

4. Гривцов А. Г. Методика численных экспериментов и динамика микрогетерогенных систем.// Метод молекулярной динамики в физической химии.-М.:М54 Наука. -1996.-С.16-59
5. Bird G.A. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows.// Clarendon Press. Oxford. 1994.

## THE STATISTICAL ANALYSIS OF FORMATION OF DIMER FOR PROBLEMS OF GAS FLOW AT LOW TEMPERATURES

A. Titov

*Moscow Institute of Physics and Technology  
9, Institute by-st., Dolgoprudny, 141700, Russia*

*Abstract:* In the boundary phase between liquid and gas at low temperatures clusters of particles are formed. Dimer is the simplest cluster. Formation of dimer of argon at three-fold collisions is considered. Plots of gathered statisticians for a case of dimer's formation are provided. The technique of use of results in the solution of gas flow problems at low temperatures by Monte-Carlo methods is offered.

*Keywords:* boundary phase, cluster, dimer, gas at low temperatures, threefold collision, Monte-Carlo methods.

УДК 539.2

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ СПЕКТРОВ ИЗЛУЧЕНИЯ СТОЯЧИХ ЭКСИТОНОВ БОЛЬШОГО РАДИУСА В КРИСТАЛЛАХ IV ГРУППЫ ЭЛЕМЕНТОВ, ЛЕГИРОВАННЫХ БОРОМ

Ф.И. Высикайло

*ОАО «Московский радиотехнический институт РАН» (г. Москва)  
ФГБНУ Технологический институт сверхтвёрдых и новых углеродных материалов  
(г. Троицк, г. Москва)*

*Аннотация.* На базе экспериментов сформулированы и верифицированы основы кумулятивной квантовой механики (ККМ). Сравнением аналитических расчётов резонансных спектров с экспериментальными данными доказано, что ККМ описывает: 1) неограниченную кумуляцию к центру резонатора симметричных  $\psi_{n-1/2}$ -функций волн де Бройля электронов (со спектром  $E_{n-1/2} \sim \pm(n-1/2)^{\pm 2}$ ), захваченных поляризационными потенциалами в сферические или цилиндрические полые резонаторы (фуллерены и нанотрубки); 2) поляризационные квантово-размерные эффекты Высикайло; 3) расщепление уровня с главным квантовым числом  $n$  на два (с  $\psi_n$  и с  $\psi_{n-1/2}$ ) с энергией между уровнями  $\Delta E_{n-1/2, n} \sim n^{-1/4}$  в случае барьера и с  $\Delta E_{n-1/2, n} = 13.56 \cdot (n-1/4)/\epsilon^2 (n-1/2)^2 n^2$  [эВ] для ямы с  $U(r) \sim -1/\epsilon r$ ; и 4) спектры переходов между состояниями с различной симметрией  $\psi$ -функций ( $\psi_n \rightarrow \psi_{n-1/2}$ ) в сверхрешётках из стоячих экситонов в кристаллах IV группы, легированных бором.

*Ключевые слова:* кумулятивная квантовая механика, квантовый резонатор, поляя молекула фуллерена, поляризационные квантово-размерные эффекты, симметричные и асимметричные  $\psi$ -функции, расщепление уровня на два.

**Введение.** В лабораториях ведутся работы по исследованию изделий на квантовых точках (КТ) или квантовых линиях (КЛ). КТ и КЛ это ловушки для электронов, т.е. квантовые резонаторы для захвата волн де Бройля электронов. В будущем КТ и КЛ – это огромное перспективное поле деятельности в квантовой электронике и практике. Ловушки для свободных электронов позволяют структурировать и управлять объёмными зарядами и электрическими полями в наномире, тем обуславливая *поляризационные эффекты Высикайло* или физическое легирование нанокристаллитов [1], что приводит к изменению диэлектрической проницаемости, электропроводности, теплопроводности и других физических свойств наноконпозитов при таком электрокатализе. Уже можно выделить несколько направлений, где КТ или КЛ имеют большие перспективы применения. Это - *биотехнологии и медицина*. В этой области применение квантовых ловушек из молекул углерода для электронов с резонансной энергией может оказаться наиболее предпочтительным. Следующее направление - это *оптоэлектроника и светодиоды* нового типа - экономичные, миниатюрные, яркие. В перспективе на основе светодиодов считается можно делать дисплеи для мониторов – очень тонкие, гибкие, с высокой контрастностью изображения. Возможно применение КТ (при создании из них мерцающих кристаллов, сверхрешёток или подрешёток) в ювелирной промышленности и для мощных СВЧ транзисторов с частотами до  $10^{11}$  Гц. Четвёртое направление – использование отрицательно заряженных ловушек - КТ или КЛ для кулоновского упрочнения (обжатия при физическом легировании наноматериалов) и улучшения характеристик *солнечных батарей и термоэлектриков* [1, 2].

