

УДК 336.02

DOI: 10.18384/2310-6646-2016-2-115-121

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПЕРИОДИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ ОБЪЁМОВ ПРОДАЖ КОМПАНИИ НА ОСНОВЕ ИНСТРУМЕНТА «РЕГРЕССИЯ» MS EXCEL

Протасов Ю.М., Юров В.М.

*Московский государственный областной университет
105005, г. Москва, ул. Радио, д.10А, Российская Федерация*

Аннотация. В статье рассматривается способ построения моделей временных рядов, содержащих периодические колебания, с использованием инструмента «Регрессия» MS EXCEL. Способ не накладывает ограничений на число уровней ряда. В качестве примера рассматривается временной ряд квартальных объёмов продаж компании за восемь лет. В предложенном авторами способе моделирования используются все необходимые статистические процедуры, требуемые для идентификации и оценки параметров модели и проверки её адекватности и точности.

Ключевые слова: временной ряд, коэффициенты Фурье, гармонический анализ, периодограмма, тренд, сезонность, циклическая компонента, значимость коэффициентов модели.

THE HARMONIC ANALYSIS OF PERIODIC FLUCTUATIONS IN SALES VOLUMES OF THE COMPANY BY MEANS OF «REGRESSION» MS EXCEL TOOL

Yu. Protasov, V. Yurov

*Moscow State Regional University
10 A Radio Street, Moscow, 105005, Russian Federation*

Abstract. The article considers a possible way of constructing models of periodic fluctuations by using MS EXCEL. When a number of time series levels is not equal to $2n$, this way doesn't impose restrictions on the number of time series levels. As an example, the time series of quarterly sales of the company are considered for the period of 8 years. In the proposed way of modeling all necessary statistical procedures required for the identification and evaluation of the model parameters, as well as verification of its adequacy and accuracy are used.

Key words: time series, Fourier coefficient, harmonic component, periodogram, trend, seasonality, cyclical component, significance of the model coefficients.

В работе, посвящённой моделированию сезонных и циклических колебаний объёмов продаж компании с использованием методов гармонического анализа в MS EXCEL [2], нами была показана целесообразность использования метода гармонического анализа в табличном редакторе MS EXCEL для построения моделей временных рядов с периодическими колебаниями и рассмотрена технология такого моделирования.

© Протасов Ю.М., Юров В.М., 2016.

Применение гармонического анализа временного ряда на функции синусов и косинусов различных частот [1]:

$$Y_t = T_t + \sum_{k=1}^{N/2} a_k \cos(\omega kt) + \sum_{k=1}^{N/2} b_k \sin(\omega kt),$$

где T_t – тренд временного ряда;

N – число наблюдений;

$$\omega = \frac{2\pi}{N}$$

– основная частота колебаний; a_k и b_k – коэффициенты Фурье, определяемые по формулам:

$$a_0 = \frac{1}{N} \sum Y_t;$$

$$a_k = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N Y_t \cos(\omega kt); \quad b_k = \frac{2}{N} \sum_{t=1}^N Y_t \sin(\omega kt) \quad \text{– при } k=1 \dots (N/2-1)$$

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Y_t \cos(\omega kt); \quad b_k=0 \quad \text{– при } k=N/2.$$

Каждый член суммы представляет собой гармонику с определённым периодом. Первая гармоника имеет период, равный длине исследуемого периода. Исследуемый (основной) период полагается равным 2π . Вторая имеет период, равный половине основного, третья – одной трети основного и т.д. Если есть N наблюдений, то число гармоник не будет превышать $N/2$.

Для распознавания периодических колебаний различной частоты используется периодограмма [5], представляющая собой функцию дисперсии данных от частоты. Графически периодограмму обычно изображают в виде зависимости дисперсии гармоник от их номера. Дисперсия, учитываемая одной гармоникой, рассчитывается по формуле [3]:

$$\sigma_k^2 = \frac{C_k^2}{2},$$

$$\text{где } C_k^2 = a_k^2 + b_k^2.$$

Вид периодограммы тесно связан со структурой ряда и является

хорошим средством для выявления скрытых периодичностей и предварительного выбора гармоник, включаемых в модель. Наличие сезонных и циклических колебаний проявляет себя в виде острых узких пиков в периодограмме на соответствующих частотах (а при несимметричной форме сезонной или циклической волны – и на соответствующих кратных частотах).

