

РАЗДЕЛ II. ХИМИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 669. 017

DOI: 10.18384/2310-7189-2015-4-51-58

Балакин Ю.А.¹, Гладков М.И.², Юнусов Х.Б.³, Захаров С.Л.⁴

¹Московский государственный университет технологий
и управления (МГУТУ) им. К.Г. Разумовского

²Московский государственный машиностроительный университет (МАМИ)

³Московский государственный областной университет

⁴РХТУ им. Д.И. Менделеева (г. Москва)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВИБРАЦИИ НА РАФИНИРОВАНИЕ РАСПЛАВОВ МЕТАЛЛОВ

Аннотация. Методом кинетостатики Даламбера разработана математическая модель вибрационного рафинирования расплавов металлов. Расчетами по модели показана возможность повышение эффективности процесса удаления из расплава газов и примесей. Обсуждается влияние на процесс рафинирования физико-химических свойств металла, параметров вибрации и литейной формы. Проведены расчёты по модели для расплава стали, которые показали, что при наклонной вибрации ($\alpha=45^\circ$) и размерах пузырька R от 0,1 до 1 мм, поверхностные силы преобладают над статическим напором и всплывание частиц ускоряется.

Ключевые слова: математическая модель, металлический расплав, рафинирование, вибрация, газовый пузырек, неметаллическое включение.

Yu. Balakin¹, M. Gladkov², Kh. Yunusov³, S. Zaharov⁴

¹*K.G. Razumovskiy Moscow State University of Technologies and Management*

²*Moscow State University of Mechanical Engineering*

³*Moscow State Regional University*

⁴*D. Mendeleev University of Chemical Technology of Russia, Moscow*

MATHEMATICAL MODELING OF THE INFLUENCE OF VIBRATION ON THE REFINING OF MOLTEN METALS

Abstract. The kineto-static method based on D'Alembert' principle is used to develop a mathematical model of the vibrational refining of molten metals. The model calculations show the possibility of increasing the efficiency of the removal process from melt gases and impurities.

© Балакин Ю.А., Гладков М.И., Юнусов Х.Б., Захаров С.Л., 2015.

The impact of physico-chemical properties of metal, the vibration parameters and mold on the refining process is discussed. The calculations are performed by the model for the molten steel, which show that in the case of inclined vibration ($\alpha=45^\circ$) and bubble size R from 0.1 to 1 mm, surface forces dominate over the static pressure and the floating of particles is accelerated.

Key words: metal, melting, refining, vibration, gas bubble, non-metallic inclusion.

Проблема повышения качества металлопродукции в значительной степени зависит от содержания в ней примесей, газов, неметаллических включений. Рафинирование металлических расплавов приводит к повышению физико-химических, технологических, эксплуатационных и других свойств металлов и сплавов. Эффективность рафинирования кристаллизующихся расплавов от газов и неметаллических включений зависит среди других причин от быстроты удаления примесей, т.к. увеличение вязкости расплава при его затвердевании ухудшает возможность очищения расплава от примесей. Операции рафинирования обычно сопровождаются различными внешними воздействиями на расплав. Это вакуумирование, продувка инертными газами, ультразвуковая обработка и т.д.

Воздействие на расплав других колебаний акустических частот также приводит к успешному удалению из расплавов металлов газов и неметаллических включений [1]. Однако влияние вибрации на процесс дегазации в сочетании с удалением неметаллических включений, которые прилипают к газовому пузырьку за счёт сил поверхностного натяжения на границах раздела фаз «включение-расплав-газ», до сих пор не исследовано. Проблема тем более становится актуальной с изобретением авторами устройства для воздействия на расплав произвольно направленной в пространстве вибро-

возмущающей силой акустического поля¹.

Цель работы – математическое моделирование процесса рафинирования расплавов металлов от газов и неметаллических включений с учетом стабильности физико-химических параметров, а также разработка технологических рекомендаций по вибрационному рафинированию расплавов металлов. При математическом моделировании процесса удаления из расплава газов и примесей рассматривался элементарный объём расплава. В расплаве находится пузырёк воздуха или другого газа, на котором твёрдое неметаллическое включение удерживается силами межмолекулярного взаимодействия.

