

УДК 537.868:537.876.4

К ВОПРОСУ ОБ ОТКЛОНЕНИИ ОТ ЗАКОНА ВИДЕМАНА-ФРАНЦА В ТОНКОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРОВОЛОКЕ ИЗ МЕТАЛЛА

Э.В. Завитаев*, О.В. Русаков**, А.А. Юшканов***

*Московский государственный университет леса (МГУЛ)

141005, Московская область, г. Мытищи, ул. 1-я Институтская, д. 1.

**Московский государственный областной гуманитарный институт (МГОГИ)

164010, Московская область, г. Орехово-Зуево, ул. Зелёная, д. 22.

***Московский государственный областной университет (МГОУ)

105005, г. Москва, ул. Радио, д. 10-а.

Аннотация. Впервые решена задача о влиянии отклонения от закона Видемана-Франца на электрическую проводимость тонкой цилиндрической проволоки из металла. В качестве граничного условия задачи принято условие зеркально-диффузного отражения электронов от внутренней поверхности проволоки. Проведено обсуждение полученных результатов.

Ключевые слова: тонкая проволока, функция распределения, электрическая проводимость.

1. Введение

Электрические свойства проводников, характерный линейный размер которых сравним с длиной свободного пробега электронов, существенно отличается от свойств «массивных» проводников [1, 2].

В работе [3] рассчитана высокочастотная электрическая проводимость тонкой цилиндрической проволоки (отношение её радиуса к длине много меньше единицы). В работе [4] решена задача о влиянии на электрическую проводимость цилиндрической проволоки продольного магнитного поля. В упомянутых работах применяется подход, основанный на решении кинетического уравнения Больцмана для электронов в металле при произвольном характере их отражения от внутренней поверхности проволоки.

В работах Видемана и Франца в 1853 г. экспериментально установлен закон, согласно которому отношение коэффициента теплопроводности λ к коэффициенту удельной электрической проводимости σ для всех металлов при одной и той же температуре одинаково и увеличивается пропорционально термодинамической температуре:

$$\frac{\lambda}{\sigma} = L_0 T, \quad (1)$$

где в законе Видемана - Франца L_0 – число Лоренца, равное $3^{-1}(\pi k)^2 e^{-2}$, k - постоянная Больцмана, e – заряд электрона и T – абсолютная температура.

Исследование отклонения от закона Видемана-Франца до сих пор остается актуальной задачей, что подтверждается широким спектром научных публикаций, например, [5-8].

Величины отклонения от этого закона при низких температурах могут принимать существенные значения [9, 10]. В данной работе мы проведём учёт подобного эффекта, к которому в последнее время наблюдается заметный интерес.

Заметим, что задачи о проводимости тонких металлических проволок становятся особенно актуальными в связи с бурным развитием микроэлектроники, где такие проволоки широко применяются.

В настоящей работе моментным методом рассчитана функция распределения, описывающая линейный отклик электронов в однородной цилиндрической проволоке на переменное электрическое поле, ориентированное вдоль оси симметрии проволоки. По найденной функции распределения удаётся рассчитать зависимость локальной и интегральной проводимостей проволоки от «коэффициента Видемана-Франца» (отношения коэффициента теплопроводности к произведению коэффициента удельной электрической проводимости на число Лоренца и на абсолютную температуру металла), от отношения радиуса проволоки к длине свободного пробега электронов и частоты, а также от коэффициента зеркальности металла.

2. Постановка задачи

Рассматривается цилиндрическая проволока из немагнитного металла радиуса R и длины L (считаем, что $L \gg R$), к концам которой приложено переменное электрическое напряжение частоты ω . Принимается, что направление электрического поля совпадает с осью симметрии проволоки. Скин-эффект не учитывается, т. к. радиус проволоки R предполагается малым по сравнению с характерной глубиной скин-слоя δ .