Определять коэффициенты Фурье удобно с помощью инструмента «Анализ Фурье» надстройки MS Excel «Анализ данных», использующей алгоритм быстрого преобразования Фурье. Существенным недостатком этого алгоритма является то, что число исходных данных обязательно должно быть равно степени числа 2, т.е. 4, 8, 16, и т.д. Однако в практических эконометрических исследованиях число наблюдений редко удовлетворяет этому условию.

Для выхода из указанного затруднения предлагается решать задачу ли-

нейной множественной регрессии, в которой результирующая переменная – уровни наблюдаемого временного ряда, а факторные переменные – функции синусов и косинусов всех возможных (дискретных) частот.

Построение модели линейной множественной регрессии в Excel можно выполнить с помощью инструмента «Регрессия» надстройки «Анализ данных».

Поскольку все факторные переменные $X_k(t) = \cos(k\omega t)$ и $Z_k(t) = \sin(k\omega t)$ являются ортогональными, то коэффициенты корреляции между ними будут равны 0, т.е. все они будут независимыми, и их вклад в изменение результирующей переменной будет суммироваться. Поэтому можно необходимое число раз вычислять коэффициенты модели a_k и b_k с помощью режима работы «Регрессия», включая каждый раз разный набор факторных переменных, но не более 16 (максимальное число аргументов режима «Регрессия»). Это даёт возможность применять надстройку «Анализ данных» для построения модели ряда с числом уровней более 16.

Использовать при этом для определения значимости коэффициентов регрессии a_k и b_k критерий Стьюдента, применяемый для этого в режиме «Регрессия», нельзя, так как распределение факторных переменных $X_k(t) = \cos(k\omega t)$ и $Z_k(t) = \sin(k\omega t)$ не является нормальным. Поэтому отбор значимых гармоник будем проводить на основе наблюдаемых значений статистики Фишера F_k и соответствующих им расчётных значений значимости [1]:

$$F_k = \frac{\sigma_k^2 / 2}{\sigma_{ост}^2 / N'}$$

$$\text{где } \sigma_{ост}^2 = \left[\sum_{k=1}^{N/2} \sigma_k^2 - \sum_j \sigma_{k(j)}^2 \right] N / N'$$

– остаточная дисперсия;

j – номера учитываемых в модели гармоник;

q – число учитываемых в модели гармоник;

$$N' = N - 2q - 1.$$

Значимость статистики F_k в Excel можно найти с помощью статистической функции F.РАСП при вычисленном значении F_k и числе степеней свободы 2 и N' .

Процесс построения модели временного ряда вышеуказанным способом рассмотрим на примере ряда поквартальных данных объёма продаж компании за последние 8 лет [4], включающего тренд, сезонную и циклическую компоненты. Число уровней моделируемого временного ряда равно $N=32$. Графики временного ряда и тренда представлены на рис. 1.

Визуальный анализ графика ряда показывает, что в ряду чётко прослеживаются сезонные колебания с периодичностью в 4 квартала, остальные компоненты не прослеживаются. Поскольку амплитуда колебаний примерно одинакова, то будем строить аддитивную модель ряда.

Результаты расчёта параметров гармоник и периодограмма детрендрованного ряда приведены соответственно в табл. 1 и на рис. 2.