Применяя метод Даламбера, выделим в расплаве элементарный объём, поместим в него газовый пузырёк и включение, изобразим силы, действующие на них (схему сил см. рис. 1). Равновесие этих сил запишется по методу кинестатики векторным уравнением:

$$\vec{F}_C + \vec{P} + \vec{F}_{mp} + \vec{F}_a + \vec{F}_n + \vec{F}_v + \vec{F}_{ин} = 0, \quad (1)$$

где: \vec{F}_C, \vec{P} – статическая сила давления, сила тяжести, действующая на пу-

¹ Патент России № 2087251: Способ вибрационной обработки кристаллизующегося металла и устройства для его осуществления / М.И. Гладков, Л.И. Гофеншефер, Ю.А. Балакин и др. (заявка подана 21.11.1995 г., публ. в БИ, № 23, 20.08.1997 г.).

зырёк и включение; \vec{F}_{mp} – сила трения пузырька в расплаве; \vec{F}_a – сила Архимеда; \vec{F}_n – поверхностные силы на границах раздела фаз; \vec{F}_e – вибрационная сила; $\vec{F}_{ин}$ – сила инерции, равная произведению общей массы пузырька газа с включением – $\sum m$ на ускорение движения пузырька с учётом вибрации расплава – \vec{U}_δ , взятому со знаком минус.

Рассматривая выделенный элементарный объём расплава как материальную точку, и, проецируя векторные уравнения сил на оси плоской декартовой системы координат, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} F_0 \cos(\omega t) \cdot \sin \alpha + \sigma_{m.ж.} \cdot l + (\sigma_{z.ж.} - \sigma_{m.z.}) \cos \theta \cdot l = 0; \\ -\rho_p g \cdot V - \sum mg - 6\pi \cdot \eta \cdot R \cdot v_\delta + (V_n + V_e) \rho_p g + (\sigma_{z.ж.} - \sigma_{m.z.}) \sin \theta \cdot l + \\ + F_0 \cos(\omega t) \cdot \cos \alpha = \sum m \dot{v}_\delta \end{cases} \quad (2), (3)$$

где: $F_0 \cos(\omega t)$ – проекция вибрационной силы, изменяющейся с амплитудой F_0 по гармоническому закону с круговой частотой ω за время t , Н; $\sigma_{m.ж.}$, $\sigma_{z.ж.}$, $\sigma_{m.z.}$ – поверхностные натяжения на границах раздела «твёрдое включение – жидкий расплав – газовый пузырёк», Н/м; V – объём литейной формы, м; α – угол отклонения от вертикали силы вибрации, град.; θ – угол краевого смачивания пузырька включением, град.; l – длина контура смачивания, м; g – ускорение свободного падения, м/с²; η – динамическая вязкость расплава, мПа·с; R – радиус пузырька газа, м; v_δ – скорость всплывания пузырька при вибрации расплава, м/с; V_n , V_e – объёмы пузырька и

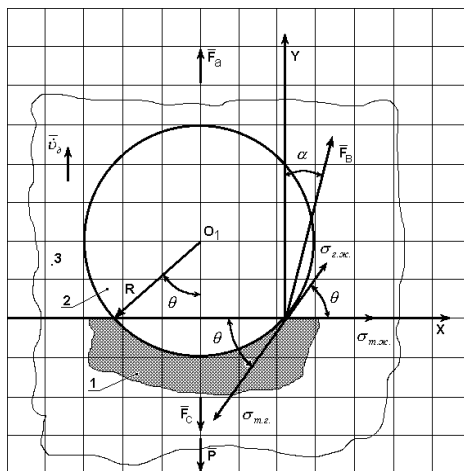


Рис. 1. Элементарный объём расплава с пузырьком газа и включением, удерживаемым силами поверхностного натяжения (1 – твёрдое включение; 2 – пузырёк газа; 3 – элементарный объём расплава металла).

включения, м³; ρ_p , ρ_n – плотности расплава и газового пузырька, кг/м³.