Полые сферически симметричные молекулы фуллерена и замкнутые цилиндрически симметричные нанотрубки могут, из-за поляризационных сил, захватывать в свой объём ранее свободные электроны с резонансной кинетической энергией (до 6 шт. на молекулу фуллерена) и образовывать метастабильные сферически симметричные КТ или цилиндрически симметричные КЛ с полной энергией электронов больше нуля [1-3]. Это явление – квантово-размерный поляризационный эффект Высикайло первого типа, описан в [1-3] с помощью модели, восходящей к модели Гамова-Гельмгольца, применённой Г.А. Гаммовым для описания  $\alpha$ -распада атомных ядер, т. е. прохождения  $\alpha$ -частицы через потенциальный барьер ( $U(r)$ ), окружающий атомное ядро.

Волновые свойства частиц давно открыты, обобщены де Бройлем в его гипотезе, и их  $\psi$ -функция волны де Бройля в полном квантовом резонаторе с внешним потенциальным барьером описывается стационарным уравнением Шредингера или уравнением Гельмгольца в случае первой краевой задачи [4], если потенциальный барьер заменяется бесконечной потенциальной стенкой ( $U(r) = 0$  при  $r \leq R+r_{\text{ind}}$  и  $U(r) = \infty$  при  $r > R+r_{\text{ind}}$ ):

$$\Delta_3 \psi_n + k_n^2 \psi_n = 0. \quad (1)$$

В теории сферически (КТ) и цилиндрически (КЛ) симметричных резонаторов имеется ряд вопросов, на которые необходимо ответить для: 1) развития *математического описания* кумулятивных явлений в квантовой механике, которые, в частности, явно происходят при фокусировке электрона с резонансной энергией в объём  $C_{60}$  [1-3], и

дальнейшего эффективного применения ККМ для правильного описания наблюдаемых в экспериментах, но относимых к «загадочным» спектральным линиям или «загадочным» резонансным сечениям захвата электронов (рис. 1 и 2).

