

# РАЗДЕЛ II. ФИЗИКА

---

УДК 533.682

**М.А. Кудров, Г.Ю. Толкачев, К.А. Зудов, А.А. Рыжов**  
*Московский физико-технический институт  
(государственный университет)  
(МФТИ)*

## **ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К МОДЕЛИРОВАНИЮ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ АТМОСФЕРЫ В УСЛОВИЯХ ГОРНОГО РЕЛЬЕФА**

Работа выполнена в соответствии с договором № 02.С25.31.0017 между ОАО «РСК «МиГ» и Министерством образования и науки РФ об условиях предоставления и использования субсидии на реализацию комплексного проекта по созданию высокотехнологичного производства, выполняемого с участием ФГАОУ ВПО «МФТИ (ГУ)».

*Аннотация:* Проведено численное моделирование обтекания рельефа в области горного аэродрома. Поставлена и решена краевая задача для расчета вихревого течения в районе горного рельефа.

*Ключевые слова:* горный аэродром, поле завихренности.

**M. Kudrov, G. Tolkachev, K. Zudov, A. Ryzhov**  
*Moscow Institute of Physics and Technology  
(State University)*

## **ONE APPROACH TO THE SIMULATION OF THE PHYSICAL PROCESSES OF THE ATMOSPHERE IN MOUNTAINOUS TERRAIN**

*Abstract.* The numerical simulation of the flow in the mountainous airfield is conducted. The boundary value problem of investigating eddy flow near the mountainous relief is set.

*Keywords:* mountainous airfield, vorticity field.

### 1. Постановка задачи расчета

В настоящей работе численно решалась краевая задача для системы уравнений Рейнольдса (RANS – Reynolds Averaged Navier-Stokes) для сжимаемого газа (совершенный газ) с двухпараметрической SST моделью турбулентности для замыкания системы уравнений [1]. Пограничный слой считался полностью турбулентным. Набегающий поток задан граничным условием типа Inlet [2]. Данное условие является условием первого рода, или граничным условием типа Дирихле. Для конкретной задачи ему соответствует задание трех компонент скорости, гладко спадающих до нуля в соответствии с данными по профилю ветра, статической температуры и уровня турбулентных пульсаций. На выходной границе условие соответствует неотражающему, для чего вычисляются инварианты Римана [3]. Моделирование произведено в пакете программ ANSYS CFX.

Система уравнений Рейнольдса совместно с гипотезой Буссинеска относительно напряжений Рейнольдса, замкнутая двухпараметрической дифференциальной моделью турбулентности SST, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial \zeta} = S$$

Здесь  $Q$  – вектор консервативных зависимых переменных задачи,  $E$ ,  $G$ ,  $F$  – векторы потоков в криволинейной системе координат,  $S$  – вектор источников.

Компоненты векторов зависимых переменных и потоков имеют следующий вид:

$$Q_c = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho \omega \\ \rho(e + q^2) \end{pmatrix}, \quad S_c = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad E_c = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p + \frac{2}{3} \rho q^2 + \tau_{xx} \\ \rho u v + \tau_{xy} \\ \rho u \omega + \tau_{xz} \\ \rho u H + \frac{5}{3} \rho u q^2 + I_x \end{pmatrix},$$

$$G_c = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u v + \tau_{xy} \\ \rho v^2 + p + \frac{2}{3} \rho q^2 + \tau_{yy} \\ \rho v \omega + \tau_{yz} \\ \rho v H + \frac{5}{3} \rho v q^2 + I_y \end{pmatrix}, \quad F_c = \begin{pmatrix} \rho \omega \\ \rho \omega u + \tau_{xz} \\ \rho \omega v + \tau_{yz} \\ \rho \omega^2 + p + \frac{2}{3} \rho q^2 + \tau_{zz} \\ \rho \omega H + \frac{5}{3} \rho \omega q^2 + I_z \end{pmatrix}$$

Здесь  $\rho$  – плотность;  $\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + \omega\vec{k}$  ( $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – единичные орты декартовой системы координат) – вектор скорости потока, а  $V = \sqrt{u^2 + v^2 + \omega^2}$  – модуль вектора скорости;  $p$  – давление;  $e = c_v T + \frac{V^2}{2}$  –

полная энергия на единицу массы газа;  $H = e + \frac{p}{\rho} = c_p T + \frac{V^2}{2}$  – полная

энтальпия единицы массы газа для случая идеального газа;  $c_v$  и  $c_p$  – удельные теплоемкости при постоянном объёме и давлении, соответственно;  $q = \sqrt{k}$  – параметр турбулентности, определяющий масштаб скорости ( $k$  – кинетическая энергия турбулентности).  $\tau$  – это симметричный тензор вязких и турбулентных напряжений, линейно связанный с тензором скоростей деформаций  $s$ :  $\tau = -(\mu + \mu_t)s$ , а сам тензор  $s$  имеет вид:

$$s = \begin{pmatrix} 2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\text{div}\vec{V} & \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & 2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\text{div}\vec{V} & \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial y} & 2\frac{\partial \omega}{\partial z} - \frac{2}{3}\text{div}\vec{V} \end{pmatrix}.$$