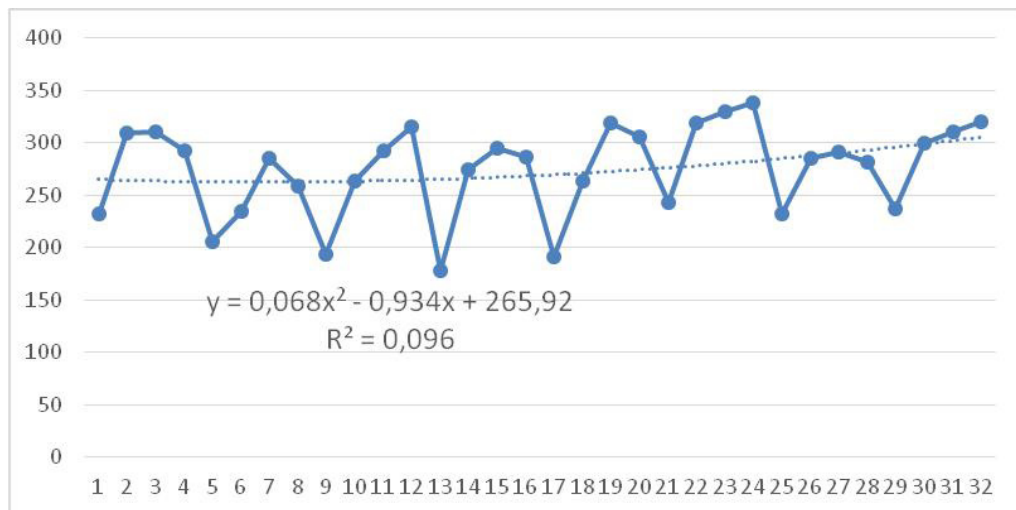


Рис. 1. Изменение объёмов продаж компании

Таблица 1

**Результаты расчётов параметров гармоник
с помощью инструмента «Регрессия»**

Номер гармоник k	Период, кв	Частота, кв ⁻¹	Коэффициент a_k	Коэффициент b_k	Дисперсия σ_k^2	Статистика F_k	Значимость F_k
1	32,000	0,031	-2,059	-5,726	18,514	0,785	0,439
2	16,000	0,063	3,580	10,574	62,310	2,644	0,075
3	10,667	0,094	18,269	5,137	180,077	7,640	0,002
4	8,000	0,125	0,136	2,182	2,389	0,101	0,897
5	6,400	0,156	-2,562	3,801	10,505	0,446	0,623
6	5,333	0,188	-1,149	3,801	7,884	0,334	0,700
7	4,571	0,219	3,329	7,519	33,810	1,434	0,231
8	4,000	0,250	-43,907	-7,899	995,110	42,218	0,000
9	3,556	0,281	7,596	-0,326	28,905	1,226	0,283
10	3,200	0,313	0,066	1,809	1,638	0,069	0,928
11	2,909	0,344	2,649	-0,990	3,998	0,170	0,834
12	2,667	0,375	0,290	0,462	0,149	0,006	0,993
13	2,462	0,406	-7,408	5,324	41,611	1,765	0,168
14	2,286	0,438	0,392	-4,979	12,473	0,529	0,571
15	2,133	0,469	3,459	-0,169	5,995	0,254	0,762
16	2,000	0,500	-15,026	0,000	225,778	9,579	0,000

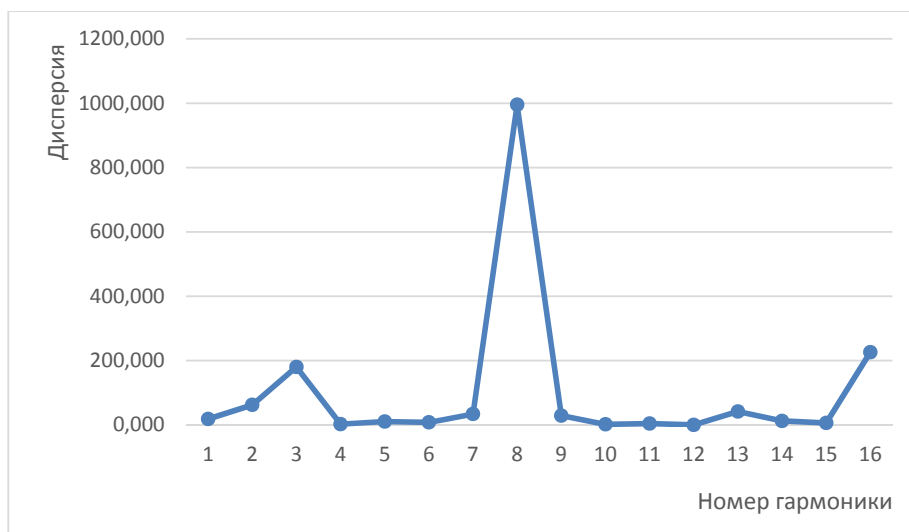


Рис. 2. Периодограмма детрендрованного ряда

Как видно из рис. 2, пики периодограммы соответствуют 3, 8 и 16 гармоникам. Эти гармоники на уровне 0,05 являются значимыми. Поэтому модель

$$Y_t = T_t + 18,3 \cos(3\omega t) + 5,1 \sin(3\omega t) - 43,9 \cos(8\omega t) - 7,90 \sin(8\omega t) - 15,03 \cos(16\omega t).$$

В модели учитываются обе периодические компоненты временного ряда – *циклическая*, включающая 3 гармонику с периодом 10,67 квартала, и *сезонная*, состоящая из 8 гармоники с периодом в 4 квартала и кратной ей по частоте 16 гармоники. Полученные результаты совпадают с результатами исследования этого же временного ряда, полученными нами ранее [2].

