УДК 539.23; 539.216.1; 537.311.31

DOI: 10.18384/2310-7251-2015-4-69-82

Завитаев Э.В.¹, Русаков О.В.¹, Юшканов А.А.²¹Государственный гуманитарно-технологический университет (г. Орехово-Зуево)²Московский государственный областной университет

МАГНИТНОЕ ДИПОЛЬНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ МЕЛКОЙ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ С ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ СОФФЕРА

Аннотация. Рассчитано сечение магнитного дипольного поглощения металлической частицы цилиндрической формы. Рассмотрен общий случай, когда отношение длины свободного пробега электронов к поперечному размеру частицы может принимать произвольные значения. В качестве граничных условий задачи принято условие, учитывающее зависимость коэффициента зеркальности от угла падения между вектором скорости электрона и нормалью к поверхности металла. Проведено сравнение полученных результатов с теоретическими расчетами для модели диффузно-зеркальных граничных условий Фукса. Рассмотрен предельный случай и проведено обсуждение полученных результатов.

Ключевые слова: мелкая металлическая частица, функция распределения, сечение поглощения.

E. Zavitaev¹, O. Rusakov¹, A. Yushkanov²¹Moscow Regional Institution of Higher Education «University for Humanities and Technologies» (Orekhovo-Zuyevo)²Moscow State Regional University

MAGNETIC DIPOLAR ABSORPTION OF THE SMALL METAL PARTICLE OF THE CYLINDRICAL FORM WITH BOUNDARY CONDITIONS OF SOFFER

Abstract. The section of magnetic dipolar absorption by a cylindrical metal particle is calculated. The general case, when the ratio of the length of the free run of electrons to the transverse size of the particle can take arbitrary values, is considered. The condition taking

into account the dependence of the coefficient of a smooth surface on a hade between a vector of speed of an electron and a normal to a metal surface is used as a boundary condition of the problem. The results obtained are compared with theoretical calculations for the model of diffusion and mirror boundary conditions of Fuchs. The limiting case is considered and the obtained results are discussed.

Key words: *small metal particle, cumulative distribution curve, absorption section.*

Введение

Электромагнитные свойства малых металлических частиц обладают рядом особенностей [1; 2]. Эти особенности связаны с тем, что длина свободного пробега электронов в таких частицах оказывается одного порядка с их линейными размерами. При этом существенную роль начинают играть нелокальные эффекты. Классическая теория взаимодействия электромагнитного излучения с металлическими частицами (теория Ми) [3], основанная на локальных уравнениях макроскопической электродинамики, оказывается неприменимой.

В работах [4; 5] рассмотрен вопрос о магнитном дипольном поглощении инфракрасного излучения сферическими частицами. При этом для описания электромагнитного отклика частицы применялась стандартная кинетическая теория вырожденного ферми-газа электронов проводимости в металлах [6]. Рассмотрение было ограничено случаем чисто диффузного отражения электронов проводимости от внутренней поверхности частицы.

В последующих работах [7–9] поднимался вопрос о влиянии зеркального отражения электронов на электромагнитные свойства малых металлических частиц. В работах [10; 11] было проведено подробное рассмотрение магнитного дипольного поглощения сферической и цилиндрических частиц при условии, что отражение электронов от поверхности частицы носит смешанный, т. е. зеркально-диффузный характер (модель Фукса) [12].

В данной работе построена теория взаимодействия электромагнитного излучения с цилиндрической частицей с учетом зависимости коэффициента зеркальности q от дефектов поверхности и угла падения электронов на внутреннюю поверхность частицы (модель Соффера) [13; 14]. Следует отметить, что применение такой модели граничных условий для неравновесной функции распределения электронов позволило выявить целый ряд важных физических особенностей при учете влияния поверхностного рассеяния

электронов на электрическое поглощение мелкой металлической цилиндрической частицы [15].