Вектор теплового потока  $I = I_x\vec{i} + I_y\vec{j} + I_z\vec{k}$  вычисляется по формуле:

$$I = -(\lambda + \lambda_t)\nabla T + \tau\vec{V}.$$

$\mu$  и  $\lambda$  – это коэффициенты молекулярной вязкости (динамической) и теплопроводности, а  $\mu_t$  и  $\lambda_t$  – соответствующие турбулентные аналоги.

Газ при моделировании считается совершенным, подчиняющимся уравнению состояния Клапейрона-Менделеева. Для вычисления динамического коэффициента вязкости использована формула Сазерленда:

$$\frac{\mu}{\mu_\infty} = \frac{1 + \frac{110.4}{T_\infty}}{\frac{T}{T_\infty} + \frac{110.4}{T_\infty}} \cdot \left(\frac{T}{T_\infty}\right)^{\frac{3}{2}};$$

молекулярное и турбулентное числа Прандтля принимаются постоянными:

$$\text{Pr} = \frac{c_p \mu}{\lambda} = 0.7, \text{Pr}_t = \frac{c_p \mu_t}{\lambda_t} = 0.9.$$

Здесь знак « $\infty$ » в нижнем индексе обозначает параметры невозмущенного потока.

В качестве граничных условий на стенке ставится условия прилипания, изотермичности поверхности и отсутствия турбулентных пульсаций на подстилающей поверхности. На входной границе задавались постоянная статическая температура, статическое давление, а также профиль ветра, примерно соответствующий экспериментальным данным. Аппроксимация эмпирических данных привела к логарифмической зависимости горизонтальной компоненты скорости, параллельной земли, от расстояния до поверхности. Зависимость имеет следующий вид:

$$U = \begin{cases} 0.9013 \ln(r_w + 1) + 2.4852 \text{ м / с}, & r_w < 200 \text{ м}, \\ 7.3 \text{ м / с}, & r_w \geq 200 \text{ м} \end{cases}$$

где  $r_w$  – расстояние до поверхности земли в метрах.

## 2. Результаты расчётов

Получено поле течения над рельефом. С гор, как и ожидалось, сходит вихрь, который, при данном направлении ветра, проходит над аэродромом. Модуль скорости в ядре вихря равен  $\sim 7,5$  м/с. На рис.1 изображены поля скорости в различных сечениях. На рис.2 изображены поля завихренности в различных сечениях.

