

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость нежимаемой жидкости. - М.: Наука, 1972. - 392 с.
2. Жаврин Ю.И., Косов В.Н. Влияние температуры на процесс диффузионной неустойчивости // ИФЖ. - 1988. - Т. 55, № 1. - С. 92-97.
3. Косов В.Н., Поярков И.В., Лысенко А.П., Анкушева Н.Б. Диффузионное и конвективное смешение в бинарной газовой смеси  $\text{CO}_2\text{-N}_2\text{O}$  // Материалы четвертой Российской национальной конференции по теплообмену. - М.: МЭИ, 2006. - Т.3. - С.129-132.
4. Косов В.Н., Селезнев В.Д. Аномальное возникновение свободной гравитационной конвекции в изотермических тройных газовых смесях. – Екатеринбург: Институт теплофизики УрО РАН, 2004. - 149 с.
5. Кульжанов Д.У. Устойчивость механического равновесия в бинарных газовых смесях при различных температурах // Вестник КазГУ. Серия физ. - 2002. - № 2. - С.115-118.
6. Ферцигер Дж., Капер Г. Математическая теория процессов переноса в газах. - М.: Мир, 1976. - 556 с.
7. Akylbekova G., Kosov V.N., Poyarkov I.V., Zhavrin Yu.I. Diffusion in isothermal ternary gas mixtures // International Review of Chemical Engineering. - 2010. - V. 2 (1). - P. 174-177.
8. Calo J.M., Brown J.H. The calculation of equilibrium mole fractions of polar – polar, nonpolar - polar and ion dimmers // J. Chem. Phys. - 1974. - V.61, №10. - P.3931-3944.
9. Miller L., Mason E.A. Oscillating instabilities in multicomponent diffusion // Phys. Fluids. - 1966. - V.9, № 3. - P. 367-380.
10. Stogryn D.E., Hirschfelder J.O. Contribution of Bound, Metastable, and Free Molecules the Second Virial Coefficient and Some Properties of Double Molecules // J. Chem. Phys. - 1959. - V.31, №6. - P.1531-1544.

**А.И. Уткин**

*Московский государственный областной университет,*

**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА  
В ТОНКОМ МЕТАЛЛИЧЕСКОМ СЛОЕ  
ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПЕРЕМЕННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ**

*Аннотация:* произведён расчёт распределения электрического тока в тонком металлическом слое с учётом различных коэффициентов зер-

кальности его поверхностей. Также была проанализирована зависимость действительной и мнимой части функции проводимости  $\Sigma$  от безразмерной частоты объёмных столкновений электронов  $x$ , безразмерной частоты внешнего поля  $y$  и от безразмерного расстояния до верхней поверхности слоя  $\xi$ . Использовалось кинетическое уравнение Больцмана в приближении времени релаксации электронов.

*Ключевые слова:* тонкий металлический слой, коэффициент зеркальности, локальная электрическая проводимость, длина свободного пробега электронов, безразмерная частота объёмных столкновений электронов, безразмерная частота внешнего поля, безразмерное расстояние до верхней поверхности слоя.

**A. Utkin**

*Moscow State Regional University*

### **DISTRIBUTION OF ELECTRIC CURRENT IN THE THIN METAL LAYER UNDER THE INFLUENCE OF AN ALTERNATING ELECTRIC FIELD**

*Abstract:* electrical current distribution in the thin metal layer with the different reflection coefficients of its surfaces, is calculated in this article. The dependence of conductive function on the dimensionless frequency of volume electrons collisions, the dimensionless frequency of the external field and the dimensionless distance to the upper surface layer is analyzed. The kinetic equation of Boltzmann in approximation of electrons relaxation time is used.

*Keywords:* thin metal layer, the reflectivity coefficient, local electrical conductivity, length free path of electrons, the dimensionless frequency of volume electrons collisions, the dimensionless frequency of the external field, the dimensionless distance to the upper surface layer.

#### **1. Введение**

В настоящее время микроэлектроника, оптоэлектроника и тонкоплёночные технологии активно развиваются. Это связано, прежде всего, с важным прикладным значением тонких, в том числе поликристаллических и металлических, плёнок [8;10;11;12]. Разумное применение тонких плёнок в микро- и оптоэлектронике позволит последним перейти на качественно новый уровень своего развития. Например, тонкие плёнки могут использоваться в качестве проводящих, светоотражающих, защитных покрытий. Поэтому к качеству, параметрам и свойствам [4;13] тонких плёнок предъявляются довольно высокие требования.