Основным парадоксом, по мнению автора, является следующий факт. При плоскостной симметрии в квантовых резонаторах классической квантовой механикой разрешается полный спектр собственных резонансных энергий и  $\psi$ -функций, как для асимметричных относительно центра резонатора  $\sin$ -волн ( $\psi_n(0)=0$  в центре резонатора), так и для симметричных относительно центра резонатора  $\cos$ -волн (основного тона), у которых  $\psi_{n-1/2}$ -функции, в случае плоскостной симметрии резонаторов, ограничено кумулируют к центру квантового резонатора ( $\psi_{n-1/2}(0) \sim \cos(0) \sim 1$  в центре). Для случаев сферической и цилиндрической симметрии квантовых резонаторов весь энергетический спектр симметричных  $\cos$ -волн (с полной энергией уровней  $E_{n-1/2} \sim \pm(n-1/2)^{\pm 2}$ ) выбрасывается из-за требования ограниченности  $\psi$ -функций [5, с. 209]. Автор утверждает, что во многих экспериментах с полыми поляризуемыми молекулами, типа фуллеренов и нанотрубок, наблюдаются состояния с, ошибочно запрещёнными Дираком, резонансными симметричными ( $\psi_{n-1/2}$ )  $\cos$ -волнами и соответствующие им, запрещённые Дираком, энергетические переходы, расщепление уровней с главным квантовым числом  $n$ , с симметричными  $\psi_{n-1/2}$  и асимметричными  $\psi_n$  относительно центра резонатора  $\psi$ -функциями и соответствующие таким, запрещённым Дираком, переходам спектры электромагнитного излучения (с  $\Delta E_{n,n-1/2}$ ). *Эти наблюдения связать со структурами резонаторов с плоскостной симметрией не возможно, так как в этих экспериментах явно участвуют структуры со сферической симметрией.* Решение таких парадоксов, обусловленных неограниченной кумуляцией  $\psi_{n-1/2}$  в центре **полого** сферически или цилиндрически симметричного квантового резонатора в квантовой механике проведено автором в [1-3, 6-8], поэтому будем эти парадоксы в квантовой механике называть парадоксами Высикайло (ПВ). Именно *идеальная сферическая форма  $S_{60}$*  позволила решения ПВ обосновать не только аналитически, но и впервые провести сравнения аналитических расчётов [1-3, 6-8] с имеющимися экспериментальными исследованиями формирования отрицательно заряженных метастабильных сферически симметричных КТ на базе молекул фуллеренов  $C_{60}$  и  $C_{70}$  [9]. Согласно [1-3, 6-9] в случае сферически симметричных *полых* резонаторов можно подойти к проблеме формально, - учесть все процессы и спектры, в которых участвуют состояния с симметричными ( $\psi_{n-1/2}$ )  $\cos$ -волнами и разрешить переходы между состояниями с  $\psi_n$  ( $\sin$ -) и  $\psi_{n-1/2}$  ( $\cos$ -) состояниями, которые запретил Дирак, тем более что решения с  $\cos$ -волнами в случае сферической и цилиндрической симметрий для первой краевой задачи Гельмгольца приведены в справочниках линейных уравнений математической физики [4, с. 515]. Применим ККМ для систематизации аналитических расчётов и их сравнения с экспериментальными наблюдениями за резонансным захватом электронов в полые поляризуемые молекулы фуллеренов (рис. 1-4) и для описания спектров комбинационного рассеивания стоячих экситонов по модели Высикайло в опорных кристаллах алмаза, кремния и германия, допированных (химически легированных) бором, внедряющимся в кристаллическую решётку опорного кристалла (таблица). Внедрённый в решётку трёхвалентный атом бора смещается относительно узла решётки опорного кристалла из четырёх валентных атомов и тем появляется возможность формирования состояний с  $\psi_{n-1/2}(r)$ -функциями стоячих экситонов Высикайло с соответствующим спектром  $E_{n-1/2} = -13.56 \cdot Z^2 \cdot ((n-1/2)\epsilon)^{-2}$  эВ.  $Z$  – заряд КТ. Наличием этих состояний и соответ-

ствующих им переходов отличается модель автора от модели Ванье-Мотта-Френкеля-Бора, в которой разрешены только состояния с  $\psi_n(r)$  и, соответственно, с  $E_n = -13.56 \cdot (n\varepsilon)^{-2}$  эВ [10, с. 353]. Здесь  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость кристалла.

**1. Фуллерены** представляют ловушку для электронов, обладающих резонансной энергией  $E_n > 0$ . При резонансном захвате во внутреннюю полость формируется эндоэлектрон в фуллеренах и иных полых молекулах. Отрицательный ион фуллерена  $C_N^{-m}$  с эндоэлектроном или их системой в полости можно назвать *эндоионом* и ввести обозначение для него  $e_m @ C_N$  [6-8]. Здесь  $e$  – электрон,  $m$  – число эндоэлектронов в эндоионе,  $N$  – число атомов углерода в молекуле фуллерена.