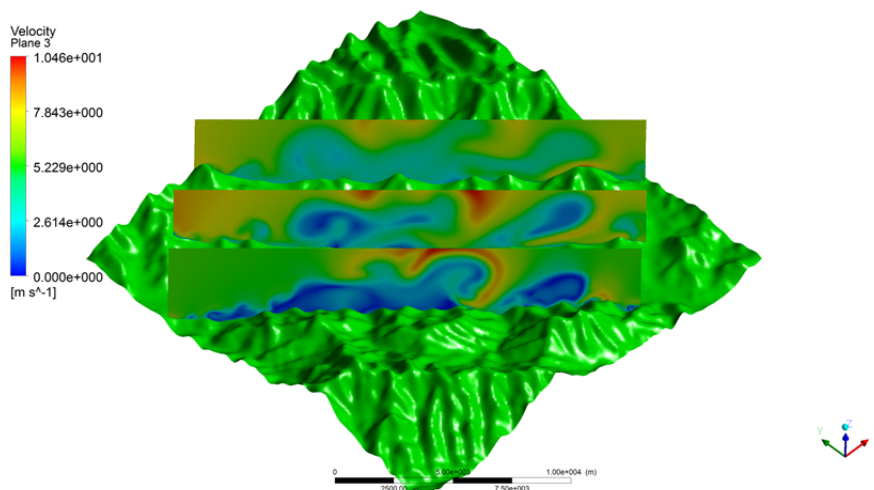


Рис.1 - Поля модуля скорости в различных сечениях

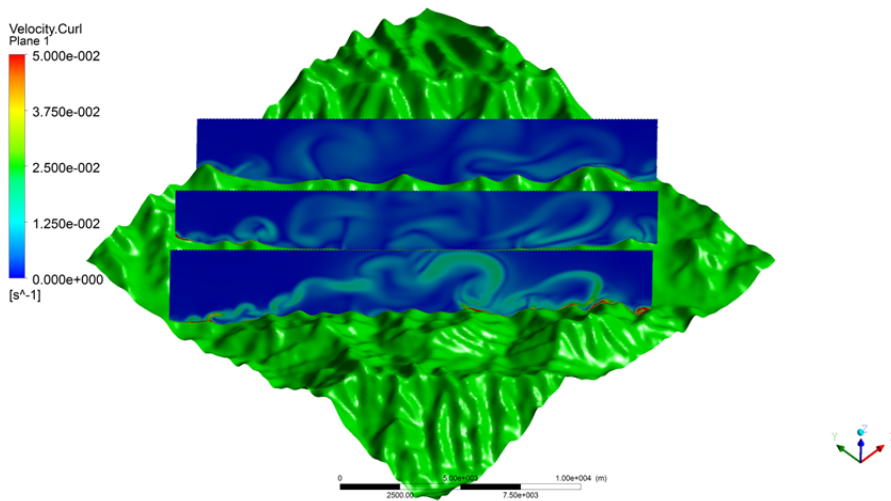


Рис.2 - Поля завихренности в различных сечениях

Для трехмерной визуализации вихревых структур (рис.3) выбраны изоповерхности параметра  $\lambda^{-2}$  [4], являющегося удобным инструментом визуализации вихрей, т.к. позволяет частично отсечь неоднородность пограничного слоя.

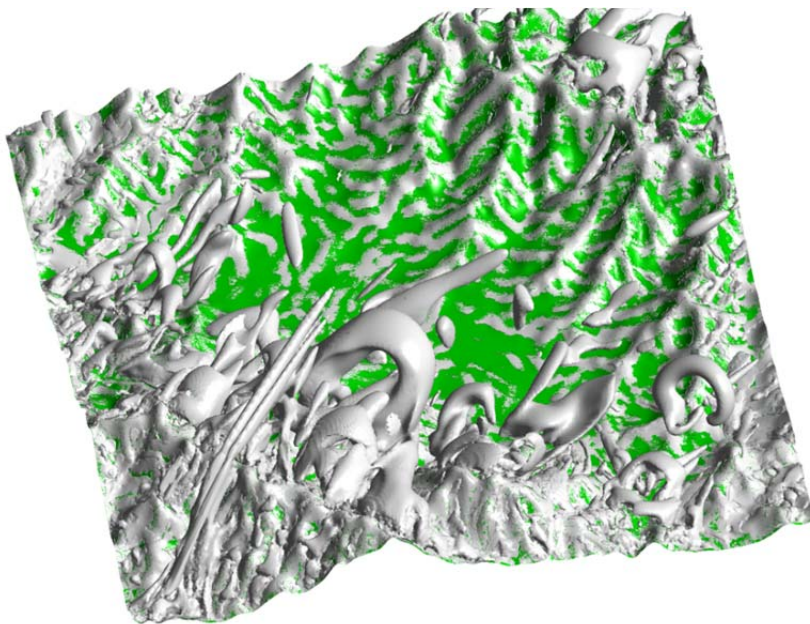


Рис.3 - 3D визуализация вихрей с использованием функции  $\lambda^{-2}$

Уравнение изоповерхности параметра лямбда-2 имеет следующий вид:

$$(\Omega_{ij} \Omega_{ij} - S_{ij} S_{ij}) = const,$$

где  $\Omega_{ij}$  и  $S_{ij}$  – тензоры завихренности и скоростей деформации, соответственно.

На приведенных рисунках, визуализирующих вихревые структуры, образующиеся из-за отрыва пограничного слоя, видно, что их характерный размер (~1 км) существенно больше характерного размера летательных аппаратов (~20 м), поэтому вычисление приращений аэродинамических сил, действующих на летательный аппарат, проводится упрощенным образом. То есть, проведением расчета обтекания аппарата однородным потоком с углом атаки, соответствующим углу наклона скорости в заданной точке в области над рельефом.

### 3. Краткие выводы

Проведен расчет поля скоростей и завихренности в окрестности горного аэродрома Лех Бакула Кушок Римпочи, Индия. Определено направление ветра, при котором наблюдаются вихри наибольшей интенсивности над взлетно-посадочной полосой аэродрома. Полученные данные могут быть использованы при оценке аэродинамических нагрузок на самолет, совершающий взлет/посадку на данный аэродром. Также полученные данные могут быть использованы на пилотажных стендах для отработки сценариев посадки в горной местности.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Menter F.R., Kuntz M., Langtry R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. // *Turbulence, Heat and Mass Transfer 4* / Ed. by K. Hanjalic, Y. Nagano, M. Tummers. — Begell House, Inc., 2003.
2. Toro E. *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics, A Practical Introduction*, Springer, 2009.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. — 3-е изд., перераб. — М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1986. — 736 с.
4. J. Jeong and F. Hussain. Copyright © 1995. *Journal of Fluid Mechanics*. On the Identification of a Vortex. 69-94. 285.