Постановка задачи

Рассматривается бесконечный металлический цилиндр радиуса R и длины L ($R \gg L$) в поле плоской электромагнитной волны (предполагается, что магнитное поле волны направлено вдоль оси цилиндра). Его магнитное поглощение обусловлено возникновением вихревых токов. В дипольном приближении и в пренебрежении скин-эффектом (считается, что $R < \delta$ – глубины скин-слоя) вихревое электрическое поле, вызывающее появление этих токов, имеет вид

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2c} \left[\mathbf{r}, \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right] = \frac{\omega}{2ic} [\mathbf{r}, \mathbf{H}_0] \exp(-i\omega t), \quad (1)$$

где $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \exp(-i\omega t)$ – напряженность магнитного поля; $\mathbf{r}$ – радиус-вектор (начало координат выбирается на оси частицы), $\mathbf{H}_0$ – амплитуда магнитного поля волны, ω – угловая частота волны, c – скорость света в вакууме.

Средняя диссипируемая мощность $\overline{Q}$ в частице находится по формуле [16]:

$$\overline{Q} = \int (\overline{\operatorname{Re} \mathbf{E}})(\overline{\operatorname{Re} \mathbf{j}}) d^3r = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int \mathbf{j} \mathbf{E}^* d^3r, \quad (2)$$

здесь чертой обозначено усреднение по времени, а звездочкой – комплексное сопряжение; $\mathbf{j}$ – плотность вихревого тока.

Если для нахождения плотности тока $\mathbf{j}$ применить локальный закон Ома в виде:

$$\mathbf{j} = \Sigma(\omega) \mathbf{E}; \quad \Sigma(\omega) = \frac{\Sigma(0)}{1 - i\omega\tau}, \quad (3)$$

где $\Sigma(\omega)$ – проводимость Друде [6], $\Sigma(0) = e^2 n \tau / m$ – статическая проводимость металла, то, разделив $\overline{Q}$ на средний поток энергии в волне $cH_0^2/8\pi$, получим классическую формулу для сечения $\sigma_{\text{кл}}$ магнитного поглощения частицы [16]:

$$\sigma_{\text{кл}} = \frac{\pi^2 e^2 n R^4 L}{2 m c^3} \frac{\tau \omega^2}{1 + \omega^2 \tau^2},$$

где e , m и n – соответственно, заряд, масса и концентрация электронов проводимости; τ – электронное время релаксации.

В данной работе рассмотрим случай, когда радиус частицы R сравним с длиной свободного пробега электронов в металле L или меньше ее: $R < L$. Тогда закон Ома (3) необходимо уточнять, т.к. связь между $\mathbf{E}$ и $\mathbf{j}$ на таких расстояниях оказывается существенно нелокальной. Для описания этой связи применим кинетическое уравнение (в приближении времени релаксации) к вырожденному ферми-газу электронов проводимости в цилиндрической частице. Заметим, что такой подход справедлив при исследовании образцов, линейный размер которых много больше длины волны де Бройля на поверхности Ферми.

Для достаточно слабых внешних полей $\mathbf{E}$ это уравнение можно линеаризовать по внешнему полю $\mathbf{E}$ и по малым отклонениям от равновесной фермиевской функции распределения:

$$-i\omega f_1 + \mathbf{v} \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} + e(\mathbf{v} \mathbf{E}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\frac{f_1}{\tau}. \quad (4)$$

Здесь $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = f_0(\varepsilon) + f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ – функция распределения электронов; $f_0(\varepsilon)$ – равновесная фермиевская функция распределения электронов по энергиям, причем далее рассматривается квадратичная зависимость энергии от скорости: $\varepsilon = m \mathbf{v}^2 / 2$, и используется ступенчатая аппроксимация для равновесной функции $f_0(\varepsilon)$ [17]:

$$f_0(\varepsilon) = \Theta(\varepsilon_F - \varepsilon) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_F \\ 0, & \varepsilon_F < \varepsilon \end{cases},$$