Однородное периодическое по времени электрическое поле

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t) \quad (2)$$

действует на электроны проводимости (они рассматриваются как вырожденный ферми-газ) внутри проволоки и вызывает отклонение f_1 их функции распределения f от равновесной фермиевской f_0 :

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = f_0(\varepsilon) + f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}), \quad \varepsilon = \frac{m\mathbf{v}^2}{2},$$

где \mathbf{r} - радиус - вектор (начало системы координат выбирается на оси симметрии проволоки), \mathbf{v} - скорость электрона, m - эффективная масса электрона в металле.

Это приводит к возникновению высокочастотного тока плотности

$$\mathbf{j} = e \int \mathbf{v} f \frac{2d^3(m\mathbf{v})}{h^3} = 2e \left(\frac{m}{h} \right)^3 \int \mathbf{v} f_1 d^3v, \quad (3)$$

где h - постоянная Планка [11].

В формуле (3) используется стандартная нормировка функции распределения f , при которой плотность электронных состояний равна $2/h^3$. Для равновесной функции $f_0(\varepsilon)$ далее используется ступенчатая аппроксимация [8]:

$$f_0(\varepsilon) = \theta(\varepsilon_F - \varepsilon) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_F \\ 0, & \varepsilon_F < \varepsilon \end{cases},$$

где $\varepsilon_F = m v_F^2 / 2$ – энергия Ферми (v_F – скорость Ферми). Предполагается, что ферми-поверхность имеет сферическую форму.

Задача сводится к отысканию отклонения f_1 функции распределения электронов от равновесной f_0 , возникающего под действием высокочастотного поля (2). В линейном приближении по электрическому полю, функция f_1 удовлетворяет кинетическому уравнению [12-14]

$$-i\omega f_1 + \mathbf{v} \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} + e(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\frac{f_1}{\tau}, \quad (4)$$

где предполагается стационарная зависимость от времени ($f_1 \sim \exp(-i\omega t)$), а интеграл столкновений взят в приближении времени релаксации электронов τ .

Кинетическое уравнение в τ – приближении соответствует случаю, когда рассеяние электронов носит чисто изотропный характер. Данный характер рассеяния электронов реализуется при рассеянии на примесях. Для чистых металлов при низких температурах оказываются существенными электрон - электронные столкновения. При таких столкновениях, суммарный импульс электронной подсистемы сохраняется, и соответствующее рассеяние электронов не носит изотропный характер. По этой причине одной теплопроводностью нельзя выразить всех кинетических характеристик металла, и необходимо изменить правую часть уравнения (4), моделирующую интеграл столкновений, чтобы описать ситуацию, при которой рассеяние электронов уже не является чисто изотропным. Интеграл столкновений, учитывающий электрон - электронные столкновения впервые был предложен в [15]. Кинетическое уравнение с учётом данного интеграла столкновений имеет вид:

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} + e(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\frac{1}{\tau} \left(f_1 - \frac{3g_0 m}{4\pi v_F^3} \mathbf{v} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \int \mathbf{v} f_1 d^3 \mathbf{v} \right). \quad (5)$$

Введём безразмерный коэффициент W , который назовем коэффициентом Видемана-Франца, равный $W = \lambda / (\sigma L_0 T) = 1 - g_0$. (g_0 – числовой параметр, $0 \leq g_0 \leq 1$). При выполнении закона Видемана - Франца $W = 1$ и $g_0 = 0$ (уравнение (5) переходит в (4)), это соответствует тому, что электроны при рассеянии полностью утрачивают свой первоначальный импульс, т.е. рассеяние происходит изотропно. При $g_0 = 1$ электроны в результате рассеяния сохраняют свой импульс, то есть трение электронного газа о кристаллическую решетку отсутствует.

Заметим, что

$$W = \frac{\sigma_0}{\sigma},$$

где $\sigma_0 = n e^2 \tau / m$ – объёмная статическая удельная проводимость металла при отсутствии отклонения от закона Видемана-Франца, n – концентрация электронов проводимости в металле.

