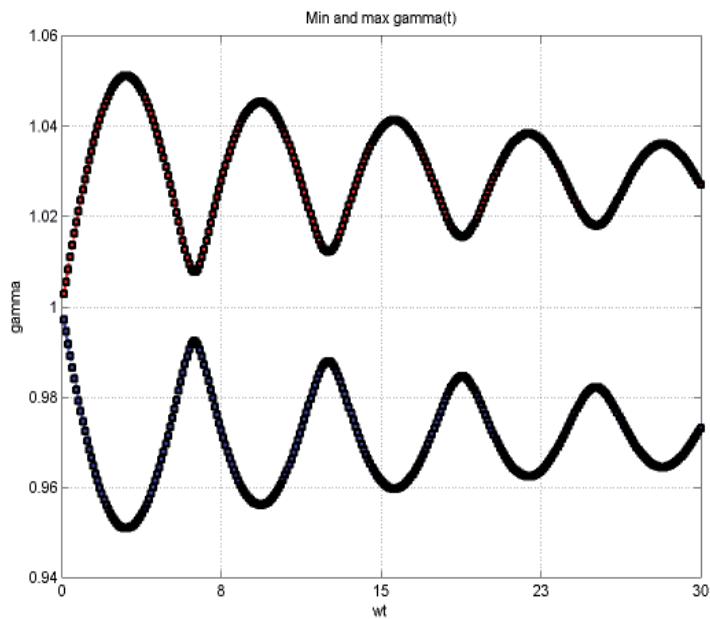


Рис. 4 Максимальное и минимальное распределение концентраций в течение времени

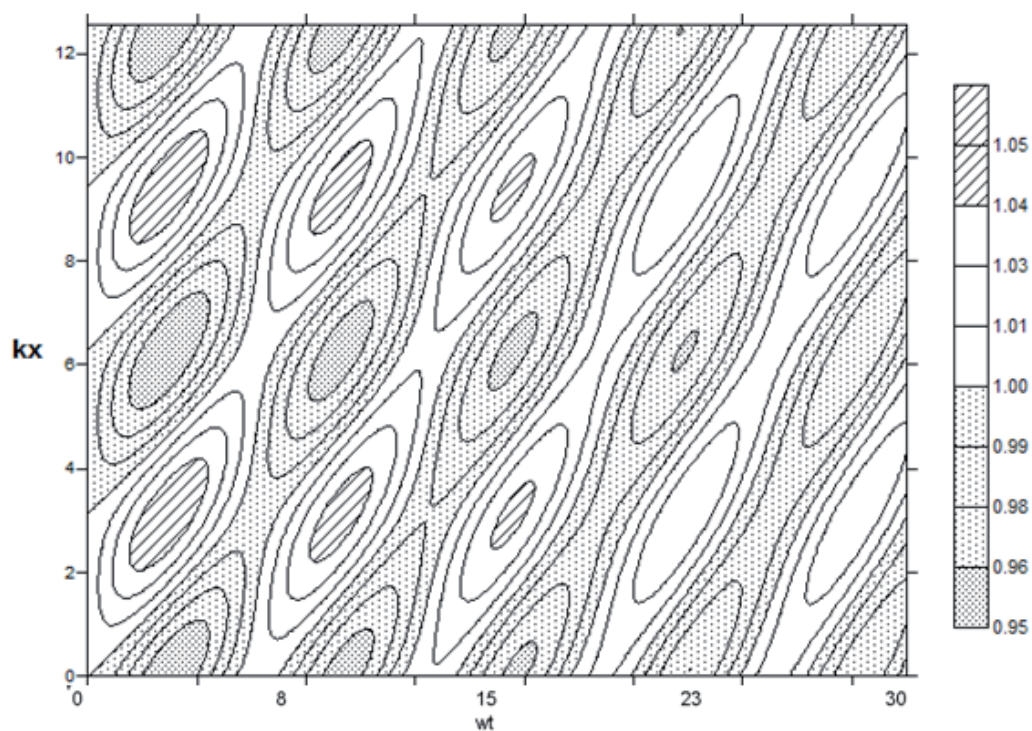


Рис. 5. Распределение концентраций на линии уреза

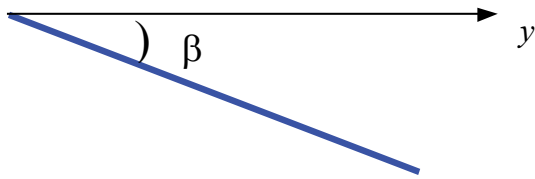


Рис. 6. Модель «бесконечного откоса»

Модальная структура для этого случая будет иметь вид [5]:

$$F(y) = A_n L_n(2ky) e^{-ky}, \quad (10)$$

причем

$$\omega_n^2 = (2n + 1)gk\beta, \quad (11)$$

$A_n$  – амплитуда при  $y = 0$ ,  $n$  – номер моды.

