

УДК372.851

Середа Т.Ю.

Московский государственный областной университет

ФОРМИРОВАНИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

T. Sereda

Moscow State Regional University

FORMING THE UNIVERSAL COGNITIVE OPERATIONS AT THE LESSONS OF MATHEMATICS

Аннотация. Статья посвящена одному из ключевых положений Концепции ФГОС ООО – формированию познавательных универсальных учебных действий на уроках математики в школе. В статье даны описания основных видов познавательных универсальных учебных действий и путей их формирования у учащихся общеобразовательной школы. Представлены задания, направленные на развитие и оценку познавательных универсальных учебных действий. Даны методические рекомендации к формированию универсальных учебных действий учащихся общеобразовательной школы.

Ключевые слова: универсальные учебные действия, подведение объекта под понятие, сравнение, классификация, абстрагирование, проблема, гипотеза.

Abstract. The article is devoted to one of the key elements of the FGOS OOO concept – to the formation of universal cognitive operations at the lessons of Mathematics at school. The article describes some basic types of universal cognitive operations; as well as the methods of developing them in students of a secondary school. The article presents the tasks aimed at developing the universal cognitive operations and enabling to estimate them. The author gives guidelines for developing students' universal cognitive operations at the lessons in a secondary school.

Key words: universal training actions, summarizing the concept of the object under, comparison, classification, abstraction, problem, hypothesis.

Изменения, происходящие в системе образования, предполагают преобразование традиционных и применение новых методов и форм организации учебно-познавательной деятельности обучающихся. Для активной деятельности человек должен быть способен самостоятельно учиться, переучиваться в течение жизни, должен быть готов к самостоятельным действиям и принятию решений. На сегодняшний день актуальным является развитие у школьников универсальных учебных действий (УУД), которые обеспечивают способность учащегося к саморазвитию и самосовершенствованию посредством сознательного и активного присвоения нового социального опыта. УУД – это система действий учащегося, обеспечивающая культурную идентичность, социальную компетентность, толерантность, способность к самостоятельному усвоению новых знаний и умений, включая организацию самостоятельной учебной деятельности. Приоритетным направлением становится обеспечение развивающего потенциала новых образовательных стандартов. Системно-деятельностный подход, лежащий в основе разработки стандартов нового поколения, позволяет выделить основные результаты обучения и воспитания и создать маршрут проектирования УУД, которыми должны овладеть учащиеся. Логика развития УУД строится по формуле: от действия к мысли. Овладение учащимися универсальными учебными действиями создает возможность самостоятельного успешного усвоения новых знаний, умений и компетентностей, включая организацию усвоения, т.е. умения учиться. Качество усвоения знания определяется

© Середа Т.Ю., 2013.

характером и многообразием видов универсальных действий: личностных, познавательных, коммуникативных и регулятивных.

Под познавательными универсальными действиями понимают такие, которые обеспечивают познание – умственный творческий процесс получения и постоянного обновления знаний, необходимых человеку. Познание означает способность к умственному восприятию и переработке внешней информации. Знанием человека становится учебная информация, которая с помощью познавательных действий переработана и присоединена к имеющемуся умственному опыту. В соответствии с программой формирования УУД к **познавательным универсальным учебным действиям** относятся: общеучебные, логические учебные действия, а также постановка и решение проблем. Их функции – обеспечение успешности усвоения знаний, умений и навыков. Познавательные общеучебные действия направлены на выделение и формулирование познавательной цели, на поиск необходимой информации, на структурирование информации и знаний, на выбор наиболее эффективных способов решения задач, на выполнение знаково-символических действий, в том числе моделирования.

Если преобразование информации выполняется на основе применения законов логики, то получают логические модели, связанные с логическими познавательными действиями. К ним относятся: 1) сравнение; 2) подведение объекта под понятие; 3) классификация; 4) абстрагирование; 5) постановка и решение проблем; 6) формулирование гипотез и их обоснование; 7) построение логической цепи рассуждения; 8) доказательство; 9) выведение следствий; 10) установление причинно-следственных связей; 11) анализ и синтез; 12) установление аналогий; 13) приведение контрпримеров; 14) использование различных источников для по-

лучения математической информации.