3. Функция распределения

Преобразуем кинетическое уравнение (5) используя функцию:

$$f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = g(\mathbf{r}, \mathbf{v}) \delta(\varepsilon - \varepsilon_F) \exp(-i\omega t), \quad (6)$$

в результате получим новое уравнение:

$$-i\omega g + \mathbf{v} \frac{\partial g}{\partial \mathbf{r}} - e \mathbf{v} \mathbf{E}_0 = -\frac{g}{\tau} - \frac{3g_0 m}{4\pi v_F^3 \tau} \mathbf{v} \int \mathbf{v} g \delta(\varepsilon - \varepsilon_F) d^3 \mathbf{v}.$$

Перейдя в последнем уравнении к цилиндрическим координатам [16], выбрав направление полярной оси Z , так, чтобы она совпадала с осью симметрии проволоки, имеем:

$$\begin{aligned} -i\omega g + v_r \frac{\partial g}{\partial r} + \frac{v_\phi}{r} \frac{\partial g}{\partial \phi} + v_z \frac{\partial g}{\partial z} + \frac{v_\phi^2}{r} \frac{\partial g}{\partial v_r} - \frac{v_r v_\phi}{r} \frac{\partial g}{\partial v_\phi} - e v_z E_z = \\ = -\frac{g}{\tau} - \frac{3g_0 m}{4\pi v_F^3 \tau} v_z \int v_z g \delta(\varepsilon - \varepsilon_F) d^3 \mathbf{v}. \end{aligned} \quad (7)$$

Решение уравнения (7) проведём с помощью моментного метода [16], согласно которому функция g в приближении двух моментов представляется в виде:

$$g = a_1(r) v_z + a_2(r) v_z v_r. \quad (8)$$

Найдем соответствующие частные производные от выражения (8) и подставим их в уравнение (7). В результате получим:

$$\begin{aligned} v(a_1(r) v_z + a_2(r) v_z v_r) + v_r v_z \frac{\partial a_1(r)}{\partial r} + v_r^2 v_z \frac{\partial a_2(r)}{\partial r} + \frac{v_\phi^2 v_z}{r} a_2(r) - e v_z E_0 = \\ = -\frac{3g_0 m}{4\pi v_F^3 \tau} v_z \int v_z (a_1(r) v_z + a_2(r) v_z v_r) \delta(\varepsilon - \varepsilon_F) d^3 \mathbf{v}. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь мы учли, что $v = 1/\tau - i\omega$.

Вычислив интеграл, стоящий в правой части уравнения (9) (учитывая связи $v_r = v_\perp \cos \phi$, $v_\phi = v_\perp \sin \phi$, $v_\perp^2 + v_z^2 = v_F^2$), имеем:

$$v(a_1(r) v_z + a_2(r) v_z v_r) + v_r v_z \frac{\partial a_1(r)}{\partial r} + v_r^2 v_z \frac{\partial a_2(r)}{\partial r} + \frac{v_\phi^2 v_z}{r} a_2(r) - e v_z E_0 = -\frac{g_0 v_z}{\tau} a_1(r). \quad (10)$$

Умножим выражение (10) на v_z и проинтегрируем по пространству скоростей:

$$\begin{aligned} \left(v a_1(r) - e E_0 + \frac{g_0}{\tau} a_1(r) \right) \int v_z^2 d^3 \mathbf{v} + \left(v a_2(r) + \frac{\partial a_1(r)}{\partial r} \right) \int v_z^2 v_r d^3 \mathbf{v} + \\ + \frac{\partial a_2(r)}{\partial r} \int v_r^2 v_z^2 d^3 \mathbf{v} + \frac{a_2(r)}{r} \int v_\phi^2 v_z^2 d^3 \mathbf{v} = 0. \end{aligned}$$