### 2. Модель «шельфа – ступеньки»

Профиль глубины для модели бесконечного океана с шельфом постоянной глубины («шельф – ступенька») имеет вид

$$h(y) = \begin{cases} h_1, & 0 \leq y < l, \\ h_2, & y \geq l, \end{cases} \quad h_2 > h_1. \quad (12)$$

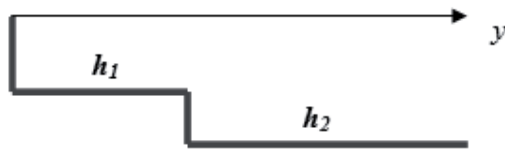


Рис. 7 Модель «шельфа – ступеньки»

Структура моды для данного шельфа описываются выражениями [10]

$$F_1(y) = \cos \frac{\mu y}{l}, \quad 0 \leq y < l$$

$$F_2(y) = \cos \mu \exp \left( -\sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{gh_2}} (y - l) \right), \quad y \geq l \quad (13)$$

где  $\mu^2 = \frac{\omega^2 l^2}{gh_1} - k^2 l^2$ . Дисперсионное соотношение задается неявным уравнением

$$\sqrt{\frac{\omega^2}{gh_1} - k^2} \operatorname{tg} \left( l \sqrt{\frac{\omega^2}{gh_1} - k^2} \right) = \frac{h_2}{h_1} \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{gh_2}}. \quad (14)$$

3. Модель вогнутого экспоненциального шельфа (рассмотренного подробно для модели адвекции – диффузии – релаксации).



Приведем некоторые результаты численного моделирования. Начальный уровень концентрации  $G_0$  единичный (обезразмеренный). Временная сетка имела шаг в 2 с., а пространственная – в 3 м. Обычно область расчета представляла собой квадрат со стороной в 200 точек. Время расчета – 5 минут. Параметры были подобраны таким образом (табл.1), чтобы волновое число и частота были одинаковые для всех профилей дна:  $k \approx 0.02$  [рад/м],  $\omega \approx 0.08$  [рад/с]. Значит, влияние оказывает только структура моды.

Таблица 1

**Параметры моделирования для различных моделей шельфа**

модель	параметр	0 мода	1 мода	2 мода
«бесконечный откос»	$\beta$	0.03	0.01	0.006
«шельф – ступенька»	$h_1$	1.5	1.3	1
	$h_2$	10	10	10
	$l$	541	540	536
вогнутый экспоненциальный шельф	$H_0$	5	2	1.5
	$a$	0.007	0.007	0.007

Подробнее рассмотрим различия в динамике примеси для низшей моды краевых волн (рис.8, 9).

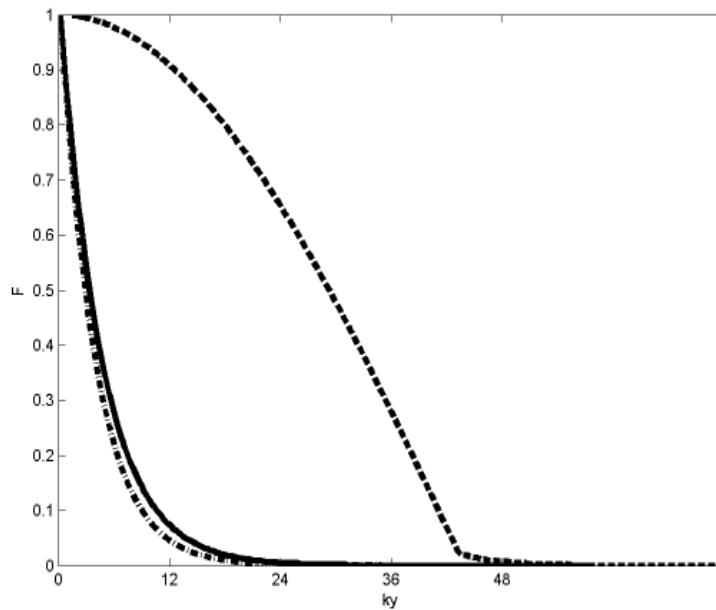


Рис. 8. Нормализованная структура низшей моды для различных моделей шельфа:  
 ●-●- «бесконечный откос», - - - - «шельф – ступенька», — вогнутый экспоненциальный шельф