Рассмотрим следующие учебные действия: сравнение, подведение объекта под понятие, классификация, абстрагирование, постановка и решение проблем; формулирование гипотез и их обоснование, а также использование различных источников для получения математической информации.

Сравнение — это мыслительная операция, в процессе которой устанавливают признаки сходства и различия между предметами или явлениями.

На начальном этапе формирования у школьников приема сравнения учитель знакомит учащихся с последовательностью действий, которые надо осуществить, сравнивая заданные объекты:

- 1) убедиться, что изучаемые объекты сравнимы;
- 2) выявить свойства изучаемых объектов (фигур);
- 3) выявить основу сравнения (т.е. признаки, по которым будет проведено сравнение);
- 4) описать сравниваемые объекты по этим признакам;
- 5) выявить признаки сходства и различия между объектами;
- 6) по результатам сравнения сформулировать вывод, в котором необходимо указать общие и отличительные признаки сравниваемых объектов.

Необходимо на конкретном примере показать, какие мыслительные операции надо совершить для анализа содержания задания и продемонстрировать действия, необходимые для выполнения задания.

Пример задания. Сравните свойства функций $y = x^2$ и $y = x^3$.

После задания, проанализированного учителем, целесообразно предложить учащимся выполнить аналогичное задание. При выполнении конкретных заданий формируется умение сравнивать заданные объекты.

Таблица 1

Последовательность действий при сравнении

Последовательность действий	Результаты действий
Выбираем основу сравнения	Свойства функций
Называем области определения функций	Все действительные числа
Сравниваем области определения функций: выявляем черты сходства (различия)	Одинаковые области определения.
Называем области значений функций	Все неотрицательные числа Все действительные числа
Сравниваем области значений функций: выявляем черты сходства (различия)	Различные области значений: область значений первой функции содержит все положительные числа и ноль, а область значений второй функции содержит еще и отрицательные числа
Исследуем функции на четность (нечетность)	Первая функция является четной, вторая функция является нечетной
Сравниваем функции на четность; сравниваем симметричность графиков функций относительно элементов координатной плоскости: выявляем черты сходства (различия).	Функции различны: первая – четная, вторая – нечетная. График первой – симметричен относительно оси ординат, график второй – симметричен относительно начала координат
Находим координаты точек пересечения графиков функций с осями координат	Первая функция имеет одну точку пересечения с осями: начало координат (0;0). Вторая функция имеет одну точку пересечения с осями координат: начало координат (0;0)
Сравниваем координаты точек пересечения графиков функций с осями координат: выявляем черты сходства (различия)	Координаты точек пересечения с осями совпадают
Находим промежутки знакопостоянства функций	Первая функция положительна при всех значениях x , кроме $x=0$. Вторая функция положительна при $x>0$ и отрицательна при $x<0$
Сравниваем промежутки знакопостоянства функций: выявляем черты сходства (различия)	При $x>0$ совпадают, при $x<0$ различны
Находим промежутки монотонности функций	Первая функция убывает при $x<0$ и возрастает при $x>0$. Вторая функция возрастает на всей области определения
Сравниваем промежутки монотонности функций: выявляем черты сходства (различия)	При $x>0$ обе функции возрастают, при $x<0$ первая функция убывает, а вторая – возрастает
Находим точки экстремума функций	Первая функция имеет одну точку экстремума – точку минимума (при $x=0$). Вторая функция не имеет точек экстремума
Сравниваем функции на наличие у них точек экстремума	Различие в количестве точек экстремума: первая функция имеет (одну точку экстремума), вторая – не имеет точек экстремума
Формулируем вывод по результату сравнения	Таким образом, функции $y = x^2$ и $y = x^3$ имеют одинаковые области определения и точки пересечения с осями координат; различны в области значений, в поведении, четности, промежутках знакопостоянства, в наличии точек экстремума

Задание для учащихся. Сравните свойства правильного треугольника и квадрата. По результатам сравнения заполните таблицу (см. табл. 1а)

Вывод в четвертом задании таблицы может показаться неожиданным: сумма всех внешних углов треугольника и сумма всех внешних углов квадрата одинакова и равна 720° .