В случае *полый* молекулы  $C_{60}$  наблюдается следующая картина для резонансного сечения захвата электрона (рис.1) с полной энергией  $E > 0$  [9]. Продуктов распада  $C_{60}$  или  $C_{70}$  после захвата резонансного электрона обнаружено не было. Согласно [9] (рис. 1) эффективный радиус поляризационного взаимодействия  $R_\Sigma$  превышает характерный радиус молекулы  $C_{60}$  ( $R_{C_{60}} \approx 0,36$  нм) и для электронов с энергией порядка 2 эВ достигает  $R_\Sigma \approx 0,62$  нм, что на  $r_{ind} \approx 0,26$  нм превышает радиус молекулы –  $R$ . Это явление связано с поляризационными силами, достигающими своего максимального значения на расстоянии  $r_{ind}$ , между уже внешним (экзо) электроном и поляризованной этим экзо-электроном молекулой  $C_{60}$  (рис. 2).

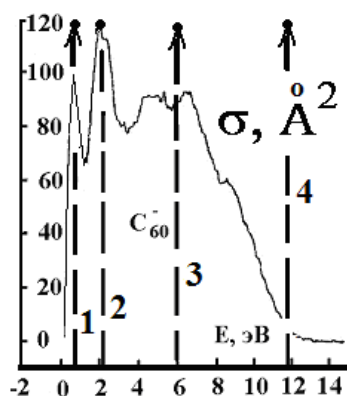


Рис. 1.

Рис. 1. Экспериментально измеренные сечения захвата электрона  $C_{60}$  в зависимости от его энергии [9]. Прямыми жирными пунктирными вертикальными линиями отмечены собственные энергии  $E_{n-1/2}$  (с главными числами  $n = 1, 2, 3, 4$ ), рассчитанные по (1) с учетом действия сил поляризации  $C_{60}$  на стабилизацию эндоиона фуллерена.

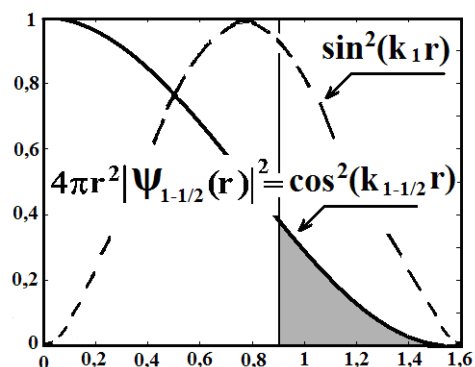


Рис. 2.

Рис. 2. Относительная вероятность  $W = 4\pi r^2 |\psi(r)|^2 dr$  найти электрон в области полый сферически симметричной молекулы [6-8] от расстояния до её центра для косинус-резонанса (с  $E_{1-1/2}$ ) обозначается сплошной линией и для синус-резонанса (с  $E_1$ ) – пунктирная линия. Прямой вертикальной линией разделены внутренние и внешние области полый поляризующейся сферически симметричной молекулы. Затемнена относительная вероятность нахождения электрона при косинус-резонансе вне оболочки полый молекулы (расчеты выполнены для  $C_{60}$ ).

В результате поляризационного взаимодействия происходит формирование в полости молекулы стоячей сферической волны – эндоэлектрона (рис. 2) с симметричной  $\psi_{n-1/2}(r)$  или с асимметричной  $\psi_n(r)$ . Аналитическое исследование поляризационных явлений проводилось в [1-3, 6-8] в рамках модели с резким поляризационным барьером, отражающим электрон в полость молекулы. Барьер расположен за оболочкой  $C_{60}$  на расстоянии 0,26 нм, т.е.  $\psi(r \geq R + r_{ind} = 0,62 \text{ нм}) \equiv 0$ . Вычислены собственные (резонансные) энергии для волн де Бройля эндоэлектрона в фуллерене с симметричной функцией -  $\psi_{n-1/2}(r)$ :

$$E_{n-1/2} = \pi^2(n-1/2)^2 \hbar^2/2m(R+r_{ind})^2 = 0,37 \cdot (n-1/2)^2/(R+r_{ind})^2 [\text{эВ}]; \quad (2)$$

и с асимметричной функцией -  $\psi_n(r)$ :

$$E_n = \pi^2 n^2 \hbar^2/2m(R+r_{ind})^2 = 0,37 \cdot n^2/(R+r_{ind})^2 [\text{эВ}]. \quad (3)$$

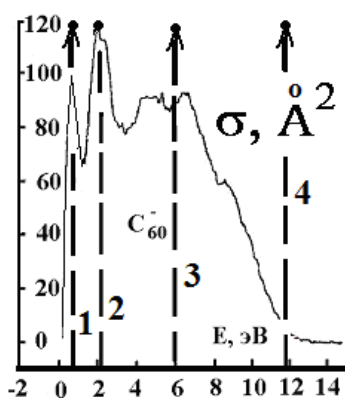


Рис. 1.