Для упрощения решения системы (2) и (3) были введены обозначения: скорости всплывания пузырька при вибрации расплава v_δ через производную перемещения y по времени t ($v_\delta = dy/dt = \dot{y}$); ускорения всплывания пузырька \ddot{y} через производную скорости v_δ по времени t ($\ddot{y} = \dot{v}_\delta = dv_\delta/dt$). После преобразований с учетом указанных обозначений система (2) и (3) решена относительно траектории перемещения пузырька газа с включением вдоль вертикальной оси Y и получено дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$\ddot{y} + a \dot{y} - (b + c) = 0 \quad (4),$$

где a, b, c – коэффициенты, не зависящие от времени, имеющие вид

$$a = 4,5\eta / (R^2 \rho_n), \quad (5)$$

$$b = \left(\frac{\rho_p}{\rho_n} - \rho_p V - 1 \right) \cdot g, \quad (6)$$

$$c = \frac{(\sigma_{z.ж.} - \sigma_{m.г.}) \sin \theta \cdot l - [(\sigma_{z.ж.} - \sigma_{m.г.}) \cos \theta - \sigma_{m.ж.}] \operatorname{ctg} \alpha \cdot l}{V_n \cdot \rho_n} \quad (7).$$

Выражения (5), (6), (7) упрощены из предположения, что размер включения много меньше размера газового пузырька, с помощью которого примесная частица всплывает в расплаве, т.е. $V_n \gg V_g$. Коэффициенты, входящие в уравнение (4), характеризуют следующие силовые составляющие: a – определяется силой вязкого трения, b – соотношение сил тяжести, Архимеда и статического напора, причём он взят максимальный в предположении, что включение всплывает с пузырьком со дна формы; c – поверхностный коэффициент, определяется смачиванием на границе раздела фаз, направлением силы вибрации ($\operatorname{ctg} \alpha$). Выражение этого коэффициента весьма громоздкое даже с учётом уже сделанного допущения ($V_n \gg V_g$). Однако для наклонной вибрации, хорошего смачивания, когда $\alpha = \theta = 45^\circ$, и сферичности пузырька газа, соотношение (7) можно упростить:

$$c = 1,5\sigma_{z.ж.} / (R^2 \rho_n) \quad (8).$$

Таким образом, полученные более компактные выражения коэффициентов позволяют заключить, что значения параметров « a » и « c » зависят в ос-

новном от размера газового пузырька, обратно пропорциональны R^2 и резко увеличиваются с уменьшением радиуса пузырька. Значение коэффициента « b » определяется в основном высотой литейной формы h при постоянной площади ее основания S ($V = h \cdot S$).

Характеристическое уравнение для решения равенства (4) имеет вид:

$$k^2 + ak - d = 0 \quad (9),$$

где: $k = \dot{y}$, $d = b + c$, тогда корни этого уравнения определяются известным соотношением

$$k_{1,2} = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{a}{2}\right)^2 + d} \quad (10).$$

Общее решение уравнения (4) имеет вид:

$$y = C_1 \exp(k_1 t) + C_2 \exp(k_2 t) \quad (11).$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 определены из начальных условий:

$$t = 0; y = 0; \dot{y} = \dot{y}_p \quad (12),$$

где

$$\dot{y}_p = 2g \cdot R^2 (\rho_p - \rho_n) / (9\eta) \quad (13).$$

– скорость всплывания пузырька с включением при его равномерном движении (известная формула Стокса).

Тогда общее решение уравнения (4) с учётом (12) запишется в виде:

$$y = \frac{\dot{y}_p}{k_1 - k_2} [\exp(k_1 t) - \exp(k_2 t)] \quad (14).$$

Анализ траектории перемещения пузырька газа с включением при наклонной вибрации показывает явно нелинейную зависимость перемещения пузырька во времени, что, вероятно, должно привести к ускоренному всплыванию газовых пузырьков из расплава и возможному повышению эффективности рафинирования расплава металла или сплава от газов и неметаллических включений по сравнению с аналогичным процессом без вибрации.

Выполнен детальный анализ изменения траектории перемещения газового пузырька с включением. С этой целью проведены вычислительные эксперименты по модели. При проведении расчётов рассмотрено внешнее воздействие наклонной вибрацией под углом 45° к горизонтали, с хорошим смачиванием на границе раздела фаз. В качестве модельного вещества взят расплав стали, имеющий следующие физические свойства [3]:

$\eta = 2,8 \text{ мПа}\cdot\text{с}$; $\rho_p = 7,0 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$; $\sigma_{\text{з.ж.}} = 1,5 \text{ кг}/\text{м}^3$, полагая, что газ в пузырьке – воздух, получим $\rho_n = 1,2 \text{ кг}/\text{м}^3$.