Для овладения учащимися умением формулировать вывод по результату сравнения на начальном этапе учитель ставит вопросы, ответы на которые являются выводами. Использование заданий нарастающей трудности позволяет развивать и совершенствовать умение сравнивать объекты, когда учащиеся самостоятельно выбирают основу для сравнения и формулируют выводы

Задания на сравнение содержат математическую и логическую составляющие оценки ученика за ответ (табл. 2).

Подведение объекта под понятие – прием умственной деятельности, заключающийся в установлении наличия у объекта существенных признаков данного понятия. Большинство понятий школьного курса математики определяется классическим способом через ближайший род и видовые отличия: в геометрии – около 98%, в алгебре – около 70%.

Действие «Подведение под понятие» используется для первоначального закрепления изученного понятия и включает в себя следующий состав:

1) дать определение понятия, под которое подводится рассматриваемый объект;

Таблица 1а

Результаты сравнения правильного треугольника и квадрата

Основа сравнения	Сравниваемые объекты		Вывод
	равносторонний треугольник	квадрат	
1. Количество сторон			Какими сходными свойствами обладают правильный треугольник и правильный четырехугольник? По каким свойствам эти фигуры различаются?
2. Градусная мера угла			
3. Сумма всех внутренних углов			
4. Сумма всех внешних углов			
5. Наличие осей симметрии			
6. Наличие центров симметрии			
7. Возможность вписать окружность			
8. Возможность описать окружность			
9. Какая фигура получится, если последовательно соединить середины сторон			

Таблица 2

Проверка умения сравнивать математические объекты

Компоненты ответа	Проверяемые элементы знаний и элементы умений
Математическая составляющая	Умение применять математические знания к конкретным объектам
Логическая составляющая	Умение сравнивать заданные объекты: – выявлена основа сравнения, – установлено различие, – установлено сходство, – сформулирован вывод по результатам проведенного сравнения

Таблица 3

Подведение объекта под понятие «Правильная дробь»

Объект	Родовое понятие	Видовые отличия	Выводы
	Обыкновенная дробь	Числитель меньше знаменателя	
58	не является	–	не является правильной дробью
$\frac{15}{3}$	является	не выполняется	не является правильной дробью
$\frac{34}{34}$	является	не выполняется	не является правильной дробью
$\frac{27}{39}$	является	выполняется	является правильной дробью

2) проверить принадлежность объекта родовому понятию;

3) проверить наличие у объекта всех видовых отличий;

4) сделать вывод о принадлежности или непринадлежности объекта понятию.

Если хотя бы один из существенных признаков отсутствует у рассматриваемого объекта, то этот объект не принадлежит объему понятия. Учителю необходимо знать принцип составления специального набора объектов, подлежащих исследованию при подведении под понятие.

Пример задания. Выясните, принадлежит ли данный объект объему понятия «правильная дробь».

Соответствующие наборы объектов для подведения под определенные понятия могут составлять учащиеся самостоятельно, варьируя выполнение или невыполнение тех или иных существенных признаков понятия и меняя расположение объектов.

Содержание понятия раскрывается в его определении, а объем понятия раскрывается в классификации. **Классификацией** в науке называют распределение изучаемых объектов по группам (классам) на основе общих свойств (признаков). Для формирования у учащихся умения классифицировать сначала необходимо познакомить их с определением понятия «классификация», а затем – с последователь-

ностью действий, которые необходимо выполнить при классификации изучаемых объектов:

- выбираем объект классификации;
- определяем признак (основание) для классификации объектов;

- указываем группы (классы) объектов, выделенные на основе признака классификации;

- конкретизируем выделенные группы объектов примерами;

- проверяем выполнение требований к классификации (члены классификации не имеют общих элементов, объединение всех объектов составляет объем классифицируемого понятия).