Таким образом, рассмотренный способ моделирования с помощью инструмента «Регрессия» позволил получить модель ряда, аналогичную модели, полученной с использовани-

временного ряда при способе использования аппарата регрессионного анализа имеет вид:

ем инструмента «Анализ Фурье» надстройки MS Excel «Анализ данных». Но в отличие от инструмента «Анализ Фурье» моделирование с помощью инструмента «Регрессия» позволяет строить модели ряда с числом уровней, не равным степени числа 2. Способ предусматривает использование всех необходимых статистических процедур для идентификации и оценки параметров модели и проверки её адекватности и точности. Он позволяет также строить модели ряда с числом аргументов более 16 (максимальное число аргументов режима «Регрессия»).

ЛИТЕРАТУРА:

1. Андерсен Т. Статистический анализ временных рядов / Пер. с англ. М.: Мир, 1976. 754 с.
2. Протасов Ю.М., Юров В.М. Моделирование сезонных и циклических колебаний объёмов продаж компании с использованием методов гармонического анализа в MS EXCEL // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Экономика. 2015. № 2. С. 101–108.
3. Харченко Л.П. Статистика: учебник. М.: Инфра-М, 2008. 445 с.
4. Ханк Д.Э, Уичерн Д.У., Райтс А.Д. Бизнес-прогнозирование / Пер с англ. М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. 652 с.
5. Электронный учебник по статистике. М.: StatSoft, Inc, 2012. [Электронный ресурс] // StatSoft [Web-сайт]. URL: <http://www.statsoft.ru/home/textbook/default.htm> (дата обращения: 23.02.2016).

REFERENCES:

1. T. Andersen Statisticheskii analiz vremennykh ryadov / Per. s angl. [Statistical Analysis of Time Series / translated from English]. M., Mir, 1976. 754 p.
2. Yu.Protasov, V.Yurov Modelirovanie sezonnykh i tsiklicheski kkh kolebanii ob»emov prodazh kompanii s ispol'zovaniem metodov garmonicheskogo analiza v MS EXCEL [Modeling Seasonal and Cyclical Fluctuations in Sales of the Company Using Methods of Harmonic Analysis in MS EXCEL] // Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo oblastnogo universiteta. Seriya: Ekonomika. 2015. No 2. Pp. 101–108.
3. L.P. Kharchenko Statistika: uchebnik [Statistics: a textbook]. M., Infra-M, 2008. 445 p.
4. D.E. Khank, D.U. Uichern, A.D. Raits Biznes-prognozirovanie / Per. s angl. [Business Forecasting / translated from English]. M., Izdatel'skii dom «Vil'yams», 2003. 652 p.
5. Elektronnyi uchebnik po statistike [Electronic Textbook on Statistics]. M.: StatSoft, Inc, 2012. [Electronic resource] // StatSoft [Web-sait]. URL: <http://www.statsoft.ru/home/textbook/default.htm> (request date: 23.02.2016).

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Протасов Юрий Михайлович – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики и информатики Московского государственного областного университета;

e-mail: protasov_54@mail.ru

Юров Владимир Михайлович – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики и информатики Московского государственного областного университета;

e-mail: urow5@mail.ru

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Yuriy Protasov – Ph.D., Associate Professor, Associate Professor, Department of Applied Mathematics and Computer Science, Moscow State Regional University; e-mail: protasov_54@mail.ru

Vladimir Yurov – Ph.D., Associate Professor, Associate Professor, Department of Applied Mathematics and Computer Science, Moscow State Regional University; e-mail: urow5@mail.ru

БИБЛИОГРАФИЧЕСКАЯ ССЫЛКА

Протасов Ю.М., Юров В.М. Гармонический анализ периодических колебаний объёмов продаж компании на основе инструмента «регрессия» MS EXCEL // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Экономика. №2. 2016. С. 115-121.

DOI: 10.18384/2310-6646-2016-2-115-121

BIBLIOGRAPHIC REFERENCE

Y. Protasov, V. Yurov. The Harmonic Analysis of Periodic Fluctuations in Sales Volumes of the Company By Means of «Regression» Ms Excel Tool // the Bulletin of Moscow State Regional University. Series: Economics. 2015. № 2. P. 115-121.

DOI: 10.18384/2310-6646-2016-2-115-121