На данном этапе развития тонкоплёночных технологий наибольший интерес представляет исследование электромагнитных свойств тонких

плёнок в различных диапазонах частот (например, в работе [9] рассматривалось взаимодействие Н-волны с тонкой металлической плёнкой).

В данной статье представляется логичным исследование локальной электрической проводимости тонкой металлической плёнки, когда её толщина сравнима со средней длиной свободного пробега электронов. Квантовые эффекты в таком случае не учитываются. Учёт последних эффектов был рассмотрен в работе [6], в рамках исследования квантовой плёнки в диэлектрическом окружении.

Известно, что электрическая проводимость тонких металлических плёнок может быть много меньше электрической проводимости металлов в массивной форме. Подобное явление было обнаружено ещё в XIX веке М. Фарадеем. Уже потом это явление было теоретически описано Фуксом, а затем проанализировано Зондхеймером [2], в рамках представления о рассеянии электронов поверхностями тонкого металлического слоя. Позже Фуксу, в работе [1], удалось получить аналитическое выражение для локальной электрической проводимости тонкого металлического слоя. Однако не было учтено, что коэффициенты зеркальности поверхностей тонкого металлического слоя могут быть различными. Также не учитывалась частотная зависимость электрической проводимости. При расчёте локальной электрической проводимости сделаем учёт вышесказанного.

## 2. Постановка задачи

Рассмотрим тонкий проводящий слой толщиной  $a$  (сравнимой со средней длиной свободного пробега электронов  $\Lambda$ ) и коэффициентами зеркальности верхней  $q_1$  и нижней  $q_2$  поверхностей слоя, в случае однородного периодического по времени электрического поля  $\mathbf{E}$ . Электрическое поле параллельно проводящему слою и направлено вдоль координатной оси  $X$ , координатная ось  $Z$  направлена вглубь слоя.

Однородное периодическое по времени поле меняется по закону:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t)$$

здесь  $\omega$  – частота переменного электрического напряжения, приложенного к проводящему слою.

Скин-эффект не учитывается. Учёт скин-эффекта был рассмотрен в работе [7] в случае тонкой цилиндрической проволоки.

## 3. Локальная проводимость

Для получения выражения для локальной электрической проводимости воспользуемся кинетическим уравнением Больцмана в приближении времени релаксации электронов [5]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{eE}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v_x} = -\frac{f - f_0}{\tau}, \quad (1)$$

$$f_0(\varepsilon) = \frac{1}{\exp((\varepsilon - \mu)/kT) + 1}.$$

здесь  $f_0(\varepsilon)$ ,  $f$ ,  $e$ ,  $m$ ,  $v_z$ ,  $v_x$ ,  $\tau$  и  $\mu$  – соответственно, функция Ферми – Дирака, функция распределения электронов, при наличии внешнего электрического поля, заряд электрона, эффективная масса электрона, проекции скорости электронов проводимости, электронное время релаксации и химический потенциал.

Линеаризируем (1) по внешнему полю  $E$ . Функция  $f$  может быть записана в виде:

$$f(z, \mathbf{v}) = f_0(\varepsilon) + f_1(z, \mathbf{v}).$$

здесь  $f_1(z, \mathbf{v})$  – малое отклонение от  $f_0(\varepsilon)$ ;  $f(z, \mathbf{v})$  – функция распределения электронов по скоростям, при наличии внешнего электрического поля.