$\varepsilon_F = m \mathbf{v}_F^2 / 2$ – энергия Ферми; $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$ – малое отклонение f от равновесного значения $f_0(\varepsilon)$, возникающее под действием поля и приводящее к появлению вихревого тока плотности:

$$\mathbf{j} = en \langle \mathbf{v} \rangle = en \left[\int f_0 d^3 v \right]^{-1} \int f_1 \mathbf{v} d^3 v. \quad (5)$$

Концентрация электронов n определяется по стандартной формуле, согласно которой:

$$n = 2 \frac{m^3}{h^3} \int f_0 d^3 v = 2 \frac{m^3}{h^3} \frac{4 \pi v_F^3}{3},$$

где h – постоянная Планка, v_F – скорость Ферми.

Взяв в уравнении (4) поле $\mathbf{E}$ в виде (1), найдем f_1 как решение уравнения (4). После этого из соотношения (5) найдем плотность тока и сечение поглощения:

$$\sigma = \frac{8 \pi \bar{Q}}{c H_0^2}. \quad (6)$$

Однозначное решение поставленной задачи возможно при выборе граничного условия на поверхности частицы для неизвестной функции f_1 . Физически это означает, что при выполнении условия $R < \lambda$ поглощение энергии частицей существенно зависит от характера взаимодействия электронов проводимости с границей частицы.

Зададим следующее граничное условие, которое учитывает зависимость коэффициента зеркальности q от дефектов поверхности и угла падения электронов θ на внутреннюю поверхность частицы (модель Соффера) [13; 14]:

$$f_1(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp, \mathbf{v}_z) = q(G, \cos \theta) f_1(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}'_\perp, \mathbf{v}_z) \quad \text{при} \quad \begin{cases} |\mathbf{r}_\perp| = R, \\ \mathbf{r}_\perp \mathbf{v}_\perp < 0 \end{cases}, \quad (7)$$

$$q(G, \cos \theta) = \exp[-(4 \pi G)^2 \cos^2 \theta], \quad G = \frac{h_s}{\lambda_F},$$

где $\mathbf{r}_\perp$ и $\mathbf{v}_\perp$, соответственно, проекции радиус-вектора электрона $\mathbf{r}$ и его скорости $\mathbf{v}$ на плоскость, перпендикулярную оси цилиндра,

$$\mathbf{v}'_\perp = \mathbf{v}_\perp - \frac{2 \mathbf{r}_\perp (\mathbf{r}_\perp \mathbf{v}_\perp)}{R^2}$$

– вектор скорости, который при зеркальном отражении от внутренней поверхности цилиндра в точке $\mathbf{r}_\perp$ ($|\mathbf{r}_\perp| = R$) переходит в вектор $\mathbf{v}_\perp$, $\mathbf{v}_z$ – составляющая скорости электрона вдоль оси частицы; h_s –

среднеквадратичная высота поверхностного рельефа, λ_F – длина волны де Бройля электрона на поверхности Ферми.

Функция распределения

Кинетическое уравнение (4) решается методом характеристик [18]. Изменение f_1 вдоль траектории (характеристики)

$$d\mathbf{r} = \mathbf{v} dt$$

определяется уравнением:

$$df_1 = -(\mathbf{v}f_1 + e(\mathbf{v} \mathbf{E}) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}) dt, \quad (8)$$

где

$$\mathbf{v} = \frac{1}{\tau} - i\omega$$

есть комплексная частота рассеяния электронов.

Граничное условие (7) позволяет проследить за изменением f_1 вдоль зеркально отражающейся траектории. В точке отражения $t = t_n$ функция $f_1(t)$ испытывает скачок:

$$f_1(t_n + 0) = q f_1(t_n - 0). \quad (9)$$

Знак +/- обозначает предел функции f_1 в точке отражения t_n справа или слева по времени пролета.

При зеркальном отражении сохраняется угловой момент $[\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp] = [\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}'_\perp]$, поэтому на рассматриваемой траектории $[\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp] = \text{const}$.