Далее вычислив значения всех четырех интегралов и подставив их в последнее равенство, приходим к уравнению

$$v a_1(r) - e E_0 + \frac{1}{7} v_F^2 \frac{\partial a_2(r)}{\partial r} + \frac{1}{7} v_F^2 \frac{a_2(r)}{r} = -\frac{g_0}{\tau} a_1(r). \quad (11)$$

Ещё одно уравнение для нахождения моментных коэффициентов $a_1(r)$ и $a_2(r)$, найдем, умножив (10) на $v_z v_r$, и, интегрируя по пространству скоростей:

$$\frac{\partial a_1(r)}{\partial r} = -v a_2(r). \quad (12)$$

Объединим уравнения (11) и (12) в систему, разрешив её относительно $a_1(r)$:

$$\frac{\partial^2 a_1(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial a_1(r)}{\partial r} - \frac{7v^2}{v_F^2} \left(1 + \frac{g_0}{v\tau}\right) a_1(r) = -\frac{7veE_0}{v_F^2}.$$

Перейдем в полученном уравнении к новой безразмерной переменной $\xi = r/R$, также учтём, что $z = \frac{R}{v_F} v = \frac{R}{v_F} \left(\frac{1}{\tau} - i\omega\right) = x - iy$, тогда

$$\frac{\partial^2 a_1}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial a_1}{\partial \xi} - 7z^2 \beta^2 a_1 = -\frac{7zeE_0 R}{v_F}, \quad (13)$$

где $\beta = \sqrt{1 + \frac{x}{z} g_0}$.

В результате для определения моментного коэффициента $a_1(\xi)$ мы получили неоднородное модифицированное уравнение Бесселя, частное решение которого

$$a_1 = A_0 = \frac{eE_0 R}{z v_F \beta^2}. \quad (14)$$

Общее решение однородного модифицированного уравнения Бесселя:

$$a_1 = A_1 I_0(z\beta\sqrt{7}\xi) + A_2 K_0(z\beta\sqrt{7}\xi), \quad (15)$$

где

$$I_0(z\beta\sqrt{7}\xi) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \exp(\xi z\beta\sqrt{7} \cos \alpha) d\alpha, \quad (16)$$

$$K_0(z\beta\sqrt{7}\xi) = \int_0^\infty \frac{\cos(\xi z\beta\sqrt{7} t)}{\sqrt{t^2 + 1}} dt. \quad (17)$$

Учитывая то обстоятельство, что при $\xi = 0$ плотность тока внутри проволоки не должна быть расходящейся функцией, константу A_2 естественно положить равной нулю.

В результате решение (13) примет следующий вид:

$$a_1(\xi) = A_0 + A I_0(z\beta\sqrt{7}\xi), \quad (18)$$

где $A \equiv A_1$.

Обезразмерим уравнение (12) и воспользуемся им для нахождения моментного коэффициента $a_2(\xi)$. В результате получим:

$$a_2(\xi) = -\frac{A\beta\sqrt{7}}{v_F} I_1(z\beta\sqrt{7}\xi), \quad (19)$$

где

$$I_1(z\beta\sqrt{7}\xi) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \exp(\xi z\beta\sqrt{7} \cos \alpha) \cos \alpha \, d\alpha. \quad (20)$$

Однозначное решение поставленной задачи возможно при выборе граничного условия для неизвестной функции $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ на цилиндрической поверхности металлической проволоки. В качестве такого принимаем условия зеркально-диффузного отражения электронов от поверхности ($r = R$):

$$\int_{v_r < 0} v_z f_1(v_r) d^3 v = q \int_{v_r < 0} v_z f_1(-v_r) d^3 v, \quad (21)$$

где v_r и v_z – соответственно, компоненты скорости электрона в плоскости перпендикулярной к оси симметрии проволоки и вдоль оси симметрии проволоки; q - коэффициент зеркальности (вероятность зеркального отражения): $0 \leq q \leq 1$.