На начальном этапе классификационные схемы могут быть небольшими, применяется, как правило, дихотомическое деление. Например:

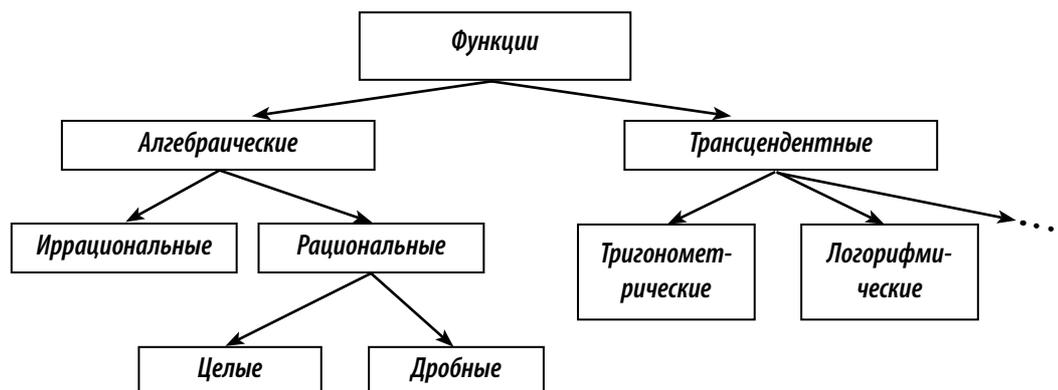
1) функции могут быть периодическими и непериодическими;

2) обыкновенные дроби могут быть правильными или неправильными;

3) плоские многоугольники могут быть выпуклыми и невыпуклыми.

Способы фиксации связей между объектами могут быть различными: рисунки, блок-схемы, таблицы. На конкретном задании составляется и заполняется классификационная схема, озвучивается последовательность действий.

Классификационная схема понятия «Функция»



Абстрагирование – мысленное выделение некоторых элементов конкретного множества и отвлечение их от других элементов данного множества.

Необходимо познакомить учащихся с последовательностью действий:

- 1) выявление общих существенных признаков перечисленных объектов;
- 2) на основе этих признаков производится исключение объекта, который не обладает этими признаками;
- 3) объяснение причины исключения объекта;
- 4) конкретизация собственными примерами.

На начальном этапе формирования умения абстрагировать в формулировке задания может быть указан существенный признак, на основе которого производится абстрагирование. Например: руководствуясь знаниями о признаках деления натуральных чисел, укажите в строке «лишнее» число. Объясните свой выбор:

909; 202; 123; 303.

В данном задании «лишним» будет число 202, так как оно не делится нацело на 3. Если задание не содержит прямого указания на признаки делимости, то «лишним» может быть число 123, так как в разряде десятков отсутствует 0. Число 202 может быть «лишним» по другой причине: оно единственное четное число в этом ряду. Затем учащимся предлагается составить свой ряд чисел, со-

держащий «лишнее» число, и объяснить, почему оно «лишнее».

Абстрагирование при решении задач способствует более глубокому пониманию смысла указанных в задаче скрытых математических операций и облегчает их решение.

Средством формирования познавательного учебного действия «постановка и решение проблем» является проблемное обучение, т.е. организация учебного процесса, предполагающая создание на уроках проблемных ситуаций и организация деятельности учащихся по их разрешению. Для создания проблемных ситуаций на уроке полезно использовать следующие методические приемы:

- 1) подведение учащихся к противоречию;
- 2) изложение различных точек зрения на один и тот же вопрос;
- 3) выполнение сравнения, анализа, обобщения и т.д.;
- 4) формулирование проблемных задач;
- 5) использование заданий на сопоставление фактов, обоснование, логику рассуждения и т.д.

Создание проблемных (нахождение пути объяснения учащимися изучаемого явления, когда их теоретических знаний для этого недостаточно) и эвристических (нахождение пути объяснения изучаемого явления, когда теоретических знаний у школьников достаточно для этого) ситуаций на уроке способствует активизации познавательной деятельности учащихся.