Разность $t_n - t_{n-1}$ не зависит от номера n точки отражения:

$$t_n = nT + \text{const}, \quad n \in Z,$$

где T – время пролета электрона со скоростью $\mathbf{v}_\perp$ от точки $\mathbf{r}_{n-1\perp}$ до точки $\mathbf{r}_{n\perp}$:

$$T = -\frac{2(\mathbf{v}_{n\perp} \mathbf{r}_{n\perp})}{v_\perp^2}.$$

Величина $\mathbf{v} \mathbf{E}$ также постоянна на траектории

$$\mathbf{v} \mathbf{E} = \frac{\omega}{2ic} [\mathbf{r}, \mathbf{H}] \mathbf{v} = \frac{i\omega}{2c} [\mathbf{r}, \mathbf{v}] \mathbf{H} = \text{const}.$$

Решением уравнения (8), в общем виде, является функция:

$$f_1 = C \exp(-v t) - \frac{A}{v}, \quad A = e(v E) \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}.$$

Проведем решение этого уравнения на интервале (t_{n-1}, t_n) . В момент начала отсчета времени ($t=0$):

$$f_1(t_{n-1} + 0) = C - \frac{A}{v},$$

откуда ищется значение постоянной C :

$$C = \frac{A}{v} + f_1(t_{n-1} + 0).$$

Теперь получим связь между начальными значениями функции f_1 на двух соседних звеньях траектории. Поскольку $t_n - 0 = t_{n-1} + T$, то:

$$\begin{aligned} f_1(t_n - 0) &= \left(\frac{A}{v} + f_1(t_{n-1} + 0) \right) \exp(-vT) - \frac{A}{v} = \\ &= -\frac{A}{v} (1 - \exp(-vT)) + f_1(t_{n-1} + 0) \exp(-vT). \end{aligned}$$

Применяя условие (9), получаем:

$$f_1(t_n + 0) = q \left\{ -\frac{A}{v} (1 - \exp(-vT)) + f_1(t_{n-1} + 0) \exp(-vT) \right\}.$$

Выражая затем с помощью этого рекуррентного соотношения $f_1(t_{n-1} + 0)$ через $f_1(t_{n-2} + 0)$ и т.д., приходим к выражению для $f_1(t_n + 0)$ через сумму бесконечной геометрической прогрессии со знаменателем $q \exp(-vT)$. Суммируя ее, имеем:

$$f_1(t_n + 0) = \frac{-q A (1 - \exp(-vT))}{v(1 - q \exp(-vT))}. \quad (10)$$

Чтобы найти конкретный вид решения уравнения (8), воспользуемся начальным условием (10). Когда $t = 0$:

$$\frac{-q A (1 - \exp(-vT))}{v(1 - q \exp(-vT))} = C - \frac{A}{v},$$

откуда:

$$C = \frac{A}{v} \left\{ 1 - \frac{q(1 - \exp(-vT))}{1 - q \exp(-vT)} \right\} = \frac{A}{v} \left\{ \frac{1 - q}{1 - q \exp(-vT)} \right\}.$$

Поэтому:

$$f_1(t) = \frac{A}{v} \left\{ \frac{1 - q}{1 - q \exp(-vT)} \right\} \exp(-vt) - \frac{A}{v} = \frac{A}{v} \left\{ \frac{(1 - q) \exp(-vt)}{1 - q \exp(-vT)} - 1 \right\} \quad (11)$$

Параметры t и T можно связать с координатами точки $(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{v}_\perp)$ в фазовом пространстве (при $n=0$ $\mathbf{v}_{0\perp} = \mathbf{v}_\perp$) условиями:

$$\mathbf{r}_\perp = \mathbf{r}_{0\perp} + \mathbf{v}_\perp t; \quad \mathbf{v}_\perp \mathbf{r}_{0\perp} < 0; \quad r_{0\perp}^2 = R^2; \quad T = -\frac{2(\mathbf{v}_\perp \mathbf{r}_{0\perp})}{v_\perp^2},$$