При $q = 0$ получаем условие диффузного отражения электронов проводимости от внутренней поверхности металлической проволоки, а при $q = 1$ условие чисто зеркального отражения. При значениях $q \neq 0$ и $q \neq 1$ получаем различные варианты смешанного зеркально-диффузного отражения электронов.

Граничное условие (21) позволяет получить выражение, связывающее значения моментных коэффициентов $a_1(\xi)$ и $a_2(\xi)$ на границе проволоки. После проведения соответствующих вычислений, имеем

$$\frac{2}{3} a_1(1)(1-q) = \frac{v_F}{4} a_2(1)(1+q). \quad (22)$$

Учитывая (18) и (19) получим, при $\xi = 1$, для определения константы A выражение:

$$A = V A_0, \quad (23)$$

где

$$V = \frac{q-1}{3 \left[\frac{1}{3}(1-q)I_0(z\beta\sqrt{7}) + \frac{\beta\sqrt{7}}{8}(1+q)I_1(z\beta\sqrt{7}) \right]}.$$

Соотношения (14), (18), (19) и (23) полностью определяют отклонение (6) функции распределения от равновесной в случае зеркально-диффузного отражения электронов от внутренней поверхности цилиндрической проволоки с учётом отклонения от закона Видемана-Франца.

4. Расчёт проводимости

Функция (6) позволяет определить плотность тока (3) внутри проволоки. При вычислении интеграла (3) удобно перейти к цилиндрическим координатам, как в пространстве координат, так и в пространстве скоростей. Вектор \mathbf{E} параллелен оси Z , ось симметрии проволоки совпадает с осью Z .

Поле (2) в цилиндрических координатах имеет лишь z – компоненту, соответственно, и плотность тока (3) обладает лишь z – компонентой (линии тока являются прямыми параллельными оси Z).

В силу симметрии задачи интегрирование по всему диапазону скоростей v_z заменяется интегрированием по положительному диапазону, и результат удваивается, поэтому, подставляя пределы интегрирования, и, воспользовавшись свойствами δ -функции [3, 4], приходим к выражению:

$$j_z = \frac{4em^2}{h^3} \exp(-i\omega t) \int_0^{v_F} \int_0^{2\pi+\infty} \int_0^2 \frac{v_z^2 \delta(v_z - \sqrt{v_F^2 - v_\perp^2})}{\sqrt{v_F^2 - v_\perp^2}} [a_1(\xi) + a_2(\xi) v_\perp \cos \varphi] v_\perp dv_\perp d\varphi dv_z =$$

$$= \frac{8\pi em^2 v_F^3}{3h^3} a_1(\xi) \exp(-i\omega t).$$

Окончательно получим:

$$j_z = \frac{ne}{m} \exp(-i\omega t) a_1(\xi). \quad (24)$$

Здесь мы учли, что концентрация электронов n в проволоке определяется по стандартной формуле, согласно которой

$$n = 2 \frac{m^3}{h^3} \int f_0 d^3 v = 2 \frac{m^3}{h^3} \frac{4\pi v_F^3}{3}.$$

Воспользовавшись законом Ома в дифференциальной форме, найдем удельную электрическую проводимость проволоки:

$$\sigma = \frac{en a_1(\xi)}{m E_0}. \quad (25)$$

Учитывая выражения (14), (18) и (23), получим:

$$\sigma = \sigma_0 \frac{x}{z\beta^2} (1 + VI_0(z\beta\sqrt{7}\xi)), \quad (26)$$

где $\sigma_0 = ne^2\tau/m$ – объёмная статическая удельная проводимость металла при отсутствии отклонения от закона Видемана-Франца, а интеграл $I_0(z\beta\sqrt{7}\xi)$ определен равенством (16).