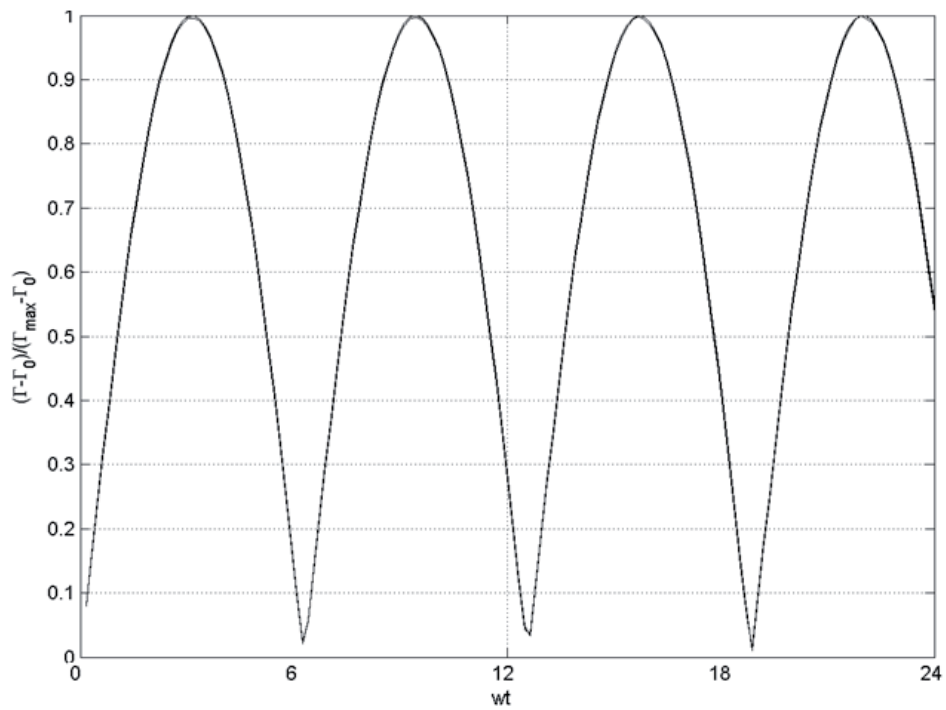


Рис. 9. Распределение нормализованных максимумов (минимумов) концентрации в поле течений, индуцированных низшей модой краевых волн от времени