где $\mathbf{r}_{0\perp}$ – проекция радиус-вектора электрона в момент отражения от границы частицы на плоскость перпендикулярную оси цилиндра. Исключая отсюда $\mathbf{r}_{0\perp}$, получаем:

$$t = \left\{ \mathbf{r}_\perp \mathbf{v}_\perp + \left[(\mathbf{r}_\perp \mathbf{v}_\perp)^2 + (R^2 - r_\perp^2) v_\perp^2 \right]^{1/2} \right\} / v_\perp^2, \quad (12)$$

$$T = 2 \left[(\mathbf{r}_\perp \mathbf{v}_\perp)^2 + (R^2 - r_\perp^2) v_\perp^2 \right]^{1/2} / v_\perp^2. \quad (13)$$

Соотношения (11), (12) и (13) полностью определяют функцию $f_1(\mathbf{r}, \mathbf{v})$.

Сечение поглощения

Найденная функция распределения позволяет рассчитать плотность вихревого тока (5) и среднюю диссипируемую мощность (2), а также сечение поглощения (6).

При вычислении интегралов (5), (2) удобно перейти к цилиндрическим координатам как в пространстве координат $(r_\perp, \varphi, r_z)$; полярная ось – ось Z ; вектор $\mathbf{H}_0$ параллелен оси Z), так и в пространстве скоростей $(v_\perp, \alpha, v_z)$. Ось цилиндра совпадает с осью Z . Поле (1) в цилиндрических координатах имеет лишь φ -компоненту:

$$\mathbf{E} = E_\varphi \mathbf{e}_\varphi; \quad E_\varphi = \frac{i\omega}{2c} r_\perp H_0 \exp(-i\omega t).$$

Соответственно, и плотность тока (5) обладает лишь φ -компонентой (линии тока являются замкнутыми окружностями с центрами на оси Z , в плоскостях перпендикулярных оси Z):

$$j_{\varphi} = E_{\varphi} 2e^2 \left(\frac{m}{h}\right)^3 \frac{1}{v} \left(\frac{2}{m}\right) \int_0^{v_F} \int_0^{2\pi} \frac{v_{\perp}^3}{\sqrt{v_F^2 - v_{\perp}^2}} \left\{ 1 - \frac{(1-q) \exp(-vt)}{1-q \exp(-vT)} \right\} \sin^2 \alpha \, dv_{\perp} \, d\alpha. \quad (14)$$

В силу симметрии задачи интегрирование по всему диапазону скоростей v_z заменяется интегрированием по положительному диапазону, и результат удваивается.

Преобразуем выражения (12) и (13), приняв следующие обозначения: $\xi = r_{\perp} / R$, $\rho = v_{\perp} / v_F$ и пользуясь тем, что $\mathbf{r}_{\perp} \mathbf{v}_{\perp} = r_{\perp} v_{\perp} \cos \alpha$. Получаем:

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{v_{\perp}}{v_F} \cos \alpha = \rho \cos \alpha, \\ t &= R \left(\xi \cos \alpha + \sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \alpha} \right) / v_{\perp}, \\ T &= 2R \sqrt{1 - \xi^2 \sin^2 \alpha} / v_{\perp}. \end{aligned}$$

Введем новую переменную:

$$z = \frac{R}{v_F} \left(\frac{1}{\tau} - i\omega \right) = \frac{R}{\Lambda} - i \frac{R\omega}{v_F} = x - iy.$$

Тогда выражение (14) принимает следующий вид:

$$j_{\varphi} = 2e^2 E_{\varphi} \left(\frac{m}{h}\right)^3 \frac{R}{z v_F} \frac{2v_F^3}{m} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \frac{\rho^3}{\sqrt{1 - \rho^2}} \left\{ 1 - \frac{(1-q) \exp(-vt)}{1-q \exp(-vT)} \right\} \sin^2 \alpha \, d\rho \, d\alpha.$$