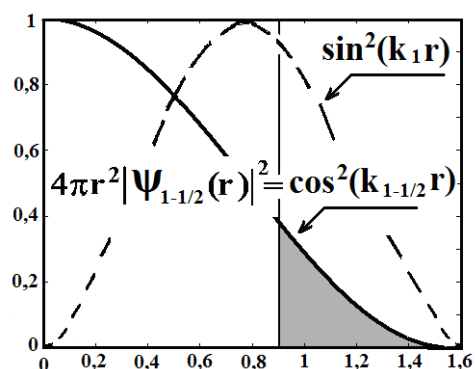


Рис. 2.

Рис. 1. Экспериментально измеренные сечения захвата электрона  $C_{60}$  в зависимости от его энергии [9]. Прямыми жирными пунктирными вертикальными линиями отмечены собственные энергии  $E_{n-1/2}$  (с главными числами  $n = 1, 2, 3, 4$ ), рассчитанные по (1) с учетом действия сил поляризации  $C_{60}$  на стабилизацию эндоиона фуллерена.

Рис. 2. Относительная вероятность  $W = 4\pi r^2 |\psi(r)|^2 dr$  найти электрон в области полой сферически симметричной молекулы [6-8] от расстояния до её центра для косинус-резонанса (с  $E_{1-1/2}$ ) обозначается сплошной линией и для синус-резонанса (с  $E_1$ ) – пунктирная линия. Прямой вертикальной линией разделены внутренние и внешние области полой поляризующейся сферически симметричной молекулы. Затемнена относительная вероятность нахождения электрона при косинус-резонансе вне оболочки полой молекулы (расчеты выполнены для  $C_{60}$ ).

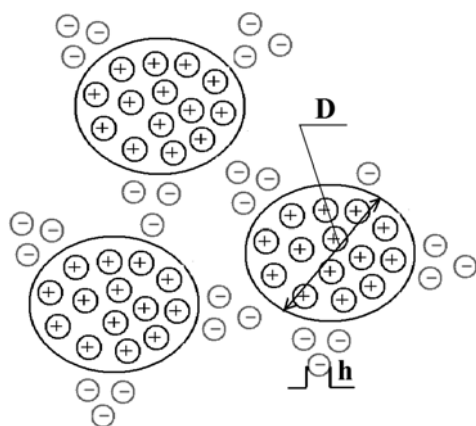


Рис.3.

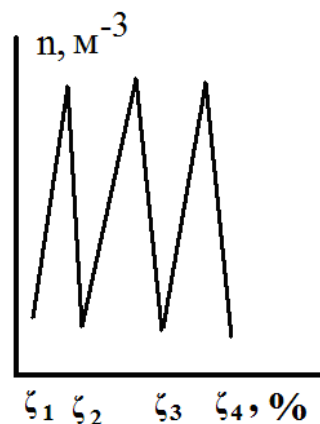


Рис.4.

Рис. 3. Модификация свойств композитных материалов слоями объемного заряда, формируемого ловушками для электронов. Схема физического принципа легирования материалов. Структуризация заряда в объеме нанокompозита, обусловленная захватом свободных электронов ловушками – квантовыми резонаторами для волн де Бройля электронов в нанокompозите [6-8].  $D$  – размер зерна нанокompозита,  $h$  – характерный размер квантового резонатора – ловушки.

Рис. 4. Характерная зависимость параметров нанокompозита, например, концентрации ионов или электронов  $n$  от объемного содержания квантовых резонаторов –  $C_{60}$  в композите.