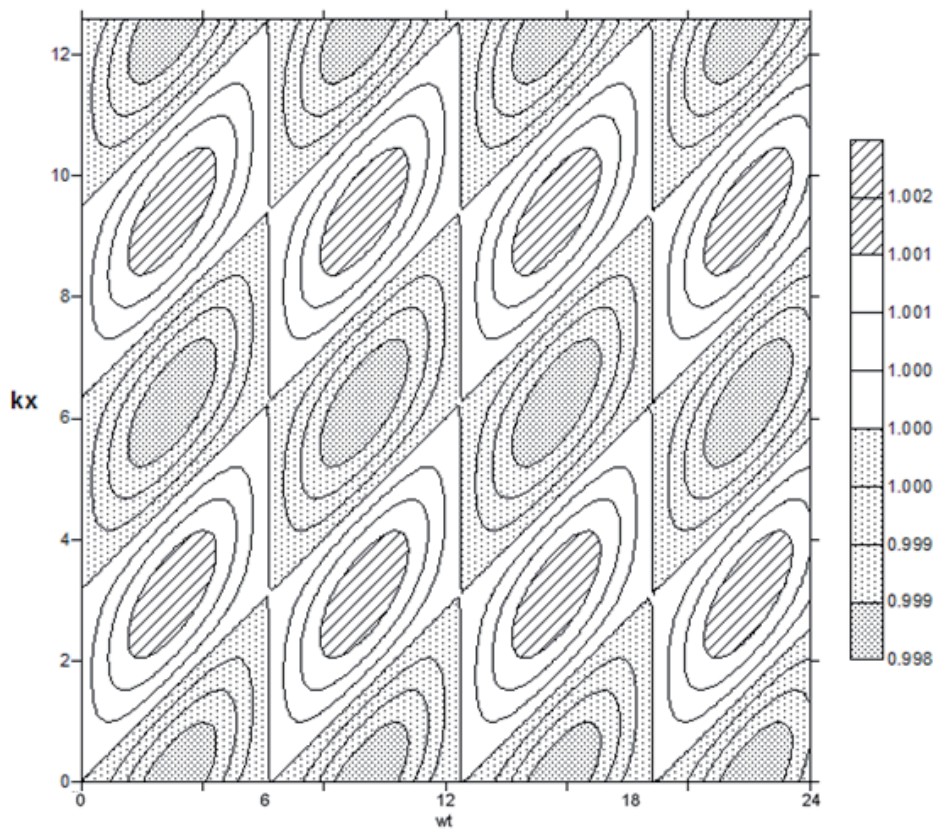


Рис. 10. Распределение концентрации вдоль линии уреза

Таблица 2

**Максимальные и минимальные значения концентраций**

Модель	0 мода		1 мода		2 мода	
	max	min	max	min	max	min
«бесконечный откос»	1.0002	0.9998	1.301	0.785	2.347	0.502
«шельф – ступенька»	1.006	0.994	1.007	0.993	1.009	0.991
вогнутый экспоненциальный шельф	1.002	0.998	1.011	0.989	1.022	0.979

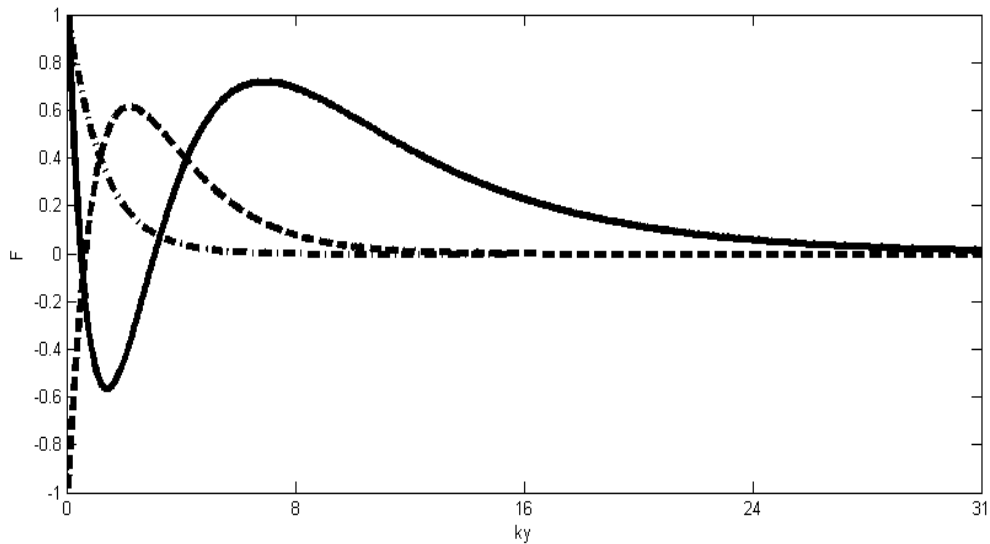


Рис. 11. Нормализованная форма свободных колебаний трех низших мод краевых волн над вогнутым экспоненциальным шельфом: ●-●-● 0 мода, - - - - 1 мода, — 2 мода