Последовательность действий учащихся при разрешении эвристических и проблемных ситуаций:

- 1) анализ создавшейся ситуации и формулирование проблемы;
- 2) выдвижение предположений о решении проблемы;
- 3) обоснование выдвинутых предположений как гипотезы;
- 4) выведение из этой гипотезы возможных следствий;
- 5) доказательство или опровержение гипотезы;
- 6) включение «новых» знаний в систему знаний в случае подтверждения гипотезы;
- 7) формулировка выводов.

Источником выдвижения гипотез могут быть аналогии или наблюдения некоторых закономерностей и их обобщения. В развивающем обучении применяются задачи, в формулировках которых используются такие вопросы, как: найдите связь...; выясните, чем является...; исследуйте...; сравните...; дайте оценку... и т.д. Открытая формулировка проблемы не указывает на то, какой тезис можно выдвинуть, он является неочевидным по отношению к принятым предпосылкам. Полученные результаты, благодаря замеченным закономерностям, позволяют синтезировать разные фрагменты пройденных знаний или пополнять их.

Пример задания. Исследовать, что можно сказать о выпуклом четырехугольнике, если отрезки, последовательно соединяющие середины его стороны, образуют прямоугольник (ромб, квадрат).

При такой организации деятельности учащихся формируется положительная мотивация к обучению и интерес к предмету. Обучение учащихся умению формулировать гипотезу рассмотрим на примере фрагмента урока по теме: «Проценты». Изучение материала происходит согласно схеме: наблюдение → формулирование проблемы → гипотеза → проверка гипотезы → вывод.

Наблюдение. На доске записан следующий текст. Цена на книгу сначала увеличилась на 20%, а потом снизилась на 20%. Сравнить первоначальную цену и итоговую.

Актуализируя знания учащихся, формулируем вопросы: как изменяется цена книги? Почему? Можно ли утверждать, что цена останется такой же, как и была первоначально?

Сформулируем проблему: какой ответ получится в задаче?

Сформулируем гипотезу (рис. 1):

Проверка гипотезы. Учащиеся решают задачу и сравнивают результаты, после чего формулируют вывод: цена изменилась, стала ниже. Новое знание является результатом умственного поиска учащихся сначала под руководством учителя, а по мере развития умения учащихся формулировать гипотезы – результатом их самостоятельной познавательной деятельности.

При изучении темы «Признаки делимости чисел» для решения проблемной ситуации (сформулировать признаки делимости на 6; на 15; на 30; на выбранное учащимися по аналогии число) учащимся необходимо было выдвинуть гипотезу, проверить её и сформулировать выводы.

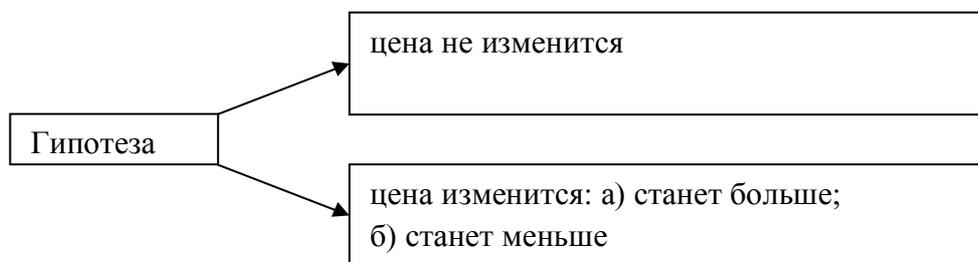


Рис 1. Гипотеза о влиянии изменения процентов на результат

Таблица 4

Признаки делимости натуральных чисел

Если	на 2	на 3	на 6
	запись числа оканчивается на 0; 2; 4; 5; 6; 8	сумма цифр числа делится на 3	?
Если	на 3	на 5	на 15
	сумма цифр числа делится на 3	Запись числа оканчивается на 0; 5	?
Если	на	на	на 30
			?
Если	на	на	На ?
			?

Задание для учащихся. Суммы внешних углов правильного треугольника и квадрата одинаковы и равны 720° (см. выше задание для учащихся на сравнение). Можно ли утверждать, что сумма внешних углов любого выпуклого многоугольника будет постоянна и равна 720° ?