Согласно (2-3), учитывая разницу в характерных размерах  $C_{60}$  и иных фуллеренов, можно рассчитать резонансные энергии электронов для любых фуллеренов. Так для  $C_{60}$  –  $E_{n-1/2} = 0,23; 2,1; 6,0; 11,8$  эВ; для  $C_{70}$  –  $E_{n-1/2} = 0,21; 1,9; 5,6; 11,1; 17,8$  эВ и т.д. Определены  $\psi_{n-1/2}(r) = A_{n-1/2} \cos(k_{n-1/2}r)/r$ . Построены соответствующие им профили собственных  $\psi$ -функций, определяющих вероятность –  $W_n$  нахождения электрона в области молекулы и действия сил поляризации (рис. 2). В результате аналитически описана неограниченная кумуляция волн де Бройля ( $\psi_{n-1/2}$ -функций, рис. 2) электронов в поляризующихся, сферически симметричных, квантовых резонаторах для волн де Бройля электронов – полых молекулах (на примере  $C_{60}$ ,  $70$  и др.). Эндоелектрон имеет положительную полную энергию, но из-за поляризационных сил, действующих на него, постоянно отражается от поляризационного барьера и кумулирует к центру полых сферически симметричной молекулы ( $C_{60}$ ), в результате формируется отрицательный эндоион (атом наоборот) с электроном запертым внутри полых молекулы (вероятность нахождения электрона с  $\psi_{n-1/2}$ -функцией внутри полых молекулы  $\approx 90\%$ ). Эндоелектрон, с резонансной энергией активации  $E \geq 0,23$  эВ, локализуется (в виде локализованного солитона), не образует с атомами углерода химических связей, при  $r \geq R+r_{ind}$  вероятность его нахождения равна нулю (т.е.  $\psi_n(r \geq R+r_{ind}) \equiv 0$ ). По мнению автора, механизмом «стабилизации» электронов, с энергиями менее 12 эВ, сталкивающихся с молекулой фуллерена, является их отщепление во внутреннюю полость молекулы  $C_{60}$  и последующая локализация электронов к центру поляризующейся молекулы. Совпадение экспе-

риментальных наблюдений с аналитическими расчетами дает основание автору считать полученные аналитически решения правильными. Функция  $\psi_{n-1/2} \sim \cos(k_n r)/r$  кумулирующего к центру электрона растет неограниченно к центру поляризуемой молекулы, однако вероятность нахождения электрона в центре ограничена из-за геометрического мультипликатора  $4\pi r^2$ . Учёт геометрического мультипликатора, строгое выполнение гипотезы де Бройля, т.е. сохранение собственного резонансного энергетического спектра с  $\psi_{n-1/2}$  и является основой кумулятивной квантовой механики, предложенной автором в [1-3, 6-8]. Учётом энергетического спектра  $E_{n-1/2}$  с  $\psi_{n-1/2}$  отличается ККМ от квазиклассической модели атома водорода Бора, учитывающей и в полых резонаторах только спектр с  $E_n$  и  $\psi_n$ . Захват электронов обеспечивает изменение проводимости и иных параметров нанокompозитных материалов с квантовыми резонаторами. Существенно модифицируются свойства полупроводников n- и p-типа (рис. 4), когда концентрация ловушек, порядка концентрации носителей заряда, осуществляющих перенос тока.

**2. Кумулятивно-диссипативные водородоподобные квантовые точки.** В кристаллах, в области захваченных в кристаллическую решётку атомов примеси, в результате применения ККМ автором открыты кумулятивно-диссипативные структуры с профилированной относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , кумулирующей экситоны к атомам примеси [16].