Тогда уравнение Больцмана в приближении времени релаксации электронов будет иметь вид:

$$v_z \frac{\partial f_1}{\partial z} + \frac{eE}{m} \frac{\partial f_0}{\partial v_x} - i\omega f_1 = -\frac{f_1}{\tau}. \quad (2)$$

Решая уравнение (2) с учётом граничных условий:

$$\begin{aligned} f_1(v_z, z = a) &= q_1 f_1(-v_z, z = a), \quad v_z > 0 \\ f_1(v_z, z = 0) &= q_2 f_1(-v_z, z = 0), \quad v_z < 0. \end{aligned}$$

можно получить аналитическое выражение для локальной электрической проводимости слоя как функции безразмерной комплексной частоты рассеяния электронов  $\Omega$  с коэффициентами зеркальности верхней  $q_1$  и нижней  $q_2$  поверхностей слоя, а также безразмерного расстояния до верхней поверхности слоя  $\xi$ :

$$\begin{aligned} \sigma = \frac{3n e^2 a}{4m v_F \Omega} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 \theta \times \\ \times \left[ 2 + \frac{q_1(1 - \exp(-\Omega/\cos \theta) + q_2 \exp(-\Omega/\cos \theta)) - 1}{1 - q_1 q_2 \exp(-2\Omega/\cos \theta)} \exp(-\Omega \xi / \cos \theta) + \right. \\ \left. + \frac{q_2(1 - \exp(-\Omega/\cos \theta) + q_1 \exp(-\Omega/\cos \theta)) - 1}{1 - q_1 q_2 \exp(-2\Omega/\cos \theta)} \exp(-\Omega(1 - \xi)/\cos \theta) \right] d\theta \end{aligned} \quad (6)$$

здесь  $\xi = z/a$ ,  $n$ ,  $m$  – соответственно, концентрация электронов проводимости, и эффективная масса электрона.

$$\Omega = \frac{a}{v_F} \left( \frac{1}{\tau} - i\omega \right) = x - iy$$

Преобразовав выражение (6) и введя обозначение:

$$\sigma_a = \sigma_0 a \Sigma,$$

$$\lambda = \frac{1}{1 - i\omega\tau} = \frac{x}{x - iy}$$

выделим функцию проводимости  $\Sigma$ :

$$\Sigma = \lambda \int_0^1 (1-t^2) \left[ 2 + \left[ \frac{q_1(1 - \exp(-(x-iy)/t) + q_2 \exp(-(x-iy)/t)) - 1}{1 - q_1 q_2 \exp(-2(x-iy)/t)} \exp(-(x-iy)\xi/t) + \frac{q_2(1 - \exp(-(x-iy)/t) + q_1 \exp(-(x-iy)/t)) - 1}{1 - q_1 q_2 \exp(-2(x-iy)/t)} \exp(-(x-iy)(1-\xi)/t) \right] \right] dt \quad (7)$$

здесь  $x = a/(v_F\tau)$  – безразмерная частота объёмных столкновений электронов,  $y = a\omega/v_F$  – безразмерная частота электрического поля.

Проанализируем выражение (7) и рассмотрим случай толстой плёнки, когда её толщина  $a$  много больше длины свободного пробега электронов  $\Lambda$ .

При  $a \gg \Lambda$ ,  $\Lambda/a \rightarrow 0$ . Тогда выражение (7) примет вид:

$$\sigma_a = a\sigma_0 \frac{1}{1 - i\omega\tau}$$

здесь  $\sigma_0 = ne^2\tau/m$ .

Таким образом, мы получили классический результат для проводимости толстой плёнки.

#### 4. Обсуждение результатов

Рассмотрим зависимость действительной и мнимой части функции  $\Sigma$  от безразмерного расстояния до верхней поверхности слоя  $\xi$ , безразмерной частоты объёмных столкновений электронов  $x$ , безразмерной частоты внешнего поля  $y$ . Уточним, что в статическом случае ( $y = 0$ ) проводимость – величина действительная.

Проведём сравнение некоторых полученных нами результатов с экспериментальными данными работы [3]. Для этого исследуем зависимость функции  $R = 1/\Sigma$  от безразмерной частоты объёмных столкновений  $x$ , при  $y = 0$ . Некоторые параметры материала, с которым проводился эксперимент:  $\Lambda = 126$  nm,  $\varepsilon_F = 7$  eV,  $T_F = 8.16 \cdot 10^4$  K,  $v_F = 1.57 \cdot 10^6$  m/s,  $\tau = 8.02 \cdot 10^{-14}$  s. Температура материала  $T_m = 423$  K.