Сечение поглощения вычислим, пользуясь формулами (2) и (6):

$$\sigma = \left(\frac{8\pi}{cH_0^2} \right) \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int \mathbf{j} \mathbf{E}^* d^3 r = \sigma_0 F(x, y, G),$$

где размерная составляющая:

$$\sigma_0 = \frac{3\pi n e^2 R^3 L v_F}{m c^3},$$

безразмерная составляющая (физический смысл имеет ее реальная часть):

$$F(x, y, G) = \frac{y^2}{z} \int_0^1 \int_0^1 \int_0^{2\pi} \xi^3 d\xi \frac{\rho^3}{\sqrt{1-\rho^2}} \times \\ \times \left\{ 1 - \frac{\exp(-(4\pi G \rho \cos \alpha)^2) (1 - \exp(-vt))}{1 - \exp(-(4\pi G \rho \cos \alpha)^2) \exp(-vT)} \right\} \sin^2 \alpha d\rho d\alpha. \quad (15)$$

Результаты численного расчета безразмерного сечения поглощения $F(x, y, G)$ представлены на рисунках ниже.

Полагая в формуле (15), что $q = \text{const}$ ($0 < q < 1$), приходим к выражению для расчета безразмерного сечения поглощения $F(x, y, q)$ мелкой металлической частицы цилиндрической формы, полученному ранее на основе модели зеркально-диффузных граничных условий Фукса [11].

В заключение заметим, что независимо от характера отражения (при любом q) с ростом размера частицы (при $x \gg 1$) имеет место макроскопическая асимптотика безразмерного сечения поглощения частицы

$$F(x, y) = \frac{\pi y^2}{6(x - iy)},$$

причем, как видно из последней формулы, относительный вклад поверхностных эффектов убывает как x^{-1} ($|z| \sim x$).

Обсуждение результатов

На рисунке 1 приведено сравнение результатов численного расчета безразмерного сечения поглощения, полученных с использованием различных моделей граничных условий. Отношение безразмерного сечения поглощения $F(x, y, G)$ вычисленного с помощью модели Соффера к безразмерному сечению поглощения $F(x, y, q)$, вычисленному по модели Фукса, определялось при фиксированной безразмерной обратной длине свободного пробега электронов x для трех значений безразмерной частоты внешнего поля y .

Рис. 1. Зависимость отношения безразмерного сечения поглощения $F(x, y, G)$ к безразмерному сечению поглощения $F(x, y, q)$ от параметра шероховатости поверхности частицы G ($q=1-G$) при фиксированном значении безразмерной обратной длины свободного пробега электронов x и постоянных значениях безразмерной частоты y : 1 – ($x = 0.1, y = 0.1$), 2 – ($x = 0.1, y = 0.2$), 3 – ($x = 0.1, y = 0.5$).

Из анализа хода кривых можно сделать вывод о том, что безразмерные сечения поглощения, рассчитанные с использованием различных моделей граничных условий, могут превалировать друг над другом в зависимости от величины безразмерной частоты внешнего поля и параметра шероховатости.

На рисунке 2 отображена зависимость безразмерного сечения поглощения частицы $F(x, y, G)$ от параметра шероховатости ее поверхности для случая, когда все кривые построены при одинаковом значении безразмерной обратной длины свободного пробега электронов x . Безразмерная частота внешнего поля y варьируется для каждой кривой.

Рис. 2. Зависимость безразмерного сечения поглощения $F(x, y, G)$ от параметра шероховатости поверхности частицы G при фиксированном значении безразмерной обратной длины свободного пробега электронов x и постоянных значениях безразмерной частоты y : 1 – ($x = 0.1, y = 0.2$), 2 – ($x = 0.1, y = 0.3$), 3 – ($x = 0.1, y = 0.5$).