Таблица

Уровни водородоподобной полый квантовой точки в алмазе, допированном бором, с  $E_{n-1/2} = -13.56 \cdot ((n-1/2)\epsilon)^{-2}$  эВ и  $E_n = -13.56 \cdot (n\epsilon)^{-2}$  эВ

$n$	$E_n$ , мэВ Теория	$E_n$ , мэВ. Эксп. [лит.]	$\epsilon(n)$	$\Delta E$ , мэВ $= E_n - E_{n-1/2}$
1-1/2	Нет	-	6.06	
1	-369	-369 [11; 12]	6.06	
2-1/2	-164	-161 ÷ 165 [11]	6.06	72
3-1/2	-60.27	-?	6.0	17.37
3	-42.9	-42.9 [13]	5.925	17.36 [13]
4-1/2	-30.74	-30.99 [13]	6.0	7.96
4	-22.78	-22.56 [13]	6.1	7.9 [13]
5-1/2	-19.10	?	5.92	3.97
5	-15.13	-15.13 [13]	5.987	3.97 [13]
6-1/2	-13.51	-13.51 [13]	5.76	2.1
6	-11.41	-11.41 [13]	5.745	1.98 [13]
7-1/2	-9.31	-9.3 [13]	5.87	1.38
7	-7.93	-7.93 [13]	5.906	?

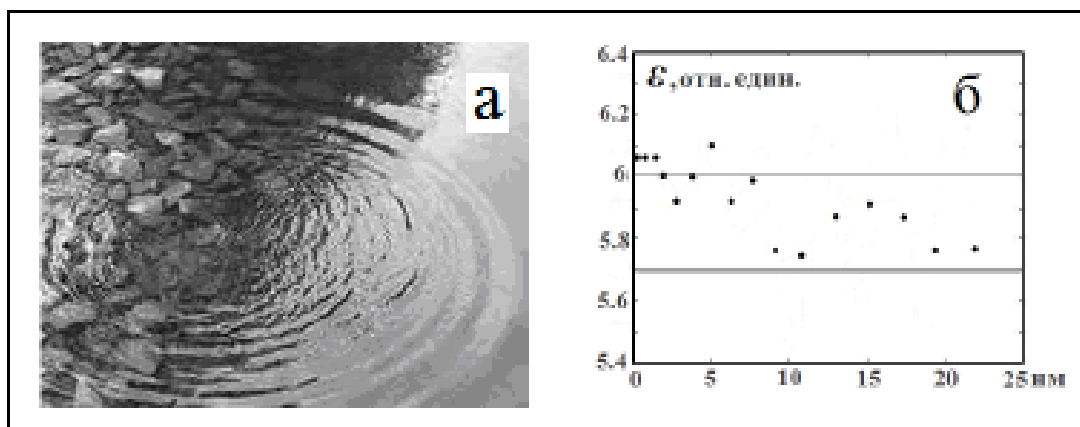


Рис. 2. Волны а) – на воде, согласно гипотезе де Бройля, аналогичны б) – волнам относительной диэлектрической проницаемости -  $\epsilon(r)$  в легированном алмазе в области внедрения в решетку атома бора (см. таблицу).

**Выводы.** Обоснованы и применены методы кумулятивной квантовой механики для описания поляризационного захвата электронов полыми молекулами (рис. 1-4) и расщепления Высикайло спектральных линий мерцающих кристаллов (сверхрешёток) в кристаллах IV группы, допированных В (таблица). Выявлена причина расщепления уровней с главным квантовым числом  $n$ . Установлена зависимость относительной диэлектрической проницаемости –  $\epsilon$  наноразмерных кристаллов от радиуса –  $r_{n-1/2} = a_0 \cdot \epsilon \cdot (n-1/2)^2$  водородоподобной КТ.  $a_0 = 0.529 \text{ \AA}$  - радиус боровской орбиты (табл. 1 и 2). Следует отметить, что в случае легирования кристаллов IV группы As и P данных по спектрам не достаточно для убедительной идентификации спектров. В случае легирования бором, этих данных достаточно для утверждения, что автором открыты стоячие полые экситоны.