Воспользовавшись (23) получим выражение для расчёта безразмерной удельной электрической проводимости проволоки:

$$\tilde{\sigma}(x, y, \xi, q, g_0) = \frac{x}{z\beta^2} \left(1 + \frac{(q-1)I_0(z\beta\sqrt{7}\xi)}{3 \left[\frac{1}{3}(1-q)I_0(z\beta\sqrt{7}) + \frac{\beta\sqrt{7}}{8}(1+q)I_1(z\beta\sqrt{7}) \right]} \right). \quad (27)$$

Проинтегрировав выражение (24), определяем полный ток через поперечное сечение цилиндрической проволоки:

$$I = \frac{2\pi ne}{m} e^{-i\omega t} R^2 \left(\frac{A_0}{2} + \frac{A}{z\beta\sqrt{7}} I_1(z\beta\sqrt{7}) \right). \quad (28)$$

Формально воспользовавшись законом Ома в виде $I = G U$, где U – напряжение на концах проволоки, получаем формулу для расчёта интегральной проводимости проволоки G (электрическое поле внутри проволоки однородное, поэтому $U = E L$):

$$G = \frac{2\pi neR^2}{mLE_0} \left(\frac{A_0}{2} + \frac{A}{z\beta\sqrt{7}} I_1(z\beta\sqrt{7}) \right).$$

Преобразуем полученное выражение, используя равенство (23):

$$G = \frac{\pi neR^2 A_0}{mLE_0} \left(1 + \frac{2V}{z\beta\sqrt{7}} I_1(z\beta\sqrt{7}) \right).$$

Учитывая (14), получим

$$G = \frac{G_0 x}{z\beta^2} \left(1 + \frac{2V}{z\beta\sqrt{7}} I_1(z\beta\sqrt{7}) \right), \quad (29)$$

где $G_0 = \pi R^2 \sigma_0 / L$, а интеграл $I_1(z\beta\sqrt{7})$ определен равенством (20) при $\xi = 1$.

Снова воспользовавшись (23) получим выражение для расчёта безразмерной интегральной электрической проводимости проволоки:

$$\tilde{G}(x, y, q, g_0) = \frac{x}{z\beta^2} \left(1 + \frac{2}{z\beta\sqrt{7}} \frac{(q-1)I_1(z\beta\sqrt{7})}{3 \left[\frac{1}{3}(1-q)I_0(z\beta\sqrt{7}) + \frac{\beta\sqrt{7}}{8}(1+q)I_1(z\beta\sqrt{7}) \right]} \right). \quad (30)$$

Заметим, что при проведении численных расчётов результаты, полученные после применения формул (27) и (30) в случае отсутствия поправки к закону Видемана-Франца, когда $g_0 = 0$ (при этом коэффициент Видемана-Франца $W = 1$), совпадают с результатами работы [3], в которой использовался другой математический подход к проблеме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петров Ю.И. Физика малых частиц. Наука. М. 1984.
2. Dingle R.V. The electrical conductivity of thin wires. // Proc. Roy. Soc. A. 1950. V. 201. P. 545-560.
3. Завитаев Э.В., Юшканов А.А. Высокочастотная проводимость тонкой цилиндрической проволоки из металла. // Микроэлектроника. 2008. Т. 37. С. 429-438.
4. Завитаев Э.В., Юшканов А.А. Зависимость электрической проводимости тонкой цилиндрической проволоки в продольном магнитном поле от характера отражения электронов. // ЖЭТФ. 2006. Т. 130. С. 887-894.
5. Catelani G., Aleiner I.L. Interaction corrections to the thermal transport coefficients in disordered metals: quantum kinetic equation approach. // Препринт. ArXiv: cond-mat/0405333. 2004. P. 35.
6. Булыгин В.С. Определение отношения коэффициентов теплопроводности и электропроводности методом Кольрауша. // Физическое образование в Вузах. 2004. Т. 10. № 4. С. 75-80.
7. Снарский А.А., Женировский М.И., Безсуднов И.В. О законе Видемана-Франца в термоэлектрических композитах. // Термоэлектричество. 2006. № 3. С. 59-65.
8. Моисеев И.О., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. Использование двухпараметрического кинетического уравнения для вычисления электромагнитного поглощения мелкой металлической частицей. // Оптика и спектроскопия. 2006. Т. 101. № 5. С. 857-861.
9. Медведь А.И. Температурные изменения термоэдс и отклонение от закона Видемана-Франца сплава Fe-Ni-Ti в мартенситно-аустенитных состояниях. // Термоэлектричество. 2006. № 4. С. 19-29.
10. Wakeham N., Bangura A.F., Xu X., Mercure J-F., Greenblatt M., Hussey N.E. Gross violation of the Wiedemann–Franz law in a quasi-one-dimensional conductor. // Nature Communications. – DOI: 10.1038/ncomms1406. – Published 19 Jul 2011.
11. Ландау Л.Д., Лифшиц И.М. Электродинамика сплошных сред. Наука. М. 1982.
12. Харрисон У. Теория твердого тела. Мир. М. 1972.
13. Займан Дж. Электроны и фононы. ИЛ. М. 1962.
14. Лифшиц И.М., Азбель М.Я., Каганов М.И. Электронная теория металлов. Наука. М. 1971.
15. De Gennaro S., Rettori A. The low-temperature electrical resistivity of potassium size effects and the role of normal electron-electron scattering. // J. Phys. F: Met. Phys. 1984. V.14. P. 237-242.
16. Коган М.Н. Динамика разреженного газа. Наука. М. 1967.