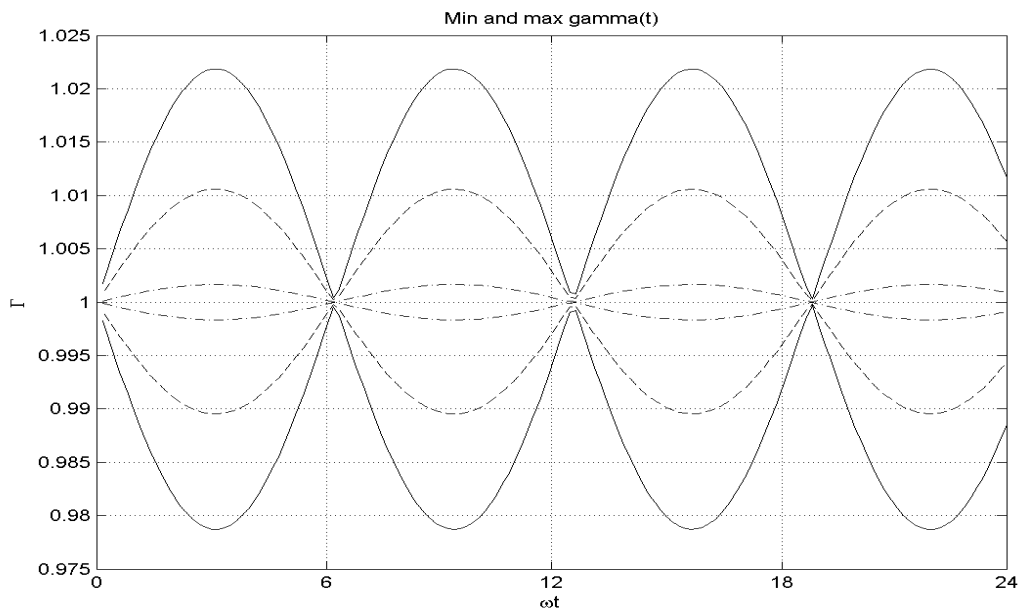


Рис. 12. Распределение максимумов и минимумов концентраций в различные моменты времени для трех низших мод краевых волн над вогнутым экспоненциальным шельфом: ●-●-● 0 мода, - - - - 1 мода, — 2 мода

Нормализованная структура «бесконечного откоса» и вогнутого экспоненциального шельфа близки между собой, а для «шельфа-ступеньки» отличается зоной выпуклости. Обезразмеривание максимумов (минимумов) концентрации было проведено с помощью значений табл. 2.

Минимальные и максимальные значения концентрации для низшей моды краевых волн при любой аппроксимации дна приходятся на границу с берегом и представлены на рис.10. Общая структура одинакова для различных модальных структур, а значения варьируются согласно табл.2.

Рассмотрим зависимость формы и уровня концентрации от номера моды, которая влияет только на выбор ветви дисперсионного соотношения и поперечную к берегу структуру поля горизонтальной скорости. Проведем сравнение для гладкого вогнутого экспоненциального шельфа (рис.11).

Распределение максимумов (минимумов) концентраций для данного профиля представлено на рис.12, где наглядно показано, что с увеличением номера моды увеличиваются экстремумы отклонения концентрации от равновесного значения. Обезразмеренная форма экстремальных значений концентрации имеет вид, аналогичный различным шельфам для нулевой моды (рис.9).

### Заключение

Проведены предварительные исследования динамики концентрации пленки ПАВ в поле линейных бегущих баротропных захваченных (краевых) волн над цилиндрическим шельфом различного рельефа. Показано, что выбор аппроксимации рельефа дна влияет лишь на количественные параметры распределения концентрации ПАВ, но качественная картина от него не зависит. Краевые волны более высоких мод при прочих близких условиях (частоте, волновом числе, амплитуде скорости частиц жидкости) вызывают более интенсивные колебания концентрации поверхностной пленки. В дальнейшем исследовании планируется продолжить и исследовать

динамику концентрации ПАВ в поле стоячих краевых волн, при прохождении аномальной краевой волны, при заданном спектре волнения, а также в поле нелинейных захваченных волн. Результаты проводимых исследований могут быть использованы при анализе РЛИ морской поверхности для интерпретации визуализируемых на них явлений.

Представленные результаты поисковой научно-исследовательской работы получены в рамках реализации мероприятия 1.2.1 «Проведение научных исследований научными группами под руководством докторов наук» ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 гг., а также при поддержке грантов Президента РФ для молодых российских ученых – докторов наук (МД-99.2010.5), и РФФИ 10-05-00199а.

### ЛИТЕРАТУРА:

1. Дубинина В.А., Куркин А.А., Полухина О.Е. Нелинейная динамика краевых волн над линейно наклонным дном // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2005. Т. 41. № 2. С. 124-28.
2. Иванов А.Ю. Стики и пленочные образования на космических радиолокационных изображениях // Исследование Земли из космоса. 2007. № 3. С. 73 – 96.
3. Кочергин И.Е., Пелиновский Е.Н. Нелинейное взаимодействие триады краевых волн // Океанология. 1989. Т. 29. № 6. С. 899 – 903.
4. Куркин А.А. Динамика нестационарных краевых волн Стокса // Океанология. 2005. Т. 45. № 4. С. 325 – 331.
5. Куркин А.А. Нелинейная и нестационарная динамика длинных волн в прибрежной зоне. Н.Новгород: НГТУ, 2005. 330 с
6. Куркин А.А., Пелиновский Е.Н., Полухина О.Е. Вариации амплитуды краевых волн при медленном вдольбереговом изменении параметров шельфа // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2006. Т. 42. № 3. С. 353 – 361.
7. Лаврова О.Ю., Митягина М.И. Спутниковый мониторинг антропогенных загрязнений прибрежной зоны // Земля и Вселенная. 2008. № 1. С. 26 – 34.
8. Ле Блон П., Майсек Л. Волны в океане. М.: Мир, 1981. 845 с.
9. Мочулин П.В., Шелковников Н.К. Генерация солитонов в чистой воде и при наличии повер-