Из рисунка видно, что по мере увеличения параметра шероховатости G , безразмерное сечение поглощения плавно достигает максимума (для всех значений G его величина доминирует у кривых, соответствующих более высокой безразмерной частоте), а затем выходит на некоторое постоянное значение, характерное для каждой безразмерной частоты внешнего поля.

На рисунке 3 представлена зависимость безразмерного сечения поглощения частицы $F(x, y, G)$ от параметра шероховатости поверхности G при фиксированной безразмерной частоте внешнего поля y .

Рис. 3. Зависимость безразмерного сечения поглощения $F(x, y, G)$ от параметра шероховатости поверхности частицы G при фиксированном значении безразмерной частоты y и постоянных значениях безразмерной обратной длины свободного пробега электронов x : 1 – ($x = 0.1, y = 0.1$), 2 – ($x = 0.3, y = 0.1$), 3 – ($x = 0.5, y = 0.1$).

Каждой кривой на рисунке соответствуют различные значения безразмерной обратной длины свободного пробега электронов x . Из хода кривых следует, что при небольших значениях параметра G безразмерное сечение поглощения частиц уменьшается с увеличением их радиуса. По мере возрастания степени шероховатости поверхности все три кривые сближаются друг с другом.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Петров Ю. И. Физика малых частиц. М.: Наука, 1982. 360 с.
2. Морохов И. Д., Петин В. И., Трусов Л. И., Петрунин В. Ф. Структура и свойства малых металлических частиц // УФН. 1981. Т. 133. С. 653–692.
3. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 721 с.

4. Trodahl H. J. Eddy currents in ultrafine metal particles // *Phys. Rev.* 1979. V.19, №2. P. 1316–1317.
5. Лесскис А. Г., Пастернак В. Е., Юшканов А. А. Поглощение инфракрасного излучения в мелкой металлической частице // *ЖЭТФ*. 1982. Т. 83. Вып. 1. С. 310–317.
6. Займан Дж. Электроны и фононы. М.: ИЛ, 1962. 488 с.
7. Trodahl H. J. Far-infrared absorption by eddy currents in ultrafine metal particles // *J. Phys. C: Sol. St. Phys.* 1982. V. 15. № 35. P. 7245–7254.
8. Mal'shukov A. G. Far-infrared absorption in small metal particles: non- local theory // *Sol. State. Commun.* 1982. V. 44. № 8. P. 1257–1260.
9. Мальшуков А. Г. Инфракрасное поглощение в малых металлических частицах // *ЖЭТФ*, 1983, т. 85, № 2(8), с. 700–707.
10. Лесскис А. Г., Юшканов А. А., Яламов Ю. И. Магнитное дипольное поглощение инфракрасного излучения мелкой металлической частицей // *Поверхность*. 1987. № 11. С. 115–121.
11. Завитаев Э. В., Юшканов А. А., Яламов Ю. И. Влияние характера отражения электронов от поверхности на электромагнитные свойства цилиндрических частиц // *ЖТФ*. 2003. Т. 73. Вып. 3. С. 16–22.
12. Fuchs K. The conductivity of thin metallic films according to the electron theory of metals // *Proc. Cambridge Phil. Soc.* 1938. V. 34. № 1. P. 100–108.
13. Soffer S.B. Statistical Model for the Size Effect in Electrical Conduction // *J. Appl. Phys.* 1967. V. 38. № 4. P. 1710–1715.
14. Чопра К. Л. Явления в тонких пленках. М.: Мир, 1972. 424 с.
15. Лебедев М.Е., Кузнецова И. А. Влияние поверхностного рассеяния электронов на электрическое поглощение мелкой металлической цилиндрической частицы // *Вестник ЯрГУ. Серия «Естественные и технические науки»*. 2012. № 1. С. 24–30.
16. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1992. 620 с.
17. Харрисон У. Теория твердого тела. М.: Мир, 1972. 616 с.
18. Курант Р. Уравнения с частными производными. М.: Мир, 1964. 843 с.