Расчёты проводили в следующей последовательности. Сначала определяли коэффициенты a , b и c уравнения (4), а также скорости равномерного движения включения \dot{y}_p . Затем вычисляли коэффициенты k_1 и k_2 в решении уравнения (13) и, таким образом,

перемещение, т.е. траекторию пузырька с включением. Расчёты выполнены для различных размеров газового пузырька и высоты литейной формы, полагая площадь ее основания $S=1 \text{ м}^2$. Результаты вычислений сравнивали с перемещением при равномерном движении. Во всех расчётах фиксировалось стабильное время $t=0,1 \text{ с}$.

Получены результаты расчётов коэффициентов в уравнении (4) и скорости равномерного движения газового пузырька с включением по формуле Стокса (табл. 1), равно и итоги расчётов коэффициентов в уравнении перемещения (11) и самих траекторий в зависимости от размера газового пузырька и высоты литейной формы (табл. 2). Рассмотрение данных расчетов показывает, что с увеличением размера газового пузырька коэффициенты « a » и « c », характеризующие вязкое трение и поверхностные силы на границе раздела фаз при наклонной вибрации, будут уменьшаться. Коэффициент « b » при $h=0,5 \text{ м}$ зависит не от размера пузырька газа, а от высоты литейной формы h . В табл. 2 приведены расчёты этого параметра при $h=0,83 \text{ м}$, когда « b » обращается в нуль, и $h=1,0 \text{ м}$, когда он становится отрицательным. В этом случае в выражении (6) начинает заметно преобладать статический напор.

Величина скорости равномерного всплывания газового пузырька с включением увеличивается с нарастанием размера пузырька от $5,44 \text{ м}/\text{с}$ при

$R=10^{-4} \text{ м}$ до $5,44 \cdot 10^2 \text{ м}/\text{с}$ при $R=10^{-2} \text{ м}$,

хотя эти значения скорее оценочные, т.к. обычно применяют формулу Стокса до $R=10^{-4} \text{ м}$ [2]. Анализ расчётных данных в табл. 2 показывает, что уже

Таблица 1

Коэффициенты в уравнении математической модели и значения скорости равномерного движения газового пузырька с включением

№ п/п	Коэффициенты модели и скорость пузырька		Радиус пузырька газа, R , м		
	буквенное обозначение	индекс формулы	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}
1	a, c^{-1}	(5)	$10,50 \cdot 10^5$	$10,50 \cdot 10^3$	105,00
2	$b, м \cdot c^{-2}$	(6)	$2,85 \cdot 10^{4*}$	$2,85 \cdot 10^4$	$2,85 \cdot 10^4$
3	$c, м \cdot c^{-2}$	(7)	$1,90 \cdot 10^8$	$1,90 \cdot 10^6$	$1,90 \cdot 10^4$
4	$\dot{y}_p, \frac{м}{с}$	(13)	$5,44 \cdot 10^{-2}$	5,44	$5,44 \cdot 10^2$

Прим.: (*) Расчёт значения коэффициента «b» проведён при высоте литейной формы $h=0,5$ м.

Таблица 2

Результаты расчетов перемещений пузырька газа с включением

№ п/п	Высота литейной формы, h , м	Радиус пузырька газа, R , м	Коэффициенты в уравнении (11), c^{-1}		Перемещение за время $t=0,1$ с
			k_1	k_2	
1	0,50	10^{-4}	180	$-10,5 \cdot 10^5$	$60 \cdot \dot{y}_p$
		10^{-3}	180	$-10,68 \cdot 10^3$	$6,2 \cdot 10^3 \cdot \dot{y}_p$
		10^{-2}	172	-172	$2,8 \cdot 10^5 \cdot \dot{y}_p$
2	0,83*	10^{-4}	180	$-10,5 \cdot 10^5$	$60 \cdot \dot{y}_p$
		10^{-3}	180	$-10,68 \cdot 10^3$	$6,2 \cdot 10^3 \cdot \dot{y}_p$
		10^{-2}	87	-192	$5,7 \cdot \dot{y}_p$
3	1,00**	10^{-4}	180	$-10,5 \cdot 10^5$	$60 \cdot \dot{y}_p$
		10^{-3}	170	$-10,68 \cdot 10^3$	$300 \cdot \dot{y}_p$
		10^{-2}	49	-154	$1,3 \cdot \dot{y}_p$

Прим.: * При $h=0,83$ м значение коэффициента $b \approx 0$. ** При $h=1,00$ м – $b = -1,14 \cdot 10^4 \frac{м}{с^2}$.