Для получения математической информации учащимся приходится использовать различные источники. Информация в настоящее время может быть представлена на бумажных и электронных носителях, в том числе в сети Интернет. Использование интернет-ресурсов предполагает наличие таких умений, как осуществление поиска информации в существующих учебных ресурсах (образовательных сайтах, порталах, поисковых системах, автоматизированных обучающих системах и др.), составление собственных каталогов учебных ресурсов. Информация, полученная в результате поиска, требует самостоятельной переработки, которая включает в себя ее преобразование. Преобразование информации связано со знаково-символической деятельностью человека, в результате которой информация предстает в виде модели. Основной способ преобразования информации – ее структурирование. В обучении математике немаловажную роль играют такие способы преобразования информации, как достраивание, алгоритмизация, замещение, кодирование, декодирование. Результатом преобразования учебной информации становится ее представление в виде таблиц, схем, опорного конспекта. Одним из методических приемов, формирующих умение учащихся использовать различные источники

для получения математической информации, является работа с текстом.

Задание для учащихся. Прочитайте текст.

«Человек не в состоянии изобразить большие объекты, например, дом, в натуральную величину, поэтому при изображении большого объекта в рисунке, чертеже, макете и так далее, человек уменьшает величину объекта в несколько раз: в два, пять, десять, сто, тысяча и так далее. Число, показывающее, во сколько раз уменьшен изображенный объект, есть масштаб. Масштаб применяется и при изображении микромира. Человек не может изобразить живую клетку, которую рассматривает в микроскоп, в натуральную величину и поэтому увеличивает величину ее изображения в несколько раз. Число, показывающее, во сколько раз произведено увеличение или уменьшение реального явления при его изображении, определено как масштаб».

Запишите определение понятия, о котором идет речь, и объясните его применение. Приведите собственные примеры использования этого понятия. Что означает запись: 100:1; 1:100; 1:1? Соотнесите эти выражения с терминами: масштаб уменьшения, масштаб увеличения, натуральная величина.

Познавательные УУД формируются, когда на уроке учащиеся работают в режимах: «Ищу и нахожу», «Изображаю и фиксирую», «Читаю, говорю, понимаю», «Мыслю логически», «Решаю проблему».

Для того, чтобы дети усвоили материал по предмету, желательно:

– научить их отвечать на вопросы, задавать вопросы и вести диалог;

– научить их мыслить системно (например, основное понятие (правило) – пример – значение материала);

– помочь ученикам овладеть наиболее продуктивными методами учебно-познавательной деятельности;

– научить ребенка применять свои знания;

– развивать творческое мышление всесторонним анализом проблем;

– решать познавательные задачи несколькими способами;

– работать с информацией;

– уделять внимание самопроверке детей;

– чаще рассматривать творческие задачи.

Ведущая роль в процессе формирования УУД принадлежит учителю. Благодаря упражнениям, представляющим логические задания на программном материале математики, работа школьников превращается в школу логического мышления. При этом формируется интерес к изучению математики, происходит углубление полученных знаний.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Асмолов А.Г. Формирование универсальных учебных действий в основной школе: от действия к мысли. Система заданий : пособие для учителя / под ред. А.Г. Асмолова. – М., 2010. – 159 с.
2. Боженкова Л.И. Методика формирования универсальных учебных действий при обучении геометрии. – М., 2013. – 205 с.
3. Воробцов С.Г. Азбука логического мышления : учеб. пособие для учащихся старших классов. – М., 2007. – 352 с.
4. Гетманова А.Д. Логика : учебник для студентов высших учебных заведений. – М., 2006. – 416 с.
5. Данилюк А.Я., Кондаков А.М., Тишков В.А. Концепция духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России. – М., 2009. – 24 с.
6. Кудрявцев В.Т. Проблемное обучение: истоки, сущность, перспективы. – М., 1991. – 80 с.
7. Федеральный государственный образовательный стандарт общего основного образования / М-во образования и науки Российской Федерации. – М., 2011. – 48 с.
8. Чопова С.В. Модель формирования познавательных учебных действий // Вестник МГОУ. Серия «Педагогика». – 2011. – № 2. – С. 172-174.