### 5. Заключение

Проведём анализ рисунков. На рис.1 обнаруживается любопытная зависимость действительной части функции  $\Sigma$  от безразмерной частоты объёмных столкновений электронов  $x$ , при вариации безразмерного расстояния до верхней поверхности слоя  $\xi$ : при плавном уменьшении безразмерного расстояния до верхней поверхности слоя  $\xi$ , скорость возрастания кривой увеличивается, а затем начинает уменьшаться.

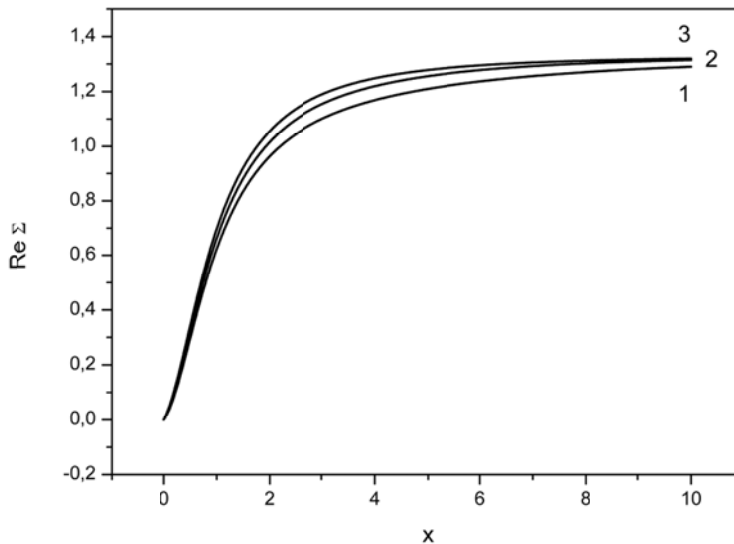


Рис.1. Зависимость действительной части функции  $\Sigma$  от безразмерной частоты объёмных столкновений электронов  $x$ .

Кривая 1 отвечает значениям  $q_1 = q_2 = 0.5$ ,  $\xi = 0.9$ ,  $y = 1$ ;

кривая 2 отвечает значениям  $q_1 = q_2 = 0.5$ ,  $\xi = 0.2$ ,  $y = 1$ ;

кривая 3 отвечает значениям  $q_1 = q_2 = 0.5$ ,  $\xi = 0.5$ ,  $y = 1$ .

На рис.2 можно видеть, что скорость возрастания кривой плавно увеличивается переходя от диффузного случая ( $q=0$ ) к зеркальному ( $q=1$ ).

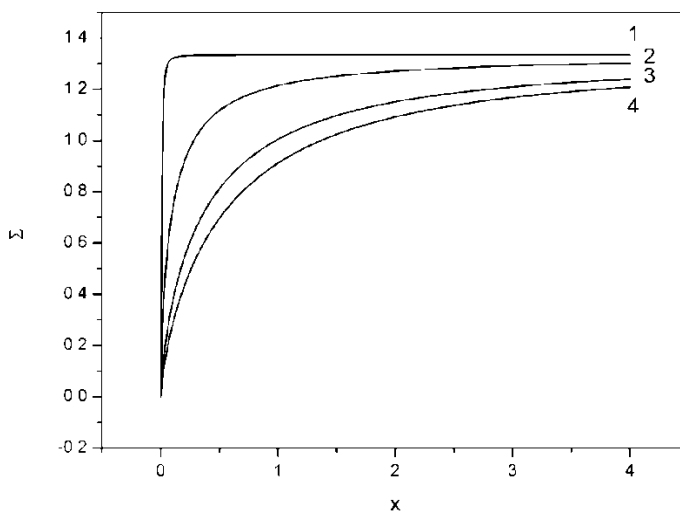


Рис.2. Зависимость функции  $\Sigma$  от безразмерной частоты объёмных столкновений электронов  $x$  в случае статической проводимости ( $y = 0$ ).

Кривая 1 отвечает значениям  $q_1 = q_2 = 1, \xi = 0.9$ ;  
 кривая 2 отвечает значениям  $q_1 = 0.7, q_2 = 0.8, \xi = 0.9$ ;  
 кривая 3 отвечает значениям  $q_1 = 0.2, q_2 = 0.3, \xi = 0.9$ ;  
 кривая 4 отвечает значениям  $q_1 = q_2 = 0, \xi = 0.9$ .