при $t=0,1$ с величины перемещений существенно превышают аналогичное значение при равномерном всплывании: $y_p = 0,1 \cdot \dot{y}_p$. Поверхностные силы влияют на значение коэффици-

ентов k_1 и k_2 , а значит, и на перемещение частиц при наклонной вибрации. При малых размерах пузырька $R=10^4 \cdot 10^{-3}$ м они ускоряют его всплывание, но тормозят с увеличением R до 10^{-2} м.

Однако это может быть и совместное влияние увеличения статического напора и поверхностных сил, т.к. при $R=10^{-2}$ м значение коэффициентов « b » и « c » (см. табл. 1) – одного порядка. Однозначно можно сказать, что увеличение высоты литейной формы, интерпретированное в модели величиной статического напора ($\rho_p \cdot g \cdot S \cdot h$) при постоянной площади основания формы S тормозит всплывание пузырьков с включением с нарастанием их размера. Однако зависимость перемещения от высоты формы с нарастанием высоты $h=0,83$ до $1,0$ м становится экстремальной, причём максимум приходится на размер пузырьков порядка $R=10^{-3}$ м.

Последний вывод можно объяснить сравнением величин коэффициентов « b » и « c » в табл. 1. При $R=10^{-4}..10^{-3}$ м $c \gg b$, т.е. поверхностные силы значительно превышают статический напор на пузырёк, поэтому его перемещение возрастает. С увеличением размера R до 10^{-2} м данные коэффициенты становятся одного порядка, но с увеличением статического напора при высоте формы более $0,83$ м он превышает силу Архимеда и начинает заметно тормозить всплывание пузырька, даже знак « b » изменяется с плюса на минус. Значит, удаление пузырьков газа размером более сантиметра при высоте формы более метра становится проблематичным. Следовательно, с увеличением высоты литейной формы более одного метра для рафинирования, кроме вибрации, желательнее применять методы снижения статического напора, например, вакуумирование расплава.

В результате разработанная математическая модель позволяет оценить возможности применения вибрации

для рафинирования расплавов от газов и включений с учётом поверхностных сил на границе раздела фаз, а также определить влияние высоты литейной формы на процесс рафинирования расплава стали. Повышение эффективности виброобработки расплавов с целью их рафинирования приводит к уменьшению энергозатрат на эту операцию, что позволяет перейти к опытному и промышленному опробованию этой операции внепечной обработки расплавов.

В заключение отметим, что методом кинетостатики Даламбера разработана математическая модель вибрационного рафинирования металлов с учетом физико-химических процессов, для обеспечения стабильности параметров расплава стали. Модель позволяет оценить влияние поверхностных сил на границе раздела газ-расплав-включение и высоты литейной формы на процесс всплывания газовых пузырьков, флотирующих твёрдые неметаллические включения, а также направления в пространстве вектора вибровозмущающей силы. Анализ уравнения траектории движения газового пузырька с включением в расплаве при наклонной вибрации и смачивании на межфазной границе показал нелинейность зависимости перемещения пузырька в жидком металле от времени. Вибрация должна ускорить процесс рафинирования расплава от газов и включений.

Проведены расчёты по модели для расплава стали, которые показали, что при наклонной вибрации ($\alpha=45^\circ$) и размерах пузырька R от $0,1$ до 1 мм, поверхностные силы превалируют над статическим напором и всплывание частиц ускоряется. Однако при боль-

ших размерах пузырька (до 10 мм) и высоте литейной формы $h > 0,83$ м всплывание газовых пузырьков, наоборот, тормозится из-за изменения баланса сил: статический напор и вязкое трение превалируют над поверхностными и архимедовой силами.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Балакин Ю.А. Разработка технологии обработки литейных инструментальных сталей вибрацией и модифицированием с целью повышения качества отливок: дисс. ... канд. технич. наук. М., 1995. 191 с.
2. Гуляев Б.Б. Теория литейных процессов. Л.: Машиностроение, 1976. 216 с.
3. Смитлз К. Дж. Металлы: справ. изд. М.: Металлургия, 1968. 288 с.