**FOR THE QUESTION OF THE DEPARTURE FROM THE WIDEMAN-FRANZ LAW
IN THE THIN CYLINDRICAL METAL WIRE.**

E. Zavitaev*, O. Rusakov, A. Yushkanov*****

**Moscow State Forest University,
141005, Moscow Region, Mytishi, street 1st Institute, 1.*

***Moscow Regional State Humanitarian Institute
164010, Moscow Region, Orekhovo-Zuyevo, street Green, 22.*

****Moscow Regional State University
105005, Moscow, Radio street, 10-A.*

Abstract. For the first time the problem of the influence of the departure from the Wide-
man-Franz law to the thin cylindrical metal wire. In the capacity of the boundary condi-
tion of the problem the condition of the smooth-diffuse reflection of the inner surface of
the thin cylindrical metal wire is accepted. The discussion of the derived results was
made.

Key words: a thin wire, cumulative distribution curve, electrical conduction of smth.

УДК 621.382

**САПР ТОНКОПЛЕНОЧНЫХ ЭЛЕКТРОЛЮМИНЕСЦЕНТНЫХ
ИНДИКАТОРОВ**

Д.А. Евсевичев, О.В. Максимова

*ГОУ ВПО Ульяновский государственный технический университет
432027 г. Ульяновск, ул. Северный Венец, д. 32*

Аннотация. Проведен сравнительный анализ современных средств отображения
информации. Описаны конструкции монохромного и полноцветного
тонкопленочных электролюминесцентных индикаторных элементов. Выделены
функциональные характеристики, необходимые для описания режимов работы
тонкопленочных электролюминесцентных средств отображения информации.

Ключевые слова: тонкопленочный индикатор, автоматизация, яркость, светоотдача,
электролюминесценция, алгоритмы, программы, полноцветные индикаторы, тонкие
пленки.

Одними из наиболее перспективных современных информационных дисплейных
устройств являются тонкопленочные электролюминесцентные (ТПЭЛ) индикаторы.
Это обусловлено такими свойствами индикаторов, как плоская безвакуумная твердо-
тельная конструкция, небольшая потребляемая мощность, высокие стабильность, раз-
решающая способность и контрастность, продолжительный срок службы, совмести-
мость технологий создания ТПЭЛ структур и гибридных пленочных микросхем. Кроме
того, такие индикаторы имеют высокую ударо- и вибропрочность конструкции, и в них
полностью отсутствует рентгеновское излучение.

Проведенный сравнительный анализ основных индикаторных устройств позво-
лил составить табл. 1.