Работа проводилась при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации ГК № 16.552.11.7014 и ГК № 16.523.11.3002 (работы по термоэлектрическим материалам).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Vysikaylo Ph.I. Physical Fundamentals of Hardening of Materials by Space Charge Layers // Surface Engineering and Applied Electrochemistry. 2010, V. 46, № 4, pp. 291–298.*
2. *Blank V., Vysikaylo Ph. et al. C60-doping of nanostructured Bi–Sb–Te thermoelectrics // Phys. Status Solidi A. 2011, V. 208, № 11, pp. 2783-2789.*
3. *Vysikaylo Ph.I. Cumulation of de Broglie Waves of Electrons, Endoions and Endoelectrons of Fullerenes, and Resonances in the Properties of Nanocomposite Materials with Spatial Charge Layers // Surface Engineering and Applied Electrochemistry. 2010, V. 46, № 6, pp. 547–557.*
4. *Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. с. 511, 515;*



5. П.А.М. Дирак Принципы квантовой механики. –М.: Наука. Гл. Ред. Физ.-мат. Лит. 1979 – 480 с.; P.A.M. Dirac The Principles of Quantum Mechanics. Oxford. 1958.
6. *Vysikaylo Ph.I.* Cumulative Quantum Mechanics (CQM). Part I: Prerequisites and Fundamentals of CQM// Surface Engineering and Applied Electrochemistry 2012. V. 48 N. 4. pp. 293-305.
7. *Vysikaylo Ph.I.* Cumulative Quantum Mechanics (CQM) Part II. Application of Cumulative Quantum Mechanics in Describing the Vysikaylo Polarization Quantum\_Size Effects// Surface Engineering and Applied Electrochemistry, 2012, Vol. 48, No. 5, pp. 395–411.
8. *Высикайло Ф.И.* Поляризация аллотропных полых форм углерода и её применение в конструировании нанокompозитов // Нанотехника. 2011, 1(25), с. 19–36.
9. *Jaffke T., Illenbergen E., Lezius M., Matejczik S., Smith D. and Mark T.D.* Formation of C<sub>60</sub> and C<sub>70</sub> by Free Electron Capture. Activation Energy and Effect of the Internal Energy on Lifetime// Chem. Phys. Lett., 1994, 226, pp. 213-218.
10. *Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П.* Теоретическая физика: Учеб. пособ.: Для вузов. Т.9 Статистическая физика Ч. 2. Теория конденсированного состояния. 4е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 496 с.
11. *Collins A.T., Lightowers E.C. and Dean P.J.* Role of Phonons in the Oscillatory Photoconductivity Spectrum of Semiconducting Diamond// Phys. Review 1969. V. 183, № 3, pp. 725-730.
12. *Collins A.T. and Williams A. W. S.* The nature of the acceptor centre in semiconducting diamond // J. Phys. C: Solid State Phys. (1971) № 4, pp. 1789-1800.
13. *Denisov V.N., Mavrin B.N., Polyakov S.N., Kuznetsov M.S., Terentiev S.A., Blank V.D.* First observation of electronic structure of the even parity boron acceptor states in diamond. // Physics Letters A (2012) V. 376, pp. 2812–2815.
14. *Wright G.B., Mooradian A.* Raman scattering from donor and acceptor impurities in silicon. // Phys. Rev. Lett (1967) V. 18, № 15, pp. 608-610.
15. *Jain K., Lai S., Klein M.V.* Electronic Raman scattering and the metal-insulator transition in doped silicon. // Physical Review B (1976) V. 13, № 12, pp. 5448-5464.
16. *Высикайло Ф.И.* Самоорганизующиеся кумулятивно-диссипативные наноструктуры в легированных кристаллах. Парадоксы в квантовой механике и их решение на базе кумулятивной квантовой механики. // Инженерная физика. 2013, №3, с. 15-48.

**ANALYTICAL DESCRIPTION OF THE EMISSION SPECTRA  
OF STANDING LARGE-RADIUS EXCITONS IN CRYSTALS  
OF GROUP IV ELEMENTS, BORON-DOPED**

**Ph. Vysikaylo**

*Moscow Radio Engineering Institute (Moscow)  
Technological Institute for Superhard and Novel Carbon Materials  
(Troitsk, Moscow)*

*Abstract.* The author formulated the principles of the cumulative quantum mechanics (CQM). CQM describes: 1) unlimited cumulation of symmetric  $\psi_{n-1/2}$  electron function of the de Broglie waves (with a spectrum  $E_{n-1/2} \sim \pm (n-1/2)^{\pm 2}$ ) captured potentials in spherical and cylindrical hollow cavities, 2) the polarization quantum-dimensional effects, 3) the