На рис.3 можно видеть соответствие данных эксперимента, в пределах экспериментальной погрешности, с полученной нами моделью.

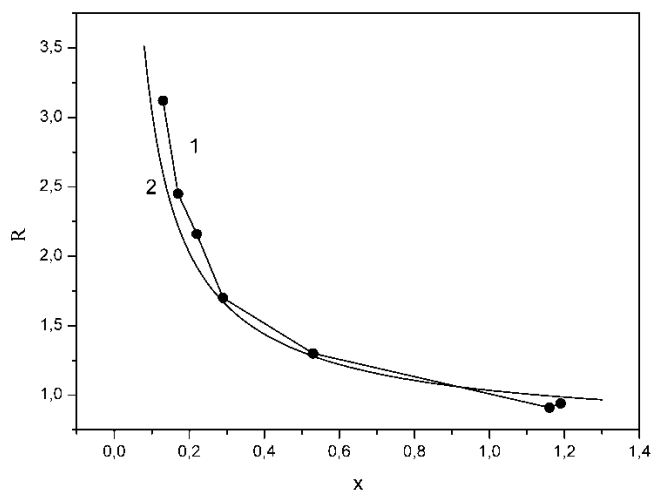


Рис.3. Зависимость функции  $R$  от безразмерной частоты объёмных столкновений  $x$ .

Кривая 1 отвечает экспериментальным данным,  
 кривая 2 отвечает значениям  $q_1 = 0.1, q_2 = 0.2, y = 0, \xi = 0.9$ .

Доказано, получается классический результат для проводимости толстой плёнки, когда её толщина  $a$  много больше длины свободного пробега электронов  $\Lambda$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Fuchs K. The conductivity of thin metallic films according to the electron theory of metals. // Proc. Camb. Phil. Soc. – 1938. – V.34 – P. 100-108.
2. Sondheimer E.H. The mean free path of electrons in metals // Advances in Physics. – 2001. – V. 50. № 6 – P. 499–537.
3. Sun Tik, Yao Bo, Warren Andrew P., Kumar Vineet, Roberts Scott, Barmak Katayun, Coffey Kevin R. Classical size effect in oxide-encapsulated Cu thin films: Impact of grain boundaries versus surfaces on resistivity. // J. Vac. Sci. Technol. A. – 2008. – № 26 – P. 605-609.
4. Абелес Ф. Оптические свойства металлических пленок. Физика тонких пленок / Под ред. М.К. Франкомба и Р.У. Гофмана. – М.: Мир, 1973. – Том 2. – 392 с.
5. Абрикосов А.А.. Основы теории металлов: Учеб. руководство. – М.: Наука, 1987. – С. 41.
6. Бабич А.В., Погосов В.В. Квантовая металлическая пленка в диэлектрическом окружении. // Физика Твёрдого Тела. – 2013. – Том 55. Вып.1 – С. 177-185.
7. Завитаев Э.В., Русаков О.В., Юшканов А.А. Скин-эффект в тонкой цилиндрической проволоке из металла. // Физика Твёрдого Тела. – 2012. – Том 54. Вып.6 – С. 1041-1047.
8. Каминский В.В., Степанов Н.Н., Казанин М.М., Молодых А.А., Соловьев С.М. Электропроводность и зонная структура тонких поликристаллических пленок EuS // Физика Твёрдого Тела. – 2013. – Том 55. Вып.5 – С. 991–994.
9. Латышев А.В., Юшканов А.А. Взаимодействие электромагнитной Н-волны с тонкой металлической плёнкой. // Микроэлектроника. – 2012. – Том 41. №1. – С. 30-35.
10. Майссел Л., Глэнк Р. Технология тонких пленок. Справочник. Том 1. – М.: Мир, 1977. – 768 с
11. Суху Р. Магнитные тонкие пленки. – М.: Мир, 1967. – 423 с.
12. Хасс Г. Физика тонких плёнок. Том 2. – М.: Мир, 1967. – 343 с
13. Чопра К.Л. Электрические явления в тонких пленках / Под. ред. Т.Д. Шермергора. Пер. с англ. А.Ф. Волкова, Е.И. Гиваргизова и др. – М.: Мир, 1972. – 432 с.