- хностно-активных веществ // Водные ресурсы. 2009. Т. 36. № 2. С. 172 – 174.
10. Полухина О.Е., Куркин А.А., Дубинина В.А. Динамика краевых волн в океане. Н. Новгород: НГТУ, 2006. 136 с.
  11. Рабинович А.Б. Длинные гравитационные волны в океане: захват, резонанс, излучение. СПб.: Гидрометеиздат, 1993. 325 с.
  12. Резонансные трехволновые взаимодействия краевых волн Стокса / Дубинина В.А. и др. // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2006. Т. 42. № 2. С. 277 – 284.
  13. Слабонелинейные периодические краевые волны Стокса / В.А. Дубинина и др. // Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2004. Т. 40. № 4. С. 525 – 530.
  14. Талипова Т.Г. Динамика нелинейных длинных внутренних волн в стратифицированной жидкости: дис...док. физ.-мат. наук. Н.Новгород, 2004. 356 с.
  15. Akylas T.R. Large-scale modulation of edge waves // J. Fluid Mech. 1983. V. 132. P. 197 – 208.
  16. Ball F.K. Edge waves in an ocean of finite depth // Deep-Sea Research. 1967. V. 14. P. 79 – 88.
  17. Constantin A. Edge waves along a sloping beach // J. Phys. A: Math. Gen. 2001. V. 34. P. 9723 – 9731.
  18. Evans D.V., McIver P. Edge waves over a shelf: full linear theory // J. Fluid Mech. 1984. V. 142. P. 79 – 95.
  19. Grimshaw R. Edge waves: a long wave theory for oceans of finite depth // J. Fluid Mech. 1974. V. 62. P. 775 – 791.
  20. Grimshaw R. Nonlinear aspects of long shelf waves // Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics. 1977. V. 8. P. 3 – 16.
  21. Huhnerfuss H., Garrett W.D. Experimental sea slicks: their practical applications and utilizations for basic studies of air-sea interactions // J. Geophys. Res. 1981. V. 86. P. 439 – 447.
  22. Ishii H., Abe K. Propagation of tsunami on a linear slope between two flat regions. I. Eigenwave // J. Phys. Earth. 1980. V. 28. P. 531 – 541.
  23. Kenyon K.E. A note on conservative edge wave interactions // Deep-Sea Research. 1970. V. 17. P. 197 – 201.
  24. Kirby J.T., Putrevu U., Ozkan-Haller H.T. Evolution equations for edge waves and shear waves on longshore uniform beaches // Proc. 26th Int. Conf. Coastal Engineering. 1998. P. 203 – 216.
  25. Minzoni A. Nonlinear edge waves and shallow-water theory // J. Fluid Mech. 1976. V. 74. P. 369 – 374.
  26. Minzoni A., Whitham G.B. On the excitation of edge waves on beaches // J. Fluid Mech. 1977. V. 79. P. 273 – 287.
  27. Munk W., Snodgrass F., Wimbush M. Tides offshore: transition from California coastal to deep-sea waters // Geophys. Fluid Dynamics. 1970. V. 1. P. 161 – 235.
  28. Sheremet A., Guza R.T. A weakly dispersive edge wave model // Coastal Engineering. 1999. V. 38. P. 47 – 52.
  29. Ursell F. Edge waves on a sloping beach // Proc. Royal Soc. London. 1955. V. A214. P. 79 – 97.
  30. Whitham G.B. Nonlinear effects in edge waves // J. Fluid Mech. 1976. V. 74. P. 353 – 368.
  31. Yang J. The stability and nonlinear evolution of edge waves // Studied Applied Mathematics. 1995. V. 95. P. 229 – 246.
  32. Yeh H.H. Nonlinear progressive edge waves: their instability and evolution // J. Fluid Mech. 1985. V. 152. P